க.பொ.த. (உ.தரம்) உதவிக் கருத்தரங்கு - 2014
இணைந்த கணிதம் - வினாத்தாள் I
விடையளித்தலுக்கான வழிகாட்டி

பகுதி A

1. எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $1+2+3+\cdots+n < \frac{1}{8}(2n+1)^2$

$n = 1$ ஆகும்போது இ.கை.ப $= 1$, வ.கை.ப $= \frac{9}{8}$

$\therefore$ $n = 1$ இற்குப் பேறு உண்மையானது. **(5)**

$n = p$ இருக்கும்போது (இங்கு $p \in \mathrm{Z}^+$) பேறு உண்மையெனக் கொள்வோம்.

அப்போது, $1 + 2 + 3 + ... + p < \frac{1}{8}(2p + 1)^2$ ஆகும். (இங்கு$p \in \mathbb{Z}^+$) **(5)**

இரு பக்கங்களுடனும் $p + 1$ ஐக் கூட்டும்போது,

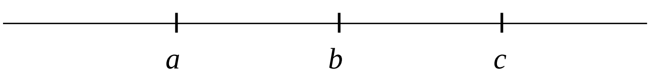
$$\begin{aligned} 1 + 2 + 3 + ... + p + p + 1 &< \frac{1}{8}(2p + 1)^2 + (p + 1) \\ &= \frac{1}{8}[4p^2 + 12p + 9] \\ &= \frac{1}{8}[2p + 3]^2 \\ &= \frac{1}{8}[2(p + 1) + 1]^2 \end{aligned}$$

$\therefore$ $1 + 2 + 3 + ... + p + p + 1 < \frac{1}{8}[2(p + 1) + 1]^2$

$\therefore$ $n = p + 1$ இற்குப் பேறு உண்மையானது. **(10)**

$\therefore$ **கணிதத் தொகுத்தறிமுறைக் கோட்பாட்டினால்** எல்லா நேர் நிறையெண் n இற்கும் பேறு உண்மையானது. **(5) [25]**

2. $E = \frac{(x-a)(x-b)}{(x-c)}$ எனக் கொள்வோம்.



$$\left.\begin{array}{l} x < a \text{ போது } E < 0 \\ a < x < b \text{ போது } E > 0 \\ b < x < c \text{ போது } E < 0 \\ c < x \text{ போது } E > 0 \end{array}\right\}$$

மூன்று ஆயிடைகளுக்கு மாத்திரம் சமனிலி சரியெனின் 10 புள்ளிகள்.
இரு ஆயிடைகளுக்கு மாத்திரம் சமனிலி சரியெனின் 05 புள்ளிகள். **(15)**

$x = a$ அல்லது $x = b$ ஆக இருக்கும்போது $E = 0$ ஆகும்.

$x = c$ இற்கு E வரையறுக்கப்படுவதில்லை. **(5)**

$\therefore$ தீர்வுத் தொடை $\{x : x \le a$ அல்லது $b \le x < c\}$ஆகும். **(5) [25]**

[பக். 2 ஐப் பார்க்க

3. FRACTION

இங்கு 8 வெவ்வேறு எழுத்துகள் உள்ளன.
இவ்வெழுத்துகள் எல்லாவற்றையும் கொண்டு செய்யத்தக்க வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கை $= 8!$
$= 40320$ **(5)**

இங்கு (Vowels) 3 உயிரெழுத்துகள் உள்ள அதே வேளை அவற்றை இரட்டைத் தானங்கள் நான்கில் தானப்படுத்தத்தக்க விதங்களின் எண்ணிக்கை $= {}^4P_3$ **(5)**

எஞ்சியுள்ள ஐந்து எழுத்துகளை தானப்படுத்தத்தக்க விதங்களின் எண்ணிக்கை $= 5!$ **(5)**

$\therefore$ முழு ஒழுங்கமைப்புகளின் எண்ணிக்கை $= {}^4P_3 \times 5!$ **(5)**
$= 2880$ **(5)**

<u>மாற்று முறை</u>

FRACTION

இங்கு 8 வெவ்வேறு எழுத்துகள் உள்ளன.
இந்த எழுத்துகள் எல்லாவற்றையும் கொண்டு செய்யத்தக்க ஒழுங்கமைப்புகளின் எணணிக்கை $= 8!$
$= 40320$ **(5)**

$\_\ \underline{\ 2\ }\ \_\ \underline{\ 4\ }\ \_\ \underline{\ 6\ }\ \_\ \underline{\ 8\ }$

நான்கு இரட்டைத் தானங்கள் உள்ளன.
A, I, O என்னும் மூன்று உயிரெழுத்துக்கள் உள்ளன.

$\therefore$ இரட்டைத் தானங்கள் பூர்த்திசெய்யப்படத்தக்க விதங்களின் எண்ணிக்கை $= 4 \times 3 \times 2$ **(5)**

எஞ்சியுள்ள தானங்கள் பூர்த்திசெய்யத்தக்க விதங்களின் எண்ணிக்கை $= 5 \times 4 \times 3 \times 2$ **(5)**

$\therefore$ முழு ஒழுங்கமைப்புகளின் எணணிக்கை $= 4 \times 3 \times 2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$ **(5)**
$= 2880$ **(5) [25]**

4. $$\lim_{x\to\infty}\left\{\frac{x^2+1}{x+1} - ax - b\right\} = 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\left\{\frac{(1-a)\,x^2 - (a+b)\,x + (1-b)}{x+1}\right\} = 0$$ **(5)**

$$\lim_{x\to\infty}\left\{\frac{(1-a)\,x - (a+b) + (1-b)/x}{1 + 1/x}\right\} = 0$$ **(5)**

இத்தேவையைப் பூர்த்திசெய்வதற்கு $1 - a = 0,\ a + b = 0$ **(10)**

அதாவது $a = 1, b = -1$ **(5)**

[25]

5. $y = a^x$ எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $\ln y = \ln a^x = x \ln a \Rightarrow \dfrac{1}{y}\,dy = \ln a\, dx$ **(5)**

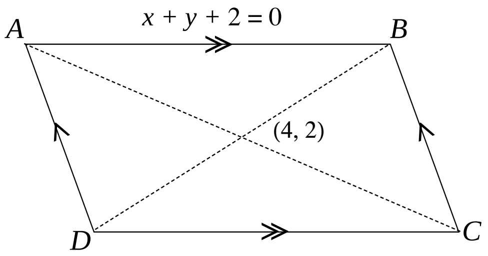
$\therefore \dfrac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$ **(5)**

$\displaystyle\int \frac{a^x}{1+a^x}\,dx = \frac{1}{\ln a}\int \frac{a^x \ln a}{1+a^x}\,dx$; $a \neq 1$ ஆகையால் $\ln a \neq 0$ **(5)**

$= \dfrac{1}{\ln a}\ln(1+a^x) + C.$ இங்கு C ஓர் எதேச்சை மாறிலி **(10)**

(எதேச்சை மாறிலியைக் குறிப்பிடாவிட்டால் 5 புள்ளிகள் கழிக்கப்படும்.) **[25]**

6.



நேர்கோடு $x + 2 = 0$ புள்ளி A யினூடாகச் செல்வதனால் $x_A = -2$ **(5)**

பக்கம் AB யின் சமன்பாடு $x + y + 2 = 0$ ஆகையால், $y_A = 0$ **(5)**

$\therefore\ A \equiv (-2, 0)$

AC யின் நடுப்புள்ளி $(4, 2)$ ஆகையால் $x_c = 10$, $y_c = 4$

$\therefore\ C \equiv (10, 4)$ **(5) + (5)**

$\therefore$ பக்கம் DC யின் சமன்பாடு $y - 4 = -1\ (x - 10)$ **(5)**

$$x + y - 14 = 0$$ **[25]**

7. $x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \dfrac{2t}{1+t^2}$

புள்ளி $(0, 1)$ இல் $\dfrac{1-t^2}{1+t^2} = 0,\ \dfrac{2t}{1+t^2} = 1$ **(5)**

$t^2 - 1 = 0$, $(t-1)^2 = 0$

$t = \pm 1$, $t = 1$

$\therefore$ புள்ளி $(0 , 1)$ இற்கு ஒத்த பரமாணம் t யின் பெறுமானம் = 1 **(5)**

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{(1+t^2)(-2t) - (1-t^2)2t}{(1+t^2)^2} = \frac{-4t}{(1+t^2)^2}$$ **(5)**

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \frac{(1+t^2).\ 2 - 2t.\ 2t}{(1+t^2)^2} = \frac{2\ (1-t^2)}{(1+t^2)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)\cdot\left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}x}\right) = \frac{(t^2-1)}{2t}$$ **(5)**

$$\Rightarrow \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right)_{t=1} = 0$$ **(5)**

$\therefore$ புள்ளி $(0 , 1)$ இல் வளையிக்கு வரைந்த தொடலி $x-$ அச்சுக்குச் சமாந்தரமாகும்.

மாற்று முறை :

$x = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$, $y = \dfrac{2t}{1+t^2}$

$t = \tan\dfrac{\theta}{2}$ என எடுக்கும்போது $x = \cos\theta,\ y = \sin\theta$ **(5)**

புள்ளி $(0, 1)$ இல் $\cos\theta = 0$, $\sin\theta = 1$ ஆகையால் $\theta = \pi/2$

அப்போது $t = \tan \pi/4 = 1$ **(5)**

[பக். 4 ஐப் பார்க்க

$x^2 + y^2 = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ **(5)**

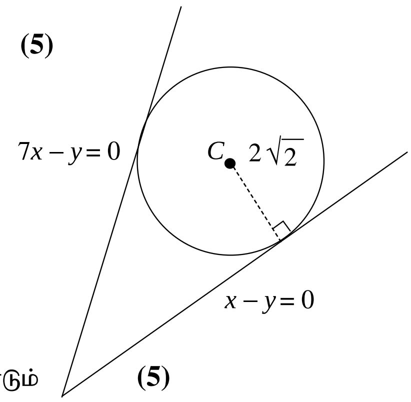
x ஐக் குறித்து வகையிடும்போது $2x + 2y\ \dfrac{dy}{dx} = 0$

$$\therefore\ \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$ **(5)**

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{(0,\,1)} = 0$$ **(5)**

$\therefore$ புள்ளி $(0\ ,\ 1)$ இல் வளையிக்கு வரைந்த தொடலி $x-$ அச்சிற்குச் சமாந்தமாகும். **[25]**

8. வட்டத்தின் மையம் $C \equiv (x_C, y_C)$ எனக் கொள்வோம். புள்ளி C ஆனது தரப்பட்டுள்ள இரு நேர்கோடுகளிலும் கோண இருகூறாக்கி மீது இருப்பதனால்.



$$\left|\frac{7x_C - y_C}{\sqrt{7^2 + 1^2}}\right| = \left|\frac{x_C - y_C}{\sqrt{1^2 + 1^2}}\right|$$ **(5)**

$7x_C - y_C = 5(x_C - y_C)$ அல்லது $7x_C - y_C = -5(x_C - y_C)$

$x_C + 2y_C = 0$ அல்லது $2x_C - y_C = 0$

புள்ளி $C(x_C\ , y_C)$ முதற் கால்வட்டத்தின் மீது இருக்கும்போது

$x_C + 2y_C \neq 0$ ஆகையால் $2x_C - y_C = 0$ ஆக இருத்தல் வேண்டும் **(5)**

புள்ளி C யிலிருந்து நேர்கோடு $x - y = 0$ இற்குள்ள செங்குத்துத் தூரம் $=$ வட்டத்தின் ஆறை ஆகையால்.

$$\left|\frac{x_C - y_C}{\sqrt{2}}\right| = 2\sqrt{2}$$ **(5)**

$$x_C = \pm\ 4$$

புள்ளி C முதற் கால் வட்டத்தில் இருப்பதனால் $x_C \neq -4$.

$\therefore\ x_C = 4$

$\therefore\ y_C = 8$ **(5)**

$\therefore$ வட்டத்தின் சமன்பாடு $(x-4)^2 + (y-8)^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2$

$x^2 + y^2 - 8x - 16y + 72 = 0$ **(5)** **[25]**

9. Arg $iz = \pi$ ஆகையால் Arg $z = \pi/2$. **(5)**

$|z| = r$ எனின், அப்போது $z = ir$. **(5)**

அப்போது,

$|1 + ir| = \sqrt{1+r^2}$,$|z-1| = |-1 + ir| = \sqrt{1+r^2}$ **(5)**

$|z+1| + |z-1| = 4$ ஆகையால் $2\sqrt{1+r^2} = 4$

$1+r^2 = 4$

$r^2 = 3$

$r = \sqrt{3}$ **(5)**

$\therefore\ z = i\sqrt{3}$ **(5)** **[25]**

10. $\theta + \alpha = \dfrac{\pi}{6}$ ஆக இருக்கும்போது,

$$\frac{\tan\theta + \tan\alpha}{1 - \tan\theta\tan\alpha} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$ **(5)**

$\sqrt{3}\tan\theta + \tan\theta\tan\alpha + \sqrt{3}\tan\alpha = 1$

$\tan\theta(\sqrt{3} + \tan\alpha) + \sqrt{3}(\tan\alpha + \sqrt{3}) = 1 + 3$ **(5)**

$(\sqrt{3} + \tan\alpha)(\sqrt{3} + \tan\theta) = 4$

மேற்குறித்த பேறில் $\theta = \alpha$ ஐ இடும்போது **(5)**

$\theta = \alpha = \pi/12$, $(\sqrt{3} + \tan\pi/12)^2 = 4$ **(5)**

$\tan\pi/12 > 0$ ஆகையால் $\sqrt{3} + \tan\pi/12 = 2$

$\tan\pi/12 = 2 - \sqrt{3}$ **(5)** **[25]**

பகுதி **B**

11. (i) $px^2 + qx + r \equiv p(x-\alpha)(x-\beta)$ **(5)**

$\equiv px^2 - p(\alpha+\beta)x + p\alpha\beta$ **(5)**

குணகங்களை ஒப்பிடும்போது

$-p(\alpha+\beta) = q \quad , \quad p\alpha\beta = r$ **(5) + (5)**

$\Rightarrow (\alpha+\beta) = -q/p \quad , \quad \alpha\beta = r/p$ **[20]**

$\left.\begin{array}{ll} \lambda + 3\mu = -a & \text{———} \; 1 \\ 3\lambda\mu = b & \text{———} \; 2 \end{array}\right\}$ **(5)**

$\left.\begin{array}{ll} 3\lambda + \mu = -c & \text{———} \; 3 \\ 3\lambda\mu = d & \text{———} \; 4 \end{array}\right\}$ **(5)**

3 , 4 ஆகியவற்றிலிருந்து $b = d$ **(5)**

1 + 3 $\Rightarrow 4(\lambda + \mu) = -(a + c)$

$\lambda + \mu = -\frac{1}{4}(a + c)$ **(5)**

2 $\Rightarrow \lambda\mu = \frac{1}{3}b$ **(5)**

λ , μ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு

$x^2 - (\lambda+\mu)x + \lambda\mu = 0$ **(5)**

$x^2 - \left[-\frac{1}{4}(a + c)\right]x + \frac{b}{3} = 0$ **(5)**

$12x^2 + 3(a + c)x + 4b = 0$ **[35]**

(ii) $f(x) = x^3 - 2ax^2 + (ab + a^2 - b^2)x - ab(a - b)$, මෙහි $a \neq b$

$f(a - b) = (a - b)^3 - 2a(a - b)^2 + (ab + a^2 - b^2)(a - b) - ab(a - b)$ **(5)**

$= (a - b)[(a - b)^2 - 2a(a - b) + ab + a^2 - b^2 - ab]$

$= (a - b)[a^2 - 2ab + b^2 - 2a^2 + 2ab + a^2 - b^2]$

$= 0$ **(10)**

$\therefore (x - a + b)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியாகும்.

$\therefore f(x) = (x - a + b)[x^2 - ax - bx + ab]$ **(10)**

$= (x - a + b)(x - a)(x - b)$ **(5)**

$\therefore f(x) = 0$ இன் தீர்வுகள் $x = a - b,\ x = a,\ x = b.$ **(15) [45]**

$x^3 + px^2 + qx + r = 0$ இன் மூலங்கள் 1, 3, 4 ஆகையால்

மேற்குறித்த பேறில் $a = 4,\ b = 1$ என இடும்போது, (அப்போது $a - b = 3$ ஆகையால்) **(10)**

$p = -2a = -8$ **(5)**

$q = ab + a^2 - b^2 = 4 + 16 - 1 = 19$ **(5)**

$r = -ab(a - b) = -4(3) = -12$ **(5)**

[குறிப்பு : $a = 4,\ b = 3$ என இடும்போதும் இப்பேறைப் பெறலாம்.] **[25]**

[பக். 7 ஐப் பார்க்க

(iii) $\dfrac{7x-10}{x^2(x-2)} \equiv \dfrac{A}{x} + \dfrac{B}{x^2} + \dfrac{C}{(x-2)}$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு $A, B, C \in \mathbb{R}$ **(5)**

$7x - 10 \equiv Ax(x-2) + B(x-2) + Cx^2$

மாறி x இற்கு எதேச்சைப் பெறுமானத்தைப் பிரதியிடுவதன் மூலம் அல்லது குணகங்களை ஒப்பிடுவதன் மூலம் **(5)**

$A = -1$ **(5)**

$B = 5$ **(5)**

$C = 1$

$\therefore \dfrac{7x-10}{x^2(x-2)} \equiv \dfrac{-1}{x} + \dfrac{5}{x^2} + \dfrac{1}{(x-2)}$ **(5) [25]**

12. (i)

$(a+b)^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r\, a^{n-r} b^r$

அல்லது $(a+b)^n = {}^nC_0\, a^n + {}^nC_1\, a^{n-1} b + \ldots + {}^nC_r\, a^{n-r} b^r + \ldots + {}^nC_n\, b^n$

இங்கு $n \in \mathbb{Z}^+,\ {}^nC_r = \dfrac{n!}{r!\,(n-r)!}$; $0 \le r \le n$ **(15)**

$a = b = 1$ என இடும்போது $2^n = \sum_{r=0}^{n} {}^nC_r$ **(10)**

$(a+b)^{2n} = (a+b)^n \,.\, (a+b)^n$

$= \left[{}^nC_0\, a^n + {}^nC_1\, a^{n-1} b + \ldots + {}^nC_r\, a^{n-r} b^r + \ldots + {}^nC_n\, b^n\right] \left[{}^nC_0\, b^n + {}^nC_1\, b^{n-1} a + \ldots + {}^nC_r\, b^{n-r} a^r + \ldots + {}^nC_n\, a^n\right]$ **(10)**

$a^n b^n$ இன் குணகங்களை இடும்போது

${}^{2n}C_n = {}^nC_0^2 + {}^nC_1^2 + \ldots + {}^nC_r^2 + \ldots + {}^nC_n^2$ **(10)**

$= \sum_{r=0}^{n} {}^{2n}C_n$ **(10)**

$\sum_{r=1}^{n} r.\, {}^nC_r\, a^r b^{n-r} = \sum_{r=1}^{n} r.\, \dfrac{n!}{(n-r)!\, r!}\, a^r b^{n-r}$ **(5)**

$= \sum_{r=1}^{n} na.\, \dfrac{(n-1)!}{(n-r)!\, r!}\, a^{r-1}\, b^{n-r}$ **(5)**

$= na \sum_{r-1=0}^{n} {}^{n-1}C_{r-1}\, a^{r-1}\, b^{(n-1)-(r-1)}$ **(5)**

$= na.\, (a+b)^{(n-1)}$ **(5)**

$= na,$ $a + b = 1$ ஆகும்போது **[75]**

[பக். 8 ஐப் பார்க்க

(ii) $S_n = \sum_{r=1}^{n} U_r = \dfrac{n}{12}(n+1)(n+2)(n+3)$

$U_n = S_n - S_{n-1}$ **(5)**

$= \dfrac{1}{12} n(n+1)(n+2)[(n+3)-(n-1)]$ **(5)**

$= \dfrac{n}{3}(n+1)(n+2)$

$\therefore U_r = \dfrac{r}{3}(r+1)(r+2) \quad ; \ 1 \le r \le n$ **(5)**

$\dfrac{1}{U_r} = \dfrac{3}{r(r+1)(r+2)}$

$= \dfrac{3}{2}\left\{\dfrac{1}{r(r+1)} - \dfrac{1}{(r+1)(r+2)}\right\}$ **(10)**

$= k\{f(r) - f(r+1)\}$

இங்கு $k = \dfrac{3}{2}$, $f(r) = \dfrac{1}{r(r+1)}$ **(10)**

$\dfrac{1}{U_1} = \dfrac{3}{2}\{f(1) - f(2)\}$ **(5)**

$\dfrac{1}{U_2} = \dfrac{3}{2}\{f(2) - f(3)\}$

$\dfrac{1}{U_{n-1}} = \dfrac{3}{2}\{f(n-1) - f(n)\}$

$\dfrac{1}{U_n} = \dfrac{3}{2}\{f(n) - f(n+1)\}$ **(5)**

$\sum_{r=1}^{n} \dfrac{1}{U_r} = \dfrac{3}{2}\{f(1) - f(n+1)\}$ **(5)**

$= \dfrac{3}{2}\left\{\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{(n+1)(n+2)}\right\}$ **(5)**

$= \dfrac{3}{4} - \dfrac{3}{2(n+1)(n+2)}$

$\sum_{r=1}^{\infty} \dfrac{1}{U_r} = \lim_{n\to\infty} \sum_{r=1}^{n} \dfrac{1}{U_r}$

$= \lim_{n\to\infty} \left\{\dfrac{3}{4} - \dfrac{3}{2(n+1)(n+2)}\right\}$ **(5)**

$= \dfrac{3}{4}$ (முடிவுள்ள பெறுமானம்) **(5)**

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} \dfrac{1}{U_r}$ ஒருங்குகின்றது.

[பக். 9 ஐப் பார்க்க

எல்லா $r \in \mathbb{Z}^{+}$ இற்கும் $\dfrac{1}{U_r} > 0$ ஆகையால்,

$$\frac{1}{U_1} \leq \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{U_r} < \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{U_r} \qquad \textbf{(5)}$$

$$\frac{3}{1\,.\,2\,.\,3} \leq \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{U_r} < \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{3}{4}\left\{1 - \frac{2}{(n+1)(n+2)}\right\} < \frac{3}{4} \qquad \textbf{(5)}$$

$$2 \leq 3\left\{1 - \frac{2}{(n+1)(n+2)}\right\} < 3 \qquad \textbf{[75]}$$

13. (i)

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A}^2 = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -6 & -7 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(5)}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \mathbf{I} \qquad \textbf{(5)}$$

$$\therefore\ \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A} \qquad \textbf{(5)} \qquad \textbf{[15]}$$

$$\mathbf{A}^{2015}\,\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(\mathbf{A}^2)^{1007}\mathbf{AX} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(5)}$$

$$\mathbf{I\,AX} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(5)}$$

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{AX} = \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(5) + (5)}$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 15 & 9 \\ -13 & -8 \end{pmatrix} \qquad \textbf{(5)} \qquad \textbf{[25]}$$

(ii) $z^6 = 1$

$\Rightarrow z^6 - 1 = 0$

$\Rightarrow (z^3 - 1)(z^3 + 1) = 0$ **(5)**

$\Rightarrow (z-1)(z+1)(z^2 + z + 1)(z^2 - z + 1) = 0$ **(10)**

$\Rightarrow z - 1 = 0$ அல்லது $z + 1 = 0$ அல்லது $z^2 + z + 1 = 0$ அல்லது $z^2 - z + 1 = 0$

$\Rightarrow z = \pm 1,\ z = -\dfrac{1}{2} \pm i\,\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ z = \dfrac{1}{2} \pm i\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(15)

இவ்வாறு $z^6 = 1$ இன் ஆறு மூலங்கள் கிடைக்கின்றன.

இம்மூலம் ஒவ்வொன்றினதும் மட்டு 1 ஆக இருக்கம் அதே வேளை வீச்சம் $\pi/3$ இன் மடங்காகும். **(15)**

[பக். 10 ஐப் பார்க்க

இந்த ஆறு மூலங்களையும் ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் காணப்படுகின்றவாறு வகைகுறிக்கலாம்.

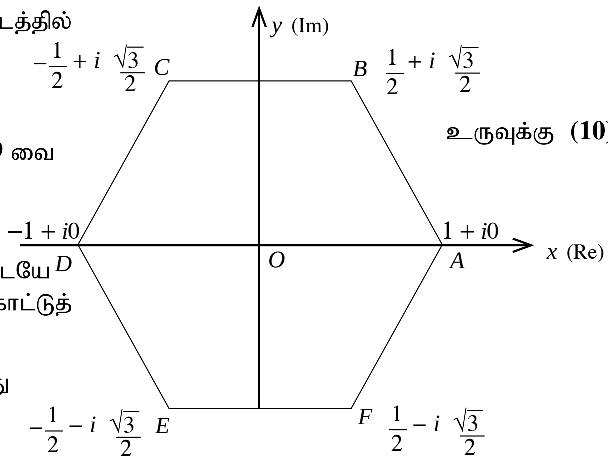
$OA = OB = OC = OD = OE = OF = 1$

இந்த A, B, C, D, E, F ஆகிய ஆறு புள்ளிகளும் O வை மையமாகவும் 1 அலகை ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தின் மீது உள்ளன. **(10)**

அப்போது $|z_1 - z_2|$ என்பது அந்த ஆறு புள்ளிகளிடையே எவையேனும் இரு புள்ளிகளைத் தொடுக்கும் கோட்டுத் துண்டத்தின் நீளமாகும்.

$\therefore |z_1 - z_2| = 1$ அலகு அல்லது 2 அலகு அல்லது $\sqrt{3}$ அலகு. **(10)**

($AB = 1, AD = 2, AC = \sqrt{3}$ ஆகையால்) **[75]**



உருவுக்கு **(10)**

(iii) $|z| = \sqrt{3} \Rightarrow OP = \sqrt{3}$ (மாறிலிகள்) **(5)**

$\therefore$ புள்ளி P ஆனது, $(0, 0)$ ஐ மையமாகவும் $\sqrt{3}$ ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தின் மீது உள்ளது. **(5)**

$|z + 2| = |z - (-2)| = PQ$

P மாறும்போது,

$QA' \leq QP \leq QA$ **(5)**

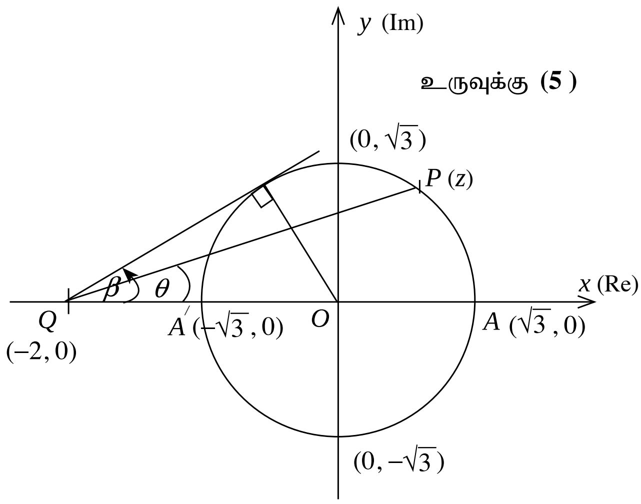
$2 - \sqrt{3} \leq |z + 2| \leq 2 + \sqrt{3}$ **(5)**

$\text{Arg}(z + 2) = \text{Arg}(z - (-2)) = \theta$

$-\beta \leq \theta \leq \beta$ **(5)**

$\beta = \sin^{-1}\frac{\sqrt{3}}{2}$ ஆகையால், $\beta = \pi/_3$

$\therefore -\pi/_3 \leq \text{Arg}(z + 2) \leq \pi/_3$ **(5)** **[35]**



உருவுக்கு **(5)**

14.(i)

$$x = \sec\theta + \tan\theta$$

$$x + \frac{1}{x} = \sec\theta + \tan\theta + \frac{1}{\sec\theta + \tan\theta} \times \frac{\sec\theta - \tan\theta}{\sec\theta - \tan\theta}$$

$$= \sec\theta + \tan\theta + \sec\theta - \tan\theta \quad (\therefore \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1 \text{ නිසා})$$

$$= 2\sec\theta$$ **(5)**

$$y = \text{cosec}\,\theta + \cot\theta$$

$$y + \frac{1}{y} = \text{cosec}\,\theta + \cot\theta + \frac{1}{\text{cosec}\,\theta + \cot\theta} \times \frac{\text{cosec}\,\theta - \cot\theta}{\text{cosec}\,\theta - \cot\theta}$$

$= \text{cosec}\,\theta + \cot\theta + \text{cosec}\,\theta - \cot\theta$ ($\therefore \text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ ஆகையால்,) **(5)**

$$= 2\,\text{cosec}\,\theta$$

[பக். 11 ஐப் பார்க்க

$$\frac{dx}{d\theta} = \sec\theta \tan\theta + \sec^2\theta \qquad \textbf{(5)}$$

$$\frac{dy}{d\theta} = -\operatorname{cosec}\theta\cot\theta - \operatorname{cosec}^2\theta \qquad \textbf{(5)}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\theta}\Big/\frac{dx}{d\theta} \; ; \qquad \frac{dx}{d\theta} \neq 0 \text{ இற்கு} \qquad \textbf{(5)}$$

$$= \frac{-\operatorname{cosec}\theta\,(\operatorname{cosec}\theta + \cot\theta)}{\sec\theta\,(\sec\theta + \tan\theta)} \qquad \textbf{(5)}$$

$$= \frac{-\frac{1}{2}\left(y + \frac{1}{y}\right)\cdot y}{\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right)\cdot x} \qquad \textbf{(5)}$$

$$= -\frac{1 + y^2}{1 + x^2} \qquad \textbf{[35]}$$

(ii) $f(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ln(1+x)$ எனக் கொள்வோம்.

$x > 0$ இற்கு $f(x)$ தொடர்ச்சியானது. **(5)**

$f'(x) = 1 - x + x^2 - \frac{1}{1+x} \underset{\textbf{(5)}}{=} \frac{x^3}{1+x}$ **(5)**

$x > 0$ இற்கு $f'(x) > 0$ **(5)**

$\therefore x > 0$ இற்கு f அதிகரிக்கும் ஒரு சார்பாகும். **(5)**

மேலும் $f(0) = 0.$ **(5)**

$\therefore$ எல்லா $x > 0$ இற்கும் $f(x) > 0$ **(5)**

$\therefore$ எல்லா $x > 0$ இற்கும் $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} > \ln(1+x)$

$y = f(x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ln(1+x)$ ஐக் கருதுவோம்.

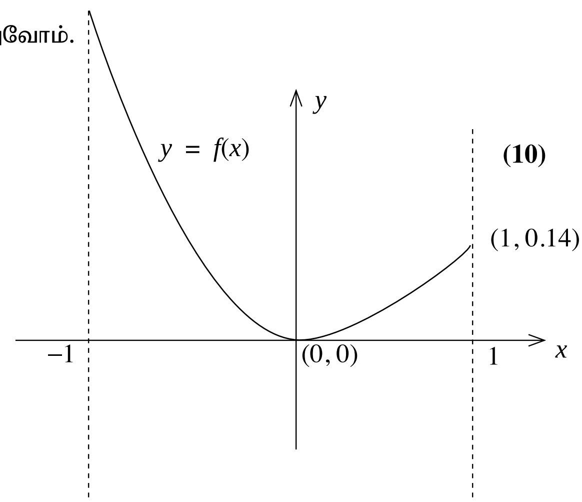
ஆயிடை $-1 < x \leq 1$ இல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது **(5)**

$\lim_{x \to -1^+} f(x) \longrightarrow +\infty$ **(5)**

$f'(x) = \frac{x^3}{1+x}$

$$\left.\begin{aligned} -1 < x < 0 \text{ இற்கு } & f'(x) < 0 \\ & f'(0) = 0 \\ 0 < x \leq 1 \text{ இற்கு } & f'(x) > 0 \end{aligned}\right\} \qquad \textbf{(5)}$$

$\therefore (0, 0)$ ஓர் இழிவுப் புள்ளி **(5)**

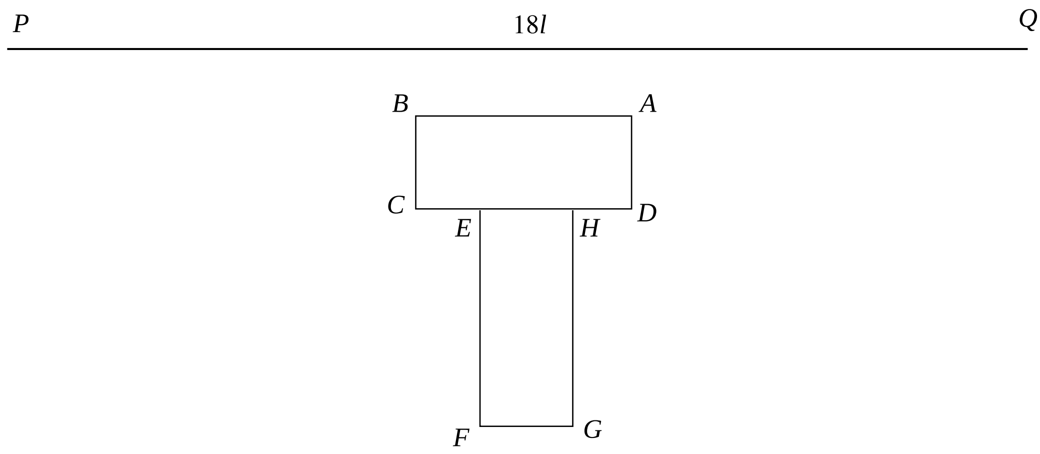


(10)

$f(1) = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \ln 2 = \frac{5}{6} - \ln 2 \simeq 0.83 - 0.69 = 0.14$ **(5)** **[70]**

[பக். 12 ஐப் பார்க்க

(iii)



$AD = x$ அலகுகள் எனவும் $AB = y$ அலகுகள் எனவும் கொள்வோம்.

அப்போது $ABCD$ யின் சுற்றளவு $= 2(x + y)$

சட்டம் $EFGH$ இன் நீளம் $= x + 2y$ **(5)**

சட்டம் $ABCD$ யின் சுற்றளவு + சட்டம் $EFGH$ இன் நீளம் $= 18l$

$$3x + 4y = 18l$$

$$y = \frac{3(6l - x)}{4} \quad \textbf{(5)}$$

பந்தலின் மாதிரியுருவின் பரப்பளவு $= A$ எனின்,

$$A = 2xy \quad \textbf{(5)}$$

$$= 2x \cdot \frac{3}{4}(6l - x)$$

$$= \frac{3}{2}(6l\,x - x^2) \quad \textbf{(5)}$$

$$\frac{dA}{dx} = \frac{3}{2}(6l - 2x) = 3(3l - x) \quad \textbf{(5)}$$

$\therefore\ x = 3l$ ஆகும்போது $\frac{dA}{dx} = 0.$ **(5)**

$x < 3l$ ஆகும்போது $\frac{dA}{dx} > 0, x > 3l$ ஆகும்போது $\frac{dA}{dx} < 0.$ **(5)**

அதாவது $x = 3l$ ஆகும்போது A உயர்ந்தபட்சமாகும். **(5)**

அப்போது சட்டம் $ABCD$ யிற்குரிய கம்பித் துண்டின் நீளம் $= 2(x + by)$

$$= 2\left(3l + \frac{3}{4} \cdot 3l\right)$$

$$= \frac{21l}{2} \quad \textbf{(5)}$$

சட்டம் $EFGH$ இற்குரிய கம்பித் துண்டின் நீளம் $= 18l - \frac{21l}{2}$

$$= \frac{15l}{2}$$

[45]

[பக். 13 ஐப் பார்க்க

15. (i) $\int \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)\sqrt{a^2-x^2}\,\mathrm{d}x$ பிரதியீடு : $x = a\sin\theta$ **(5)**

அப்போது $\sqrt{a^2-x^2} = a\cos\theta$

$\mathrm{d}x = a\cos\theta\,\mathrm{d}\theta$ **(5)**

$= \int \theta\, a\cos\theta .\, a\cos\theta\,\mathrm{d}\theta$ **(5)**

$= a^2\int \theta .\cos^2\theta\,\mathrm{d}\theta$

$= \frac{a^2}{2}\int \theta .(1+\cos 2\theta)\,\mathrm{d}\theta$ **(5)**

$= \frac{a^2}{2}\int \theta\,\mathrm{d}\theta + \frac{a^2}{2}\int \theta\cos 2\theta\,\mathrm{d}\theta$

$= \frac{a^2}{2}\cdot\frac{\theta^2}{2} + \frac{a^2}{2}\int \theta .\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\frac{1}{2}\sin 2\theta\right)\mathrm{d}\theta$ **(5)**

$= \frac{a^2\theta^2}{4} + \frac{a^2}{2}\left[\theta .\frac{1}{2}\sin 2\theta - \int \frac{1}{2}\sin 2\theta\,\mathrm{d}\theta\right]$ **(5)**

$= \frac{1}{4}a^2\theta^2 + \frac{1}{4}a^2\theta\sin 2\theta - \frac{a^2}{4}\left(-\frac{1}{2}\cos 2\theta\right) + C$ இங்கு C ஓர் எதேச்சை மாறிலி **(5)**

$= \frac{1}{4}a^2\theta^2 + \frac{1}{4}a^2\theta\sin 2\theta + \frac{1}{8}a^2\cos 2\theta + C$

$= \frac{1}{4}a^2\left(\sin^{-1}\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{1}{4}a^2 .\sin^{-1}\frac{x}{a}\cdot 2\,\frac{x}{a}\cdot\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}} + \frac{1}{8}a^2\left(1-2\,\frac{x^2}{a^2}\right) + C$

$= \frac{1}{4}a^2\left(\sin^{-1}\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{1}{2}\,ax\sin^{-1}\frac{x}{a}\cdot\frac{1}{a}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{1}{8}a^2\left(\frac{a^2-2x^2}{a^2}\right) + C$

$= \frac{1}{4}a^2\left(\sin^{-1}\frac{x}{a}\right)^2 + \frac{1}{2}\,x\sqrt{a^2-x^2}\;\sin^{-1}\frac{x}{a} + \frac{1}{8}\,(a^2-2x^2) + C$ **(5) [40]**

(ii) $\int_0^p f(p-x)\,\mathrm{d}x = \int_p^0 f(\theta).(-\mathrm{d}\theta)$ பிரதியீடு : $\theta = p-x$ **(5)**

அப்போது $\mathrm{d}\theta = -\mathrm{d}x$ **(5)**

$x=0$ ஆக இருக்கும்போது $\theta = p, x = p$ **(5)**

ஆக இருக்கும்போது $\theta = 0$

ஆயிடை $[0,p]$ இல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானதாகையால்,

$f(\theta)$ உம் தொடர்ச்சியானது.

$= -\int_p^0 f(\theta)\,\mathrm{d}\theta$ **(5)**

$= \int_0^p f(\theta)\,\mathrm{d}\theta$ **(5)**

$= \int_0^p f(x)\,\mathrm{d}x$ **(5)** **[30]**

[பக். 14 ஐப் பார்க்க

$$I = \int_0^a \frac{(a-x)^n}{(a-x)^n + x^n}\,dx$$

$$= \int_0^a \frac{[a-(a-x)]^n}{[a-(a-x)]^n + (a-x)^n}\,dx \quad \textbf{(10)}$$; மேற்குறித்த கோட்பாட்டை இடும்போது

$$= \int_0^a \frac{x^n}{x^n + (a-x)^n}\,dx \quad \textbf{(5)}$$

$$= J \quad \textbf{(5)}$$

$I + J$ **(5)**

$$I + J = \int_0^a \frac{(a-x)^n + x^n}{(a-x)^n + x^n}\,dx \quad \textbf{(10)}$$

$$= \int_0^a dx \quad \textbf{(5)}$$

$$= [\,x\,]_0^a \quad \textbf{(5)}$$

$$= a \quad \textbf{(5)}$$

$$\therefore\ I = \frac{1}{2}a. \quad \textbf{(5)} \qquad \textbf{[55]}$$

(iii) $\int_0^2 (x+2)^3 (x+5)\,dx$

பிரதியீடு : $u = x + 2$ **(5)**

அப்போது $du = dx,$ **(5)**

$x = 0$ ஆக இருக்கும்போது $u = 2$

$x = 2$ ஆக இருக்கும்போது $u = 4$

(5)

$$= \int_2^4 u^3 (u - 2 + 5)\,du$$

$$= \int_2^4 (u^4 + 3u^3)\,du$$

$$= \left[\frac{u^5}{5} + \frac{3u^4}{4}\right]_2^4 \quad \textbf{(5)}$$

$$= \left(\frac{1024}{5} + \frac{3\times 256}{4}\right) - \left(\frac{32}{5} + \frac{3\times 16}{4}\right)$$

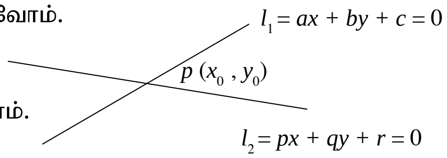
$$= \frac{1024 - 32}{5} + 192 - 12$$

$$= \frac{992}{5} + 180$$

$$= \frac{1892}{5} \quad \textbf{(5)} \qquad \textbf{[25]}$$

[பக். 15 ஐப் பார்க்க

16.(i) $l_1 = 0$, $l_2 = 0$ இன் வெட்டுப் புள்ளி $P(x_0 , y_0)$ எனக் கொள்வோம்.



ஒரே தடவை பூச்சியமல்லாத λ, μ ஆகிய பரமானங்களுக்குச் சமன்பாடு $\lambda\, l_1 + \mu\, l_2 = 0$ ஐக் கருதுவோம்.

அதாவது, $\lambda(ax + by + c) + \mu\,(px + qy + r) \quad = 0$

$(\lambda a + \mu p)x + (\lambda b + \mu q)y + (\lambda c + \mu r) = 0$

இது x, y ஆகியவற்றின் ஏகபரிமாணச் சமன்பாடாகையால், ஒரு நேர்கோட்டை வகைகுறிக்கின்றது.

$l_1 = 0,\ P(x_0 , y_0)$ இனூடாகச் செல்வதனால் $ax_0 + by_0 + c = 0$ ———— 1 **(10)**

$l_2 = 0,\ P(x_0 , y_0)$ இனூடாகச் செல்வதனால் $px_0 + qy_0 + r = 0$ ———— 2

λ 1 + μ 2 ஆகியவற்றிலிருந்து $(\lambda a + \mu p)x_0 + (\lambda b + \mu q)y_0 + (\lambda c + \mu r) = 0$ **(5)**

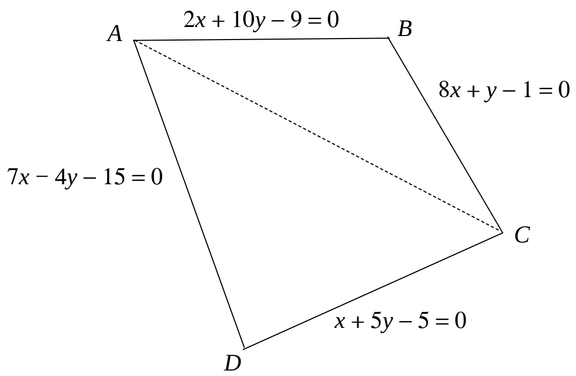
அதாவது, நேர்கோடு $\lambda\, l_1 + \mu\, l_2 = 0$ ஆனது $P(x_0 , y_0)$ இனூடாகச் செல்கிறது.

$\therefore\ \lambda, \mu$ ஆகிய பரமானங்களின் பல்வேறு பெறுமானங்களுக்கு **(10)**

$\lambda\, l_1 + \mu\, l_2 = 0$ இன் மூலம் $l_1 = 0,\ l_2 = 0$ ஆகியவற்றின் வெட்டுப்புள்ளியினூடாகச் செல்லும் யாதாயினும் ஒரு நேர்கோடு வகைகுறிக்கப்படுகின்றது.

($\lambda = 0$ ஆகும்போது அதன் மூலம் $l_2 = 0$ உம் $\mu = 0$ ஆகும்போது $l_1 = 0$ உம் தரப்படுகினற்ன. **(5)**

[30]



(5)

மேற்குறித்த கோட்பாட்டிற்கேற்ப $\lambda\mu \neq 0$ ஆகவுள்ள λ, μ என்னும் பரமானங்களைக் கொண்டு AC இன் சமன்பாடு, **(5)**

$\lambda\,(2x + 10y - 9) + \mu\,(7x - 4y - 15) = 0$

$\lambda\,(2x + 10y - 10 + 1) + \mu\,(8x - x + y - 5y - 15) = 0$ **(5)**

$\lambda.\ [2(x + 5y - 5) + 1] + \mu\,[(8x + y - 1) - (x + 5y - 5) - 19] = 0$ **(5)**

இந்நேர்கோடு C யினூடாகச் செல்லும்போது $x_c + 5y_c - 5 = 0,$ **(5)**

$8x_c + y_c - 1 = 0$ ஆகையால்,

$\lambda\,[2.\,(0) + 1] + \mu\,[(0) - (0) - 19] = 0$ **(5)**

$\lambda - 19\mu = 0$ **(5)**

$\lambda = 19\mu$ **(5)**

$\therefore\ AC$ யின் சமன்பாடு $19\mu\,(2x + 10y - 9) + \mu\,(7x - 4y - 15) = 0$

$\mu \neq 0$ ஆகையால் $\quad 19\,(2x + 10y - 9) + (7x - 4y - 15) = 0$

$45x + 186y - 186 = 0$

$15x + 62y - 62 = 0$ **(5)** **[45]**

[பக். 16 ஐப் பார்க்க

(ii) $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 31 = 0$

$(x^2 - 5)^2 + (y-4)^2 + 31 - 25 - 16 = 0$ **(5)**

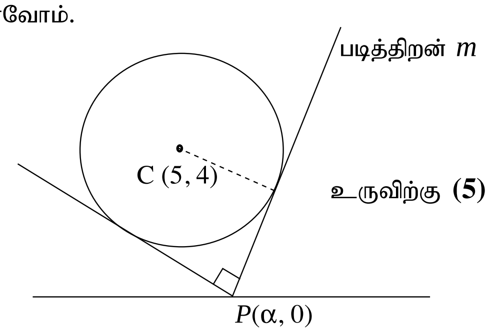
$(x-5)^2 + (y-4)^2 - 10 = 0$

$(x-5)^2 + (y-4)^2 = 10$

$\therefore$ மையம் $= (5, 4)$ **(5)**

ஆரை $= \sqrt{10}$ அலகுகள் **(5)** **[15]**

x அச்சு மீது இருக்கும் புள்ளி $P(\alpha, 0)$ இலிருந்து வட்டத்திற்கு வரைந்த தொடலியின் படித்திறன் m எனக் கொள்வோம்.
அப்போது தொடலியின் சமன்பாடு



உருவிற்கு **(5)**

$y - 0 = m(x - \alpha)$

$mx - y - m\alpha = 0$ **(10)**

வட்டத்தைத் தொடுவதற்கு

$$\left| \frac{5m - 4 - m\alpha}{\sqrt{m^2 + 1}} \right| = \sqrt{10} \quad \textbf{(10)}$$

$$\left| \frac{(5-\alpha)m - 4}{\sqrt{m^2 + 1}} \right| = \sqrt{10}$$

$[(5-\alpha)m - 4]^2 = 10(m^2 + 1)$

$(25 - 10\alpha + \alpha^2 - 10)m^2 - 8(5-\alpha)m + 16 - 10 = 0$

$(\alpha^2 - 10\alpha + 15)m^2 - 8(5-\alpha)m + 6 = 0$ **(10)**

இது m இன் ஓர் இருபடிச் சமன்பாடாகும்; மூலங்கள் m_1, m_2 எனின்,
இரு தொடலிகளும் செங்குத்தாக இருப்பதற்கு $m_1 \times m_2 = -1$ ஆகையால் **(5)**

$$\frac{6}{\alpha^2 - 10\alpha + 15} = -1 \quad \textbf{(5)}$$

$\alpha^2 - 10\alpha + 21 = 0$

இது α வின் ஓர் இருபடிச் சமன்பாடாகும்;இங்கு பிரித்துக்காட்டி **(5)**

$\Delta_\alpha = (10)^2 - 4 \,.\, 1 \,.\, 21$

$= 100 - 84$

$= 16$

> 0

$\Delta_\alpha > 0$ ஆகையால், α இற்கு இரு வேறுவேறான மெய்ப் பெறுமானங்கள் உண்டு.

$\therefore$ $P(\alpha, 0)$ வடிவத்தில் இரு புள்ளிகள் உள்ளன. **(10)** **[60]**

[பக். 17 ஐப் பார்க்க

17. (i) யாதாயினுமொரு முக்கோணி ABC யிற்கு வழக்கமான குறிப்பீட்டில் கோசைன் நெறி,

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$ **(5)**

அவ்வாறே $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$ ———— 1

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$ ———— 2

1 + 2 න් $b^2 + c^2 = 2a^2 + b^2 + c^2 - 2a\,(c\cos B + b\cos C)$ **(5)**

$\Rightarrow\ a = c\cos B + b\cos C\ ;\ a \neq 0$ නිසා **(5)**

$(b+c)\cos A + (c+a)\cos B + (a+b)\cos C$

$= (c\cos B + b\cos C) + (c\cos A + a\cos C) + (b\cos A + a\cos B)$ **(5)**

$= a + b + c$ **(5)** **[25]**

(ii) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{5}{12}\right)$, $\beta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$

$0 < \alpha, \beta < \pi/2,\ \tan\beta > \tan\alpha$ ஆகையால் $\beta > \alpha$

$\therefore 0 < \alpha < \beta < \pi/2$ **(5)**

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\,\cos\beta + \sin\alpha\,\sin\beta$ **(5)**

$$= \frac{12}{13}\cdot\frac{4}{5} + \frac{5}{13}\cdot\frac{3}{5}$$ **(5) + (5)**

$$= \frac{48}{65} + \frac{15}{65}$$

$$= \frac{63}{65}$$

$\alpha < \beta$ ஆகையால் $\sin(\alpha - \beta) < 0$ **(5)**

$\sin(\alpha - \beta) = -\sqrt{1 - \cos^2(\alpha - \beta)}$ **(5)**

$$= -\sqrt{1 - \left(\frac{63}{65}\right)^2}$$

$$= -\sqrt{\frac{2 \times 128}{65^2}}$$

$$= -\left(\frac{16}{65}\right)$$ **(5)** **[35]**

(iii) $\tan 3x = \tan(2x + x)$

$$= \frac{\tan 2x + \tan x}{1 - \tan 2x.\tan x}$$ **(5)**

$$= \frac{\dfrac{2\tan x}{1 - \tan^2 x} + \tan x}{1 - \dfrac{2\tan x}{1 - \tan^2 x}\cdot\tan x}$$ **(5)**

$$= \frac{2\tan x + \tan x - \tan^3 x}{1 - \tan^2 x - 2\tan^2 x}$$

$$= \frac{3\tan x - \tan^3 x}{1 - 3\tan^2 x}$$ **(5)**

[பக். 18 ஐப் பார்க்க

$\tan 3x \cot x = \lambda$ எனக் கொள்வோம்.

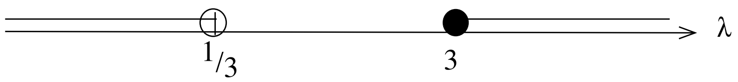
அப்போது $\lambda = \left(\dfrac{3\tan x - \tan^3 x}{1 - 3\tan^2 x}\right)\cot x = \dfrac{3 - \tan^2 x}{1 - 3\tan^2 x}$ **(5)**

அப்போது $\lambda - 3\lambda\tan^2 x - 3 + \tan^2 x = 0$

$(1 - 3\lambda)\tan^2 x = 3 - \lambda$

$\tan^2 x = \dfrac{3 - \lambda}{1 - 3\lambda}$, $3\lambda \neq 1$ ஆகும்போது **(5)**

$\therefore \dfrac{3 - \lambda}{1 - 3\lambda} \geq 0$ **(5)**



(10)

[40]

$\therefore \lambda \in \mathbb{R} \setminus [1/3, 3)$

$\tan 3x - \tan x = 0$

$(\lambda \tan x - \tan x) = 0$ **(5)**

$(\lambda - 1)\tan x = 0$

$[1/3, 3)$ இல் λ இராமையால் $\lambda \neq 1$

$\therefore \tan x = 0$ மூலம் மாத்திரம் தீர்வுகள் பெறப்படுகின்றன. **(5)**

அதாவது, $x = n\pi$ இங்கு $n \in \mathbb{Z}$ **(5)** **[15]**

(iv) அந்நேர்மாறு திரிகோணகணிதச் சார்புகளின் தலைமைப் பெறுமான வீச்சு முறையே

$\pi/2 \leq y \leq \pi/2,\ 0 \leq y \leq \pi.$ **(5) + (5)**

$\alpha = \sin^{-1} x$, $\beta = \cos^{-1} x$ எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $\sin \alpha = x,\ \sin \beta = x.$ **(5)**

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$

$= x \cdot x + \sqrt{1 - x^2} \cdot \sqrt{1 - x^2}$; மேற்குறித்த ஆயிடையில் $\cos\alpha > 0, \sin\beta > 0$ ஆகையால் **(10)**

$= x^2 + 1 - x^2$

$= 1$ **(5)**

$-\pi/2 \leq \alpha + \beta \leq \dfrac{3\pi}{2}$ ஆகையால் $\sin(\alpha + \beta) = 1$ ஆகும்போது $\alpha + \beta = \dfrac{\pi}{2}$ **(5)**

$\therefore \sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \pi/2$ **[35]**

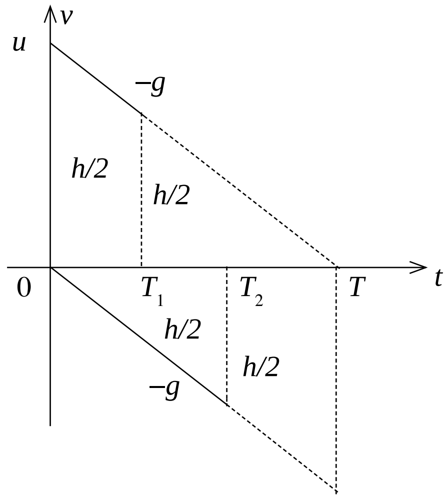
* * *

க.பொ.த. (உ.தரம்) உதவிக் கருத்தரங்கு - 2014
இணைந்த கணிதம் - வினாத்தாள் II
விடையளித்தலுக்கான வழிகாட்டி

பகுதி A

1. துணிக்கை P யை மாத்திரம் எறிந்தால், அது அடையும் உயரம் h எனவும் அதற்காக P யிற்கு எடுக்கும் நேரம் T எனவும் எடுப்போம்.

துணிக்கை P ஆனது $\frac{h}{2}$ தூரம் கிளம்புவதற்கு எடுக்கும் நேரம் T_1 ஆகவும் துணிக்கை Q ஆனது $\frac{h}{2}$ தூரம் விழுவதற்கு எடுக்கும் நேரம் T_2 ஆகவும் இருப்பின்,



$T_1 + T_2 = T$ ——— 1 **(5)**

துணிக்கை P யின் வரைபிலிருந்து

$T = \frac{u}{g}$, $h = \frac{1}{2}\, uT = \frac{u^2}{2g}$ **(5)**

துணிக்கை Q வின் வரைபிலிருந்து

$\frac{h}{2} = \frac{1}{2}\; T_2\;\; gT_2$ **(5)**

$\Rightarrow \frac{u^2}{4g} = \frac{1}{2}\, gT_2^{\,2}$

$\Rightarrow T_2^{\,2} = \frac{u^2}{2g^2}$

$\Rightarrow T_2 = \frac{u}{\sqrt{2}g}$, $T_2 > 0$ ஆகையால்,

$\therefore$ 1 இலிருந்து $T_1 = T - T_2 = \frac{u}{g} - \frac{u}{\sqrt{2}g} = \frac{u}{\sqrt{2}g}\,(\sqrt{2}-1)$ **(5)**

இங்கு $T_2 > T_1$.

துணிக்கை P இயக்கத்தை ஆரம்பிப்பதற்கு நேரம் $T_2 - T_1$ இற்கு முன்னர் துணிக்கை Q இயக்கத்தை ஆரம்பிக்க வேண்டும்.

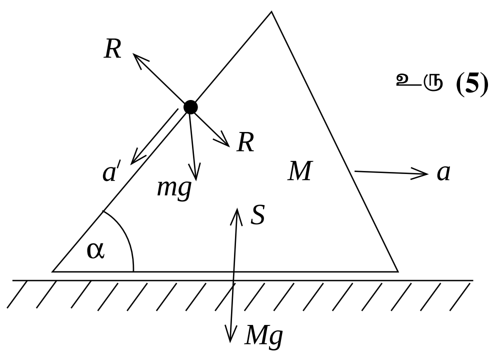
$T_2 - T_1 = \frac{u}{\sqrt{2}g} - \frac{u}{\sqrt{2}g}\,(\sqrt{2}-1) = \frac{u}{\sqrt{2}g}\,(2-\sqrt{2}\,) = \frac{u}{g}\,(\sqrt{2}-1)$ **(5) [25]**

2. தரை தொடர்பாக ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\longrightarrow a$ எனவும் ஆப்பு தொடர்பாகத் துணிக்கையின் ஆர்முடுகல்

$\underset{a'}{\swarrow}\alpha$ எனவும் கொள்வோம்.

அப்போது தரை தொடர்பாகத் துணிக்கையின்

ஆர்முடுகல் $= \underset{a'}{\swarrow}\alpha \rightarrow a$ ஆகும்.



உரு **(5)**

தொகுதிக்கு $\longrightarrow$ $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ என இடும்போது

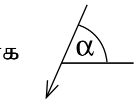
$0 = Ma + m\,(a - a'\cos\,\alpha)$ **(5)**

$\Rightarrow ma'\cos\,\alpha = (M+m)a$ ——— 1

தரை தொடர்பாக ஆப்புக்கு $\longrightarrow$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$ என இடும்போது,

$d = \frac{1}{2}at^2$ ——— 2 **(5)**

[பக். 2 ஐக் பார்க்க

துணிக்கை ஆப்பு தொடர்பாக  $s = ut + \frac{1}{2}\ at^2$ என இடும்போது,

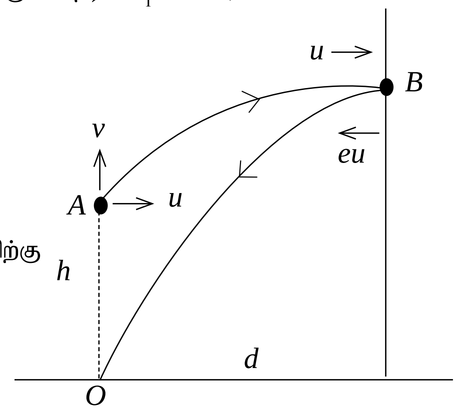
$$s = \frac{1}{2}\ a't^2 \ \text{———} \ (3) \qquad \textbf{(5)}$$

(2) , (3) ஆகியவற்றிலிருந்து $\frac{s}{d} = \frac{a'}{a}$

$$= \frac{M+m}{m} \cdot \frac{1}{\cos\ \alpha} \qquad \textbf{(5)}$$

$$\Rightarrow ms \cos\ \alpha \ \ = (M+m)d \qquad \textbf{[25]}$$

3. பந்து சுவரில் செங்குத்தாகப் படுவதனால் அப்போது அதன் நிலைக்குத்து வேகக் கூறு பூச்சியமாகும்.
$\therefore$ A யிலிருந்து B வரைக்குமான இயக்கத்திற்கு எடுக்கும் நேரம் t_1 எனின்,



$\uparrow$ $v = u + at$ என இடும்போது,

$0 = v - gt_1$

$\Rightarrow$ $t_1 = v/g$

A யிலிருந்து B வரைக்குமான கிடை இயக்கத்திற்கு

$\longrightarrow$ $d = u.\ t_1 = \frac{uv}{g}$ ——— (1) **(5)**

பந்து சுவரில் செங்குத்தாகப் படும் வேகம்

$\longrightarrow u$ ஆகையால், நிலத்தில் படும் வேகம் $\longleftarrow eu$ **(5)**

பந்து B யிலிருந்து O வரைக்கும் செல்வதற்கு எடுக்கும் நேரம் t_2 எனின்,

$d = eut_2$

$\Rightarrow t_2 = \frac{d}{eu} = \frac{v}{ge}$

$$\therefore \ \ t_1 + t_2 = \frac{v}{g} + \frac{v}{ge} = \frac{v}{ge}(1+e) \qquad \textbf{(5)}$$

A யிலிருந்து B யினூடாக O வரைக்குமான இயக்கத்திற்குப் பந்திற்கு

$\uparrow$ $s = ut + \frac{1}{2}\mathrm{a}t^2$ என இடும்போது, $-h = v\ (t_1 + t_2) - \frac{1}{2}g\ (t_1 + t_2)^2$ **(5)**

$$= \frac{v}{ge}\ (1+e)\ [v - \frac{1}{2}g.\ \frac{v}{ge}\ (1+e)]$$

$$= \frac{v}{ge}\ (1+e)\ [v - \frac{v}{2e}\ (1+e)]$$

$$= \frac{v^2\ (1+e)}{2ge^2}\ [2e - (1+e)]$$

$$= \frac{v^2\ (e^2-1)}{2ge^2} \qquad \textbf{(5)}$$

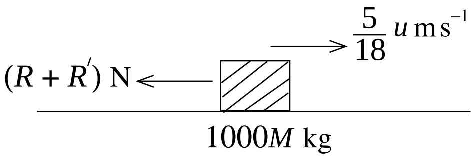
$$\Rightarrow \ \ 2ghe^2 = v^2\ (1-e^2) \qquad \textbf{[25]}$$

4. $u\,\text{km}\,\text{h}^{-1} = \dfrac{1000u\text{ m}}{3600\text{ s}} = \dfrac{5}{18}u\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$ **(5)**

$H = FV$ என இடும்போது

$1000H = R \times \dfrac{5}{18}u$ **(5)**

$\therefore Ru = 3600\,H$



$W = \Delta T$ என இடும்போது

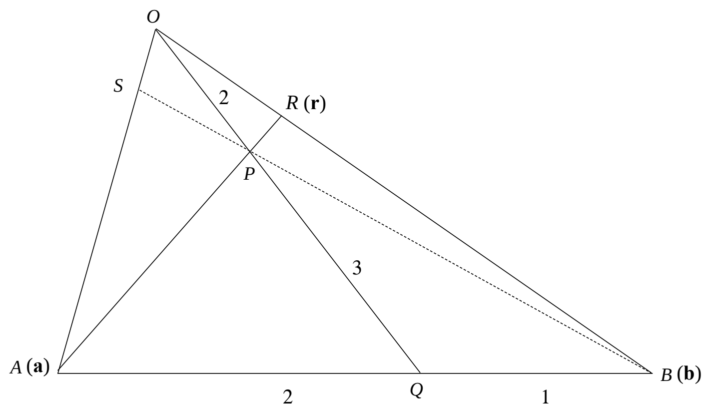
$(R + R')1000\,d = \dfrac{1}{2} \times 1000M \times \left(\dfrac{5u}{18}\right)^2 - 0$ **(10)**

$(R + R')d = \dfrac{25}{648}\,Mu^2$

$R'du = \dfrac{25}{648}\,Mu^3 - Rdu$ **(5)**

$= \dfrac{25}{648}\,Mu^3 - 3600Hd$ **[25]**

5.



$\mathbf{AQ} = \dfrac{2}{3}\,\mathbf{AB} = \dfrac{2}{3}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$ **(5)**

$\mathbf{OQ} = \mathbf{OA} + \mathbf{AQ} = \mathbf{a} + \dfrac{2}{3}(\mathbf{b} - \mathbf{a}) = \dfrac{1}{3}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$ **(5)**

$\mathbf{OP} = \dfrac{2}{5} \cdot \mathbf{OQ} = \dfrac{2}{5} \cdot \dfrac{1}{3}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) = \dfrac{2}{15}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$

$\mathbf{AP} = \mathbf{OP} - \mathbf{a} = \dfrac{2}{15}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) - \mathbf{a} = \dfrac{4\mathbf{b}}{15} - \dfrac{13\mathbf{a}}{15}$ **(5)**

$\mathbf{OA} + k\mathbf{AP} = \mathbf{a} + \dfrac{k}{15}(4\mathbf{b} - 13\mathbf{a}) = \dfrac{4k\mathbf{b}}{15} + (1 - \dfrac{13k}{15})\mathbf{a}$

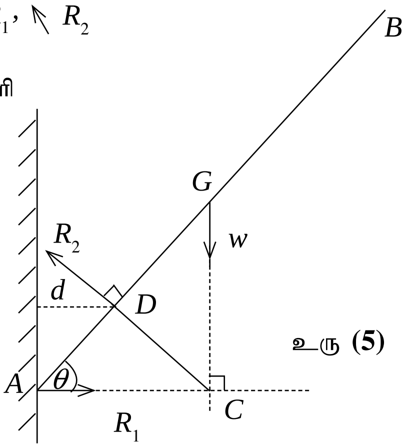
இது $\mathbf{a}$ யைச் சாராமல் இருப்பதற்கு $k = \dfrac{15}{13}$ **(5)**

அப்போது $\mathbf{OA} + k\mathbf{AP} = \mathbf{OR} = \dfrac{4k\mathbf{b}}{15} = \dfrac{4\,\mathbf{b}}{13}$ **(5)**

$\therefore\ OR : OB = 4 : 13$ **[25]**

6. கோல் AB மீது தாக்கும் விசைகள் $\downarrow w, \longrightarrow R_1, \nwarrow R_2$

நாப்பத்திற்கு இம்மூன்று விசைகளும் ஒரு புள்ளி (C) யில் இருத்தல் வேண்டும். (5)



$d = AD.\cos\theta = AC\cos\theta.\cos\theta$ (5)

$= AG\cos\theta.\cos\theta.\cos\theta$ (5)

$= a\cos^3\theta$

உரு **(5)**

$\therefore \cos^3\theta = \dfrac{d}{a}$ **(5) [25]**

7. $\mathrm{P}(X) \neq 0$, $\mathrm{P}(Y) \neq 0$ ஆகையால் $\mathrm{P}(X) . \mathrm{P}(Y) \neq 0$ ——— 1 **(5)**

ஆனால் X, Y ஆகியன தம்முள் புறநீக்குகின்றமையால், $\mathrm{P}(X \cap Y) = 0$ ——— 2 **(5)**

1 , 2 ஆகியவற்றிலிருந்து $\mathrm{P}(X \cap Y) \neq \mathrm{P}(X) . \mathrm{P}(Y)$

$\therefore$ X, Y ஆகியன சாராதனவல்ல. **(5)**

(i) $\mathrm{P}(A) = \dfrac{1}{2}$, $\mathrm{P}(A \backslash B) = \dfrac{1}{4}$ ஆகையால் $\mathrm{P}(A) \neq \mathrm{P}(A \backslash B)$.

$\therefore$ A, B ஆகியன சாராதனவல்ல. **(5)**

(ii) $\mathrm{P}(A \backslash B) = \dfrac{1}{4}$, $\mathrm{P}(B \backslash A) = \dfrac{1}{3}$ ஆகையால் $\mathrm{P}(A \cap B) \neq 0$ **(5)**

$\therefore A, B$ ஆகியன தம்முள் புறநீக்குவனவல்ல. **[25]**

8. $\mathrm{P}(A) = \dfrac{1}{2}, \ \mathrm{P}(B) = \dfrac{1}{4}, \ \mathrm{P}[(A \cap B') \cup (B \cap A')] = \dfrac{1}{3}$ **(5)**

(i) $\mathrm{P}(A \cup B) - \mathrm{P}(A \cap B) = \dfrac{1}{3}$ **(5)**

$\Rightarrow \ \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A \cap B) - \mathrm{P}(A \cap B) = \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \ 2.\mathrm{P}(A \cap B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \dfrac{1}{3}$

$= \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow \ \mathrm{P}(A \cap B) = \dfrac{5}{24}$ **(5)**

(ii) $\mathrm{P}(A \backslash B) = \dfrac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(B)}$, $\mathrm{P}(B) > 0$ **(5)**

$= \dfrac{\frac{5}{24}}{\frac{1}{4}} = \dfrac{5}{6}$ **(5)**

[25]

9. 9 நோக்கல்கள் : $3, \ 5, \ 5, \ 6, \ 10, \ 13, \ 13, \ x, \ y$

ஆகாரம் 5 ஆகையால் x, y ஆகியவற்றில் குறைந்தபட்சம் ஒன்று 5 ஆக வேண்டும். **(5)**

இடை 8 ஆகையால், $\dfrac{3+5+5+6+10+13+13+x+y}{9} = 8$ **(5)**

$x + y = 17$

$x = 5$ எனக் கொள்வோம். அப்போது $y = 12$ **(5)**

அப்போது 9 நோக்கல்கள் : $3, \ 5, \ 5, \ 5, \ 6, \ 10, \ 12, \ 13, \ 13,$

$\therefore$ இடையம் $= 6$ **(10)**

[25]

10. ஒன்பது நோக்கல்கள் : $x_i \ ; i = 1, 2, \dots, 9$ எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $\sum_{i=1}^{9} x_i = 25 \times 9 = 225$ **(5)**

$$\sum_{i=1}^{9} \frac{(x_i - 25)^2}{9} = 4^2$$ **(5)**

$$\therefore \sum_{i=1}^{9} (x_i - 25)^2 = 16 \times 9 = 144$$

புதிய குடித்தொகையின் இடை μ எனின்,

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{9} x_i + (15 + 20 + 40)}{9 + 3} = \frac{225 + 75}{12} = 25$$ **(5)**

புதிய குடித்தொகையின் நியம விலகல் σ எனின்,

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{9} (x_i - 25)^2 + (15-25)^2 + (20-25)^2 + (40-25)^2}{12}$$ **(5)**

$$= \frac{144 + 100 + 25 + 225}{12}$$

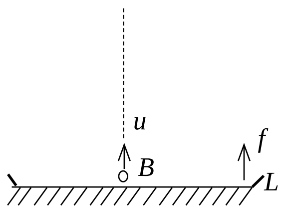
$$= \frac{494}{12}$$

மாறற்றிறன் $= 41.17$ **(5)**

$\therefore \sigma = \sqrt{41.17}$ **[25]**

பகுதி B

11. (a) $t = 0$ ஆகும்போது

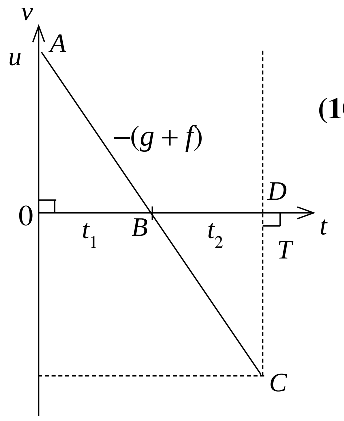


L - உயர்த்தி

B - பந்து

f - உயர்த்தியின் ஆர்முடுகல்

எனக் கொள்வோம்.



(10)

$t = 0$ ஆகும்போது $\mathbf{V}_{B,L} = \mathbf{V}_{B,E} + \mathbf{V}_{E,L} = \uparrow u + 0 \quad = \uparrow u$ **(5)**

ஆர்முடுகல் $\mathbf{a}_{B,L} = \mathbf{a}_{B,E} + \mathbf{a}_{E,L} = \downarrow g + \downarrow f \quad = \downarrow (g+f)$ **(10)**

வேக-நேர வரைபில் $OB = t_1$ எனவும் $BD = t_2$ எனவும் $T = t_1 + t_2$ எனவும் கொள்வோம். **(5)**

பந்தின் இயக்கத்தைக் கருதும்போது முக்கோணி AOB யின் பரப்பளவு = முக்கோணி BDC யின் பரப்பளவு ஆகையாலும் முக்கோணி AOB யும் முக்கோணி BDC யும் இயல்பொத்தன

ஆகையாலும், $t_1 = t_2 = \dfrac{T}{2}$ **(10)**

பந்தின் ஆர்முடுகலைக் கருதும்போது $\dfrac{u}{t_1} \quad = g + f$ **(10)**

$$\Rightarrow f = \frac{u}{t_1} - g$$

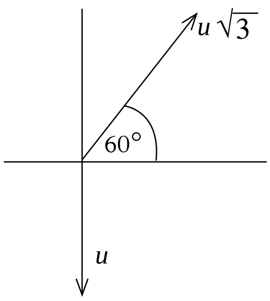
$$= \frac{2u}{T} - g \qquad \textbf{(5)}$$

$$= \frac{1}{T}[2u - gT]\,; \quad 2u - gT > 0$$

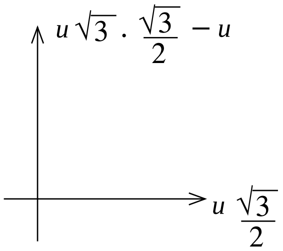
$$u > \frac{1}{2}gT$$

[55]

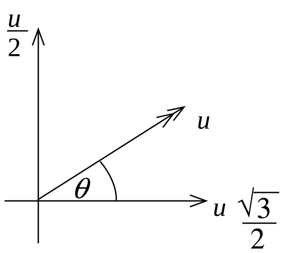
(b)(i) $\mathbf{V}_{B,E} = \mathbf{V}_{B,A} + \mathbf{V}_{A,E}$ **(5)**



=



=



(10)

$$\tan\theta = \frac{u}{2}\cdot\frac{2}{u\cdot\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$\therefore\ \theta = \pi/6$ **(10)**

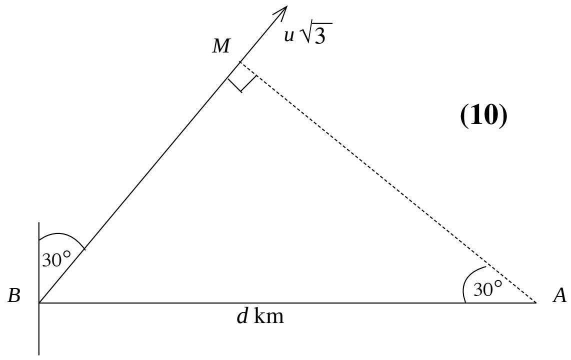
[25]

$\therefore$ எதிரிக் கப்பலின் வேகம் வடக்கிலிருந்து 60° கிழக்கே u ஆகும்.

[பக். 7 ஐக் பார்க்க

போர்க் கப்பல் தொடர்பாக எதிரிக் கப்பலின் இயக்கத்தை கருதுவோம்.

(ii)



(10)

இரு கப்பல்களும் கிட்ட இருக்கும்போது எதிரிக் கப்பல் இருக்கும் புள்ளி M எனக் கொள்வோம்.

போர்க் கப்பலிலிருந்து எதிரிக் கப்பலின் திசைகோள் $= 300^\circ$ **(10)**

(அதாவது வடக்கிலிருந்து 60° மேற்கேயாகும்.)

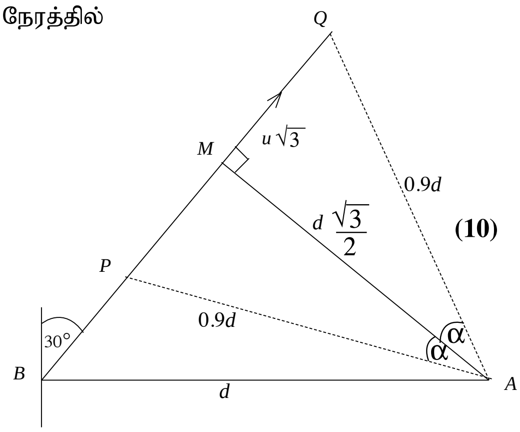
இரு கப்பல்களுக்கிடையே உள்ள குறுகிய தூரம் $= AM$

$= d\cos 30^\circ$

$= d\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ km **(10)**

[30]

(iii) எதிரிக் கப்பல் P யிலிருந்து Q இற்குச் செல்லும் நேரத்தில் தாக்குதலுக்கு உட்படும்.



(10)

இங்கு $\cos\alpha = d\dfrac{\sqrt{3}}{2} . \dfrac{10}{9d} = \dfrac{5}{3\sqrt{3}}$

$\therefore \sin\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$ **(10)**

$PQ = 2 . \dfrac{9}{10} d \sin\alpha = 2 . \dfrac{9d}{10} . \dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$

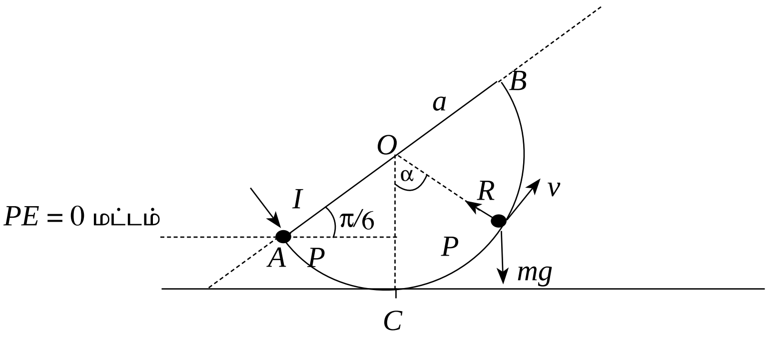
$= \dfrac{\sqrt{6}}{5} d$ **(10)**

அந்நேரம் $= \dfrac{\sqrt{6}}{5} d . \dfrac{1}{u\sqrt{3}}$ h

$= \dfrac{\sqrt{2}}{5u} d \times 60$ நிமிடம் **(10)**

$= 12\sqrt{2}\dfrac{d}{u}$ நிமிடம் **[40]**

12.



(i) A யில் துணிக்கைக்கு திசையில் $\mathbf{I} = \triangle(m\mathbf{v})$ இடும்போது

$I = mu \Rightarrow u = \dfrac{I}{m}$ **(10)** **[10]**

(ii) துணிக்கையின் தானச் சந்தர்ப்பங்கள் இரண்டையும் கருதிச் சக்திக் காப்பு விதியைப் பிரயோகிக்கும் போது

$\frac{1}{2}mv^2 - mg(a\cos\alpha - a\sin\pi/6) = \frac{1}{2}mu^2$ **(20)**

$\Rightarrow v^2 = u^2 + ga(2\cos\alpha - 1) \Rightarrow v = \sqrt{u^2 + ga(2\cos\alpha - 1)}$ **(10)**

துணிக்கைக்கு **PO** திசையில் $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ஐப் பிரயோகிக்கும்போது,

$R = mg\cos\alpha = m.\dfrac{v^2}{a}$ **(10)**

$\Rightarrow R = mg\cos\alpha + \dfrac{m}{a}[u^2 + ga(2\cos\alpha - 1)]$

$= \dfrac{m}{a}[u^2 + 3ga\cos\alpha - ga]$ **(10)** **[50]**

(iii) இங்கு α இருக்கும் ஆயிடை $-\pi/3 \le \alpha \le \dfrac{2\pi}{3}$ ஆக இருக்குமாறாகும். **(5)**

துணிக்கை B யை அடையும்போது $\alpha = \dfrac{2\pi}{3}$

அப்போது $v^2 = u^2 + ga\left(-2 \times \frac{1}{2} - 1\right) = u^2 - 2ga$ **(10)** $\therefore$ $u^2 \ge 2ga$ ஆக இருத்தல் வேண்டும். **(5)**

$R = \dfrac{m}{a}\left[u^2 + 3ga\left(-\frac{1}{2}\right) - ga\right] = \dfrac{m}{a}\left(u^2 - \frac{5}{2}ga\right)$ **(10)** $\therefore$ $u^2 \ge \frac{5}{2}ga$ ஆக இருத்தல் வேண்டும். **(5)**

$\therefore$ துணிக்கை B யை அடைவதற்கு மேற்குறித்த இரு தேவைகளையும் பூர்த்தி செய்வதற்கு

$u^2 \ge \frac{5}{2}ga \Rightarrow \dfrac{I^2}{m^2} \ge \frac{5}{2}ga$ **(10)**

$I^2 \ge \dfrac{m^2}{4} \times 10ga$

$I \ge \dfrac{m}{2}\sqrt{10ga}$ **[45]**

[பக். 9 ஐக் பார்க்க

(iv) துணிக்கை B யில் பாத்திரத்திலிருந்து வெளியேறும் வேகம் w எனின்,

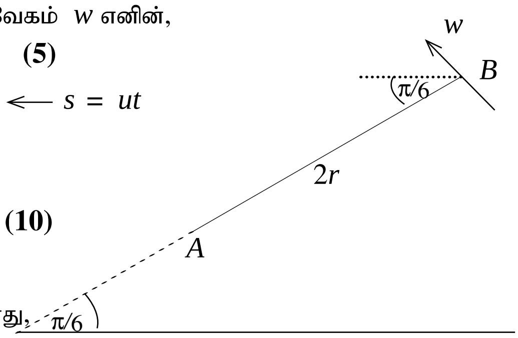
$w^2 = u^2 - 2ga > 0$ **(5)**

துணிக்கை B யிலிருந்து A வரைக்கும் இயக்கத்திற்கு $\longleftarrow$ $s = ut$

ஐப் பிரயோகிக்கும்போது,

$2a \cos \frac{\pi}{6} = w \sin \frac{\pi}{6} . t$ **(10)**

$2\sqrt{3}\, a = wt$ ——————— ①



இயக்கத்திற்கு $\uparrow$ $s = ut + \frac{1}{2} at^2$ ஐப் பிரயோகிக்கும்போது,

$-2a \sin \frac{\pi}{6} = w \cos \frac{\pi}{6}\, t - \frac{1}{2} gt^2$ **(10)**

① இலிருந்து, $-a = w. \frac{\sqrt{3}}{2} . 2\sqrt{3} \frac{a}{w} - \frac{1}{2} g . \frac{4 \times 3a^2}{w^2}$

$-a = 3a - \frac{6g\, a^2}{w^2}$

$6ga^2 = 4aw^2$ **(10)**

$3ga = 2 (u^2 - 2ga)$

$2u^2 = 7ga$ **(10)**

$\frac{I^2}{m^2} = \frac{7}{2} ga$

$I = m\sqrt{\frac{7}{2} ga} = \frac{m}{2}\sqrt{14ga}$ **[45]**

13. இழை AB யின் இயற்கை நீளம் $3l$; மீள்தன்மை மட்டு $3mg$

(i) நாப்பத் தானத்தில் $AB = l^{/} (l^{/} > 3l)$ எனக் கொள்வோம்.

துணிக்கையின் நாப்பத்தைக் கருதும்போது,

$T = mg$ **(10)**

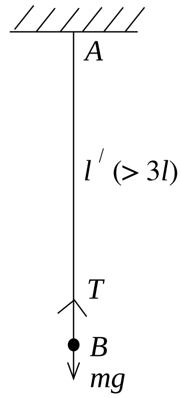
$3mg. \frac{(l^{/} - 3l)}{3l} = mg$ **(10)**

$l^{/} - 3l = l$

$l^{/} = 4l$

$\therefore$ நாப்பத் தானத்தில் A யிலிருந்து உள்ள **(10)**

நிலைக்குத்துத் தூரம் $= 4l$



[30]

(ii) வளையத்திற்குச் சக்திக் காப்பு விதியிலிருந்து

$\frac{1}{2} m 0 + mg. 4l = \frac{1}{2} mu^2 + 0$ **(10)**

$\Rightarrow u^2 = 8gl$ **(5)**

$\Rightarrow u = 2\sqrt{2gl}$ **[15]**

[புவியீர்ப்பின் கீழ் வளையத்தின் இயக்கத்தைக் கருதும்போதும் இப்பேறு கிடைக்கின்றது.]

[பக். 10 ஐக் பார்க்க

(iii) வளையமும் துணிக்கையும் மோதுவதைக் கருதுவோம்.

மோதுமுன்னர் $m \circ \downarrow u$ மோதிய பின்னர் $2m \odot \downarrow u^{/}$

$m \bullet \downarrow u$

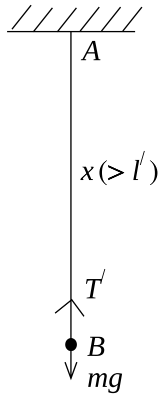
$\downarrow$ உந்தக் காப்பு விதியைப் பிரயோகிக்கும்போது,

$$2mu^{/} = mu + 0 \quad \textbf{(10)}$$

$$\Rightarrow u^{/} = \frac{1}{2}u = \sqrt{2gl} \quad \textbf{(5)} \qquad \textbf{[15]}$$

(iv) பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில் சேர்த்திப் பொருள் A யிலிருந்து நிலைக்குத்துத் தூரம் x கீழே இருக்கும் ஒரு சந்தர்ப்பத்தைக் கருதுவோம். $x > l^{/}$ ஆகும். சேர்த்திப் பொருளுக்கு $\downarrow \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ஐப் பிரயோகிக்கும்போது

$$2mg - T^{/} = 2m\ddot{x} \quad \textbf{(10)}$$



(10)

$$2m\ddot{x} = 2mg - 3mg\,\frac{(x-3l)}{3l}$$

$$\ddot{x} = g - \frac{g}{2l}\,(x-3l)$$

$$= -\frac{g}{2l}\,(x-5l)$$

இது $\ddot{y} = -\omega^2 y$ வடிவத்தை எடுக்கின்றது. $\frac{g}{2l} > 0$ ஆகையால், **(10)**

இங்கு $\omega^2 = \frac{g}{2l}$, $y = x - 5l$

$\therefore$ சேர்த்திப் பொருளின் இயக்கம் எளிய இசை இயக்கமாக இருக்கும் அதே வேளை **(10)**
கோண வேகம் $\omega = \sqrt{\frac{g}{2l}}$ ஆகும்.

(10) **[50]**

அலைவுக் காலம் $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{g}{2l}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2l}{g}}$

(v) சேர்த்திப் பொருளின் எளிய இசை இயக்கத்தில் அலைவு மையம் A யிலிருந்து $5l$ நிலைக்குத்துத் தூரத்தில் உள்ளது. **(10)**

அதன் வீச்சம் a எனின்,

$v^2 = \omega^2\,(a^2 - y^2)$ ஐப் பிரயோகிக்கும்போது,

$v^2 = \frac{g}{2l}\,[a^2 - (x-5l)^2]$ ஆகும். **(10)**

$x > l^{/} = 4l$ ஆகும்போது $v = \sqrt{2gl}$ ஆகையால்,

$$2gl = \frac{g}{2l}\,[a^2 - (4l - 5l)^2]$$

$$= \frac{g}{2l}\,[a^2 - l^2]$$

$$\therefore\ 4l^2 = a^2 - l^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{5}\,l \quad \textbf{(10)}$$

$\therefore$ இயக்கத்திற்குத் தடை இல்லாதிருப்பதற்குச் சீலிங்கின் குறைந்தபட்ச உயரம் $5l + a$, **(10)** **[40]**
அதாவது $(5+\sqrt{5})\,l$ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.

[பக். 11 ஐக் பார்க்க

14. (a) $\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b} = \mathbf{0} \Rightarrow \lambda\mathbf{a} = -\mu\mathbf{b}$

ஆனால், $\mathbf{a} \nparallel \mathbf{b}$ ஆகையால் $\lambda\mathbf{a} \nparallel -\mu\mathbf{b}$ ஆகும்.

$\therefore$ $\lambda\mathbf{a}$, $-\mu\mathbf{b}$ ஆகியன வேறுவேறாகச் சூனியக் காவியாக இருப்பதன் மூலம் மாத்திரம் $\lambda\mathbf{a} = -\mu\mathbf{b}$ ஆக இருக்கலாம்.

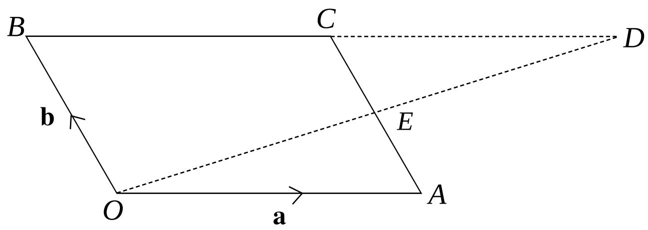
$\therefore$ $\lambda\mathbf{a} = \mathbf{0}$, $-\mu\mathbf{b} = \mathbf{0}$ ஆகும். **(10)**

ஆனால் $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$, $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$ ஆகையால் $\lambda = 0$, $-\mu = 0$ ஆக இருந்தால் மாத்திரம்

$\therefore$ $\lambda = 0$, $\mu = 0$ ஆகும். **(10)**

மறுதலையாக,

$\lambda = \mu = 0$ ஆகும்போது மாத்திரம் $\lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{b} = \mathbf{0}$ ஆகும்.



$BD = 3\,BC \Rightarrow \mathbf{BD} = 3\,\mathbf{BC} = 3\mathbf{a}$ ($\mathbf{BC} = \mathbf{OA} = \mathbf{a}$ ஆகையால்) **(5)**

$\mathbf{OD} = \mathbf{OB} + \mathbf{BD} = \mathbf{b} + 3\mathbf{a} = 3\mathbf{a} + \mathbf{b}$ **(10)**

$OE = \lambda\, OD \Rightarrow \mathbf{OE} = \lambda\,\mathbf{OD} = \lambda(3\mathbf{a} + \mathbf{b})$ **(5)**

ஆனால், $\mathbf{OE} = \mathbf{OA} + \mathbf{AE} = \mathbf{a} + \mu\,\mathbf{AC} = \mathbf{a} + \mu\,\mathbf{b}$ ($\mathbf{AC} = \mathbf{OB} = \mathbf{b}$ ஆகையால்) **(5)**

$\therefore \quad \lambda(3\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \mathbf{a} + \mu\,\mathbf{b}$

$(3\lambda - 1)\,\mathbf{a} + (\lambda - \mu)\,\mathbf{b} = \mathbf{0}$ **(5)**

$\mathbf{a} \nparallel \mathbf{b}$ ஆகையால், $3\lambda - 1 = 0$, $\lambda - \mu = 0$ ஆகும்.

$\therefore\ \lambda = \mu = \dfrac{1}{3}$ ஆகும். **(10)**

$\mathbf{a} = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j}$, $\mathbf{b} = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j}$ **[40]**

$OACB$ ஒரு சாய்சதுரமாக இருப்பதற்கு $OA = OB$

$\Rightarrow |\mathbf{OA}| = |\mathbf{OB}|$ **(5)**

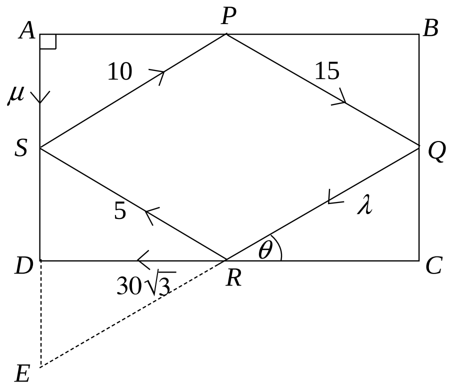
$\Rightarrow |\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$

$\Rightarrow x_1^2 + y_1^2 = x_2^2 + y_2^2$ **(5)** **[10]**

[பக். 12 ஐக் பார்க்க

(b) $AB = 6a$

$BC = 2\sqrt{3}a$



(10)

(i) நீட்டிய AD, QR ஆகிய கோடுகள் E யிற் சந்திக்கின்றன எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $DE = \sqrt{3}a$

$$\tan\theta = \frac{\sqrt{3}a}{3a} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$QR = \sqrt{3a^2+9a^2} = 2\sqrt{3}a$$ **(10)**

$$\overset{\curvearrowright}{E} = -30\sqrt{3}\times\sqrt{3}a - 5\times 2\sqrt{3}a\sin\frac{\pi}{3} + 10\times 2\sqrt{3}a\sin\frac{\pi}{3} + 15\times 4\sqrt{3}a\sin\frac{\pi}{3}$$

$$= -90a - 15a + 30a + 90a$$ **(10)**

$$= 15a$$

$$\neq 0$$ **(5)**

$\therefore$ தொகுதி நாப்பத்தில் இருக்க முடியாது.

(ii) தொகுதி ஓர் இணையாக ஒருங்குமெனின்,

$\longrightarrow X = 0, \uparrow Y = 0$ ஆக இருத்தல் வேண்டும். **(10)**

$$\longrightarrow X = 0 \Rightarrow -30\sqrt{3} - 5\cos\frac{\pi}{6} + 10\cos\frac{\pi}{6} + 15\cos\frac{\pi}{6} - \lambda\cos\frac{\pi}{6} = 0$$ **(5)**

$$-30\sqrt{3} + 20\times\frac{\sqrt{3}}{2} - \lambda.\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$\lambda\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{20\sqrt{3} - 60\sqrt{3}}{2} = \frac{-40\sqrt{3}}{2}$$

$$\lambda = -40$$

$$\uparrow Y = 0 \Rightarrow -\mu + 5\sin\frac{\pi}{6} + 10\sin\frac{\pi}{6} - 15\sin\frac{\pi}{6} - \lambda\sin\frac{\pi}{6} = 0$$ **(5)**

$$-\mu = \lambda\sin\frac{\pi}{6}$$

$$\mu = -\lambda\sin\frac{\pi}{6}$$

$$= 40\times\frac{1}{2}$$

$$= 20$$

(iii) தொகுதிய **AD** திசையில் ஒரு $10\,\mathrm{N}$ விசையாக ஒடுங்குமெனின்,

AD திசையில் கூறு $= 10\,\mathrm{N}$, **AD** யிற்குச் செங்குத்தான கூறு $= 0$ ஆக இருத்தல் வேண்டும். **(10)**

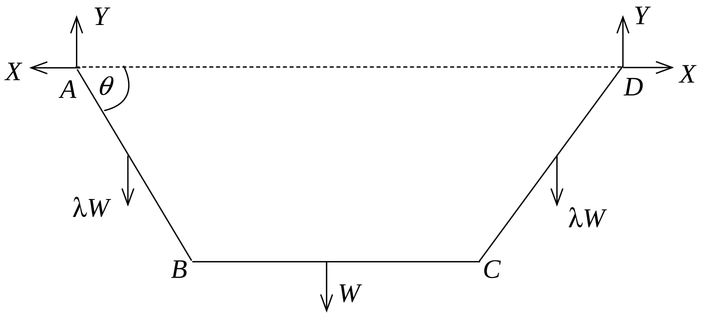
$$\Rightarrow \mu + \lambda\sin\frac{\pi}{6} = 10, \qquad \longrightarrow X = 0$$

$$\Rightarrow \mu = \lambda\sin\frac{\pi}{6} + 10$$ **(5)**, $\lambda = -40$ **(5)**

$$= 40\times\frac{1}{2} + 10$$

$$= 30$$ **[75]**

15. (a)



(5)

தொகுதியின் சமச்சீரில் $\theta = \frac{\pi}{3}$ **(5)**

(i) தொகுதியின் நாப்பத்தைக் கருதும்போது

$$\uparrow \; 2Y = W + 2\lambda W$$

$$Y = (\lambda + \frac{1}{2})\, W \qquad \textbf{(10)}$$

கோல் AB யின் நாப்பத்திற்கு B பற்றித் திருப்பங்களை எடுக்கும்போது

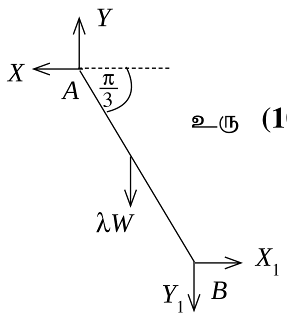
$$\overset{\curvearrowleft}{B} \quad \lambda W \,.\, 2a \cos\frac{\pi}{3} - Y \,.\, 4a\cos\frac{\pi}{3} + X \,.\, 4a \sin\frac{\pi}{3} = 0$$

$$X \,.\, 2\sqrt{3}a = (\lambda + \frac{1}{2})\, W \,.\, 2a - \lambda W a$$

$$X = \frac{1}{2\sqrt{3}}\,[\lambda W + W]$$

$$= \frac{W}{2\sqrt{3}}\;(\lambda + 1) \qquad \textbf{(10)} \qquad \textbf{[30]}$$

(ii) கோல் AB யின் நாப்பத்தை மாத்திரம் கருதும்போது, கோல் BC மீது B யில் மறுதாக்கத்தின் கிடைக் கூறு X_1 எனவும் நிலைக்குத்துக் கூறு Y_1 எனவும் கொள்வோம். அப்போது



உரு **(10)**

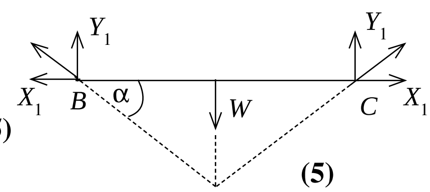
$$\longrightarrow \; X_1 = X$$

$$= \frac{W}{2\sqrt{3}}\;(\lambda + 1) \qquad \textbf{(5)}$$

$$\uparrow \; Y_1 = W$$

$$Y_1 = \frac{1}{2}\,W \qquad \textbf{(5)} \qquad \textbf{[20]}$$

(iii) $\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}a}{2} \cdot \frac{1}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{4}$ **(5)**



(5)

மேலும் $\tan\alpha = \frac{Y_1}{X_1} = \frac{W}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{W(\lambda + 1)} = \frac{\sqrt{3}}{(\lambda + 1)}$ **(5)**

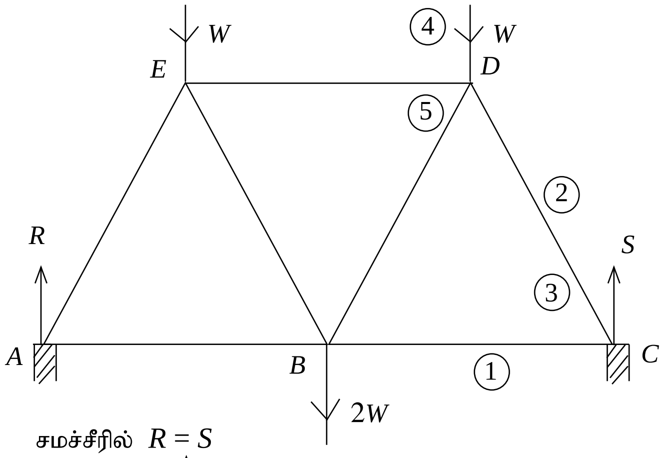
$\therefore \; \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{(\lambda + 1)}$ **(5)**

$\Rightarrow \; \lambda + 1 = 4$

$\lambda = 3$ **(5)** **[25]**

[பக். 14 ஐக் பார்க்க

(b)



(i) சமச்சீரில் $R = S$

நாப்பத்திற்கு $\uparrow$ $2S = 4W \Rightarrow S = 2W$

குறிப்பு : A பற்றித் திருப்பங்களை எடுக்கும்போது S கிடைக்கும். **(15)** **[15]**

(ii) தொகுதியின் சமச்சீரைக் கருதும்போது AB உம் CB, AE உம் CD, BE உம் BD உம் என்னும் கோல் சோடிகளின் தகைப்புகள் சமமெனக் கிடைக்கும். **(10)**

போவின் குறிப்பீட்டிற்கேற்பத் தகைப்பு வரிப்படத்தை வரையும்போது

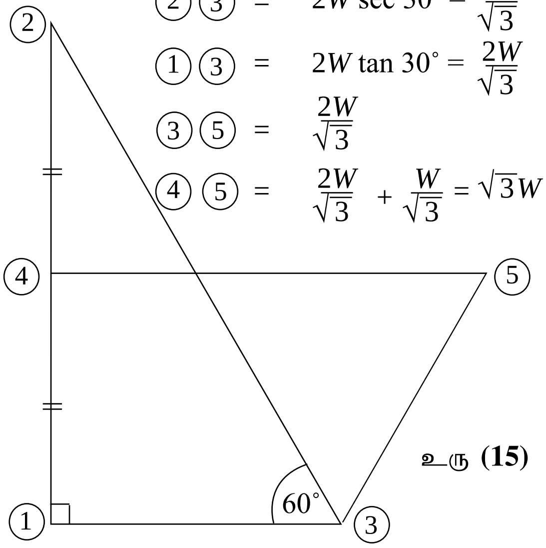
1 2 $= 2W$

2 3 $= 2W \sec 30^\circ = \dfrac{4W}{\sqrt{3}}$

1 3 $= 2W \tan 30^\circ = \dfrac{2W}{\sqrt{3}}$

3 5 $= \dfrac{2W}{\sqrt{3}}$

4 5 $= \dfrac{2W}{\sqrt{3}} + \dfrac{W}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}W$

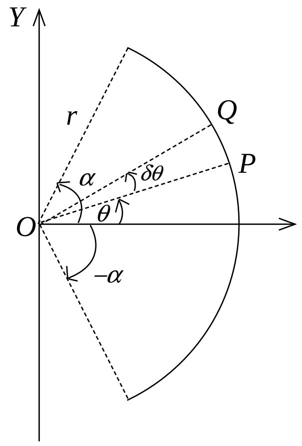


உரு **(15)**

கோல்	தகைப்பு		
	பருமன்	இயல்பு	
AB, CB	$\dfrac{2W}{\sqrt{3}}$	இழுவை	**(5)** + **(5)**
AE, CD	$\dfrac{4W}{\sqrt{3}}$	உதைப்பு	**(5)** + **(5)**
BE, BD	$\dfrac{2W}{\sqrt{3}}$	இழுவை	**(5)** + **(5)**
DE	$\sqrt{3}W$	உதைப்பு	**(5)**

[60]

16. (a)



சமச்சீரிலிருந்து மெல்லிய கம்பியின் திணிவு மையம் $G = (\bar{x}\,, 0)$ எனக் கொள்வோம்.

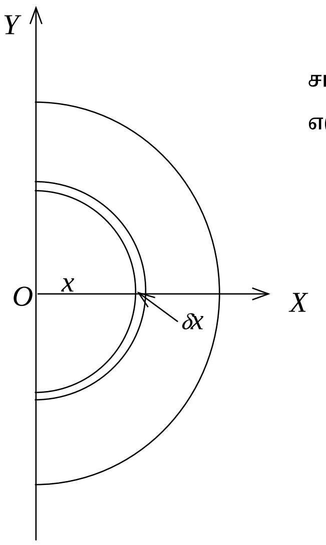
கம்பியின் நேர்கோட்டு அடர்த்தி m எனின்,

$$\bar{x} \;=\; \frac{\int_{-\alpha}^{\alpha} mr^2 \cos \mathrm{d}\theta}{\int_{-\alpha}^{\alpha} mr \,\mathrm{d}\theta}$$

$$= \frac{r\,[\sin\theta]_{-\alpha}^{\alpha}}{[\theta]_{-\alpha}^{\alpha}}$$

$$= \frac{r\,.\,2\sin\alpha}{2\alpha}$$

$$= \frac{r\sin\alpha}{\alpha} \qquad \textbf{(30)}$$



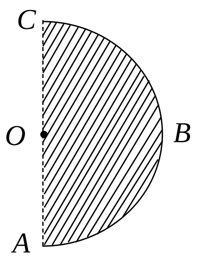
சமச்சீரிலிருந்து அடரின் திணிவு மையம் $G^{l} = (\bar{x}^{\,l}, 0)$ என எடுப்போம். அடரின் பரப்படர்த்தி ρ எனின்,

$$\bar{x}^{\,l} \;=\; \frac{\int_0^r \rho\pi x \,\frac{(x\sin\pi/2)}{\pi/2}\,\mathrm{d}x}{\int_0^r \rho\pi x\,\mathrm{d}x}$$

$$= \frac{2}{\pi}\,\frac{[x^3/3]_0^r}{[x^2/2]_0^r}$$

$$= \frac{4r}{3\pi} \qquad \textbf{(30)}$$

ABC, ADC ஆகியவற்றுடன் சேர்த்திப் பொருளின் திணிவு மையம் G சமச்சீரச்சு மீது உள்ளது. $OG = \bar{x}$ எனக் கொள்வோம்.

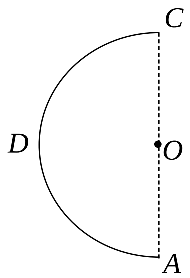
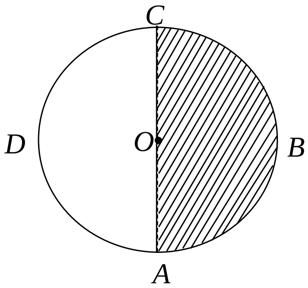
பொருள்	திணிவு	O விலிருந்து திணிவு மையத்திற்கு உள்ள தூரம்
	$\frac{1}{2}\,\pi r^2\cdot\sigma$	$\frac{4r}{3\pi}$

$$\bar{x} \;=\; \frac{\sum m_r x_r}{\sum m_r}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}\,\pi r^2\sigma\cdot\frac{4r}{3\pi} \;-\; \pi rk\cdot\frac{2r}{k}}{\frac{\pi r}{2}\,(r\sigma + 2k)}$$

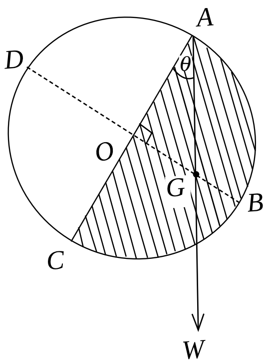
$$= \frac{4r}{3\pi}\cdot\frac{|r\sigma - 3k|}{(r\sigma + 2k)} \qquad \textbf{(20)}$$

[பக். 16 ஐக் பார்க்க

பொருள்	திணிவு	O விலிருந்து திணிவு மையத்திற்கு உள்ள தூரம்
	$\pi r \cdot k$	$-\dfrac{2r}{\pi}$
	$\dfrac{\pi r}{2}\ [r\sigma + 2k]$	$\bar{x}$

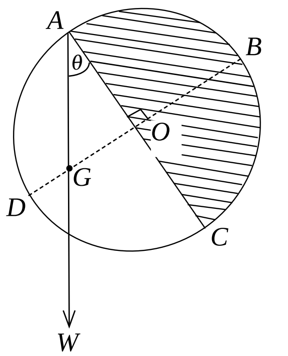
சேர்த்திப் பொருளைப் புள்ளி A யிலிருந்து சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடும்போது,

$r\sigma > 3k$ ஆக இருக்கும்போது



(10)

$r\sigma < 3k$ ஆக இருக்கும்போது



(10)

W ஆனது சேர்த்திப் பொருளின் நிறையாகும்.

நாப்பத்திற்கு AG நிலைக்குத்தாக இருத்தல் வேண்டும்.

அப்போது $\theta \ = \tan^{-1}\left(\dfrac{OG}{OA}\right)$

$$= \tan^{-1}\left[\frac{|r\sigma - 3k|}{3\pi\ (r\sigma + 2k)}\right] \qquad \textbf{(10)}$$

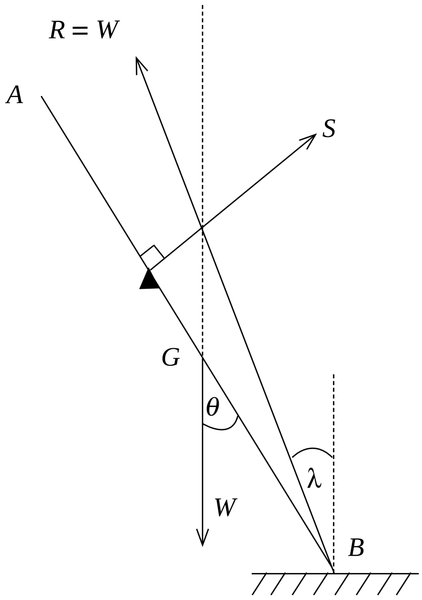
A யிற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே O இருப்பின், அப்போது $\theta = 0$ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.

(அதாவது $\mathrm{O} \equiv G$ ஆக இருத்தல் வேண்டும்.)

$\Rightarrow\ r\sigma = 3k$

$\Rightarrow\ k : \ \sigma \ = \ r : 3$ **(10)** **[120]**

16. (b)



(10)

$$\frac{W}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta + \lambda\right)} = \frac{R}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)} = \frac{S}{\sin \lambda}$$ **(10)**

$R = W$ ஆகையால், $\sin\left[\frac{\pi}{2} - (\theta - \lambda)\right] = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$

$\cos(\theta - \lambda) = \cos\theta$

$\cos\theta \cos\lambda + \sin\theta \sin\lambda = \cos\theta$

$$\tan\theta = \frac{1 - \cos\lambda}{\sin\lambda}$$

$$= \frac{2\sin^2\frac{\lambda}{2}}{2\sin\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\lambda}{2}}$$

$= \tan\frac{\lambda}{2}$, $\lambda \neq 0$ ஆகையால், $\frac{\lambda}{2} \neq 0$

$0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ஆகையால், $\theta = \frac{\lambda}{2}$ **(10)** **[30]**

17.(a) A : மீன் சந்தைக்குச் செல்லல்

B : சதொச விற்பனை நிலையத்திற்குச் செல்லல்

C : பொதுச் சந்தைக்குச் செல்லல்

F : மிகவும் விருப்பமான மீன் வகையை வாங்கல்

$P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B) = \frac{2}{5}$, $P(C) = \frac{1}{5}$

$P(F|A) = \frac{1}{5}$, $P(F|B) = \frac{1}{2}$, $P(F|C) = \frac{3}{5}$

(i) $P(F) = P(A).P(F|A) + P(B).P(F|B) + P(C).P(F|C)$ **(10)**

$= \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{5} + \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\cdot\frac{3}{5}$

$= \frac{1}{25}[2 + 5 + 3]$

$= \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$ **(10)** **[20]**

[பக். 18 ஐக் பார்க்க

(ii) $P(F^{/}) = 1 - P(F) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

$$P(A|F^{/}) = \frac{P(A) \,.\, P(F^{/}|A)}{P(F^{/})} = \frac{2}{5}\left(1-\frac{1}{5}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{8}{15}$$ **(10)**

அவ்வாறே, $P(B/F^{/},) = \frac{1}{3}$

$P(C/F^{/},) = \frac{1}{3}$

$\therefore\; P(A|F^{/}) > P(B|F^{/}) = P(C|F^{/})$

மீன் சந்தைக்குச் செல்கின்றமையால் **(10) [20]**

(iii) X : குறைந்தபட்சம் இரு நாட்களிலேனும் மிகவும் விருப்பமான மீன் வகையை வாங்கல்

$P(X) = P$(இரு நாட்களில் வாங்கல்) $+ P$ (மூன்று நாட்களில் வாங்கல்)

$= {}^{3}C_{2}\, [P(F)]^{2}\, [1 - P(F)] + [P(F)]^{3}$ **(10)**

$= 3 \times \frac{4}{25} \times \frac{3}{5} + \frac{8}{125}$

$= \frac{36+8}{125}$

$= \frac{44}{125}$ **(10) [20]**

(iv) A_1 : முதல் ஆள் மீன் சந்தைக்குச் செல்லல்

A_2 : இரண்டாம் ஆள் மீன் சந்தைக்குச் செல்லல்

B_1 : முதல் ஆள் சதொச விற்பனை நிலையத்திற்குச் செல்லல்

B_2 : இரண்டாம் ஆள் சதொச விற்பனை நிலையத்திற்குச் செல்லல்

C_1 : முதல் ஆள் பொதுச் சந்தைக்குச் செல்லல்

C_2 : இரண்டாம் ஆள் பொதுச் சந்தைக்குச் செல்லல் எனக் கொள்வோம்.

அப்போது $P(A_1) = P(A_2) = \frac{2}{5},\; P(B_1) = P(B_2) = \frac{2}{5},\; P(C_1) = P(C_2) = \frac{1}{5}$

Y : அவர்கள் இருவரும் ஒரே இடத்திற்குச் செல்வதாகக் கொள்வோம்.

அப்போது $P(Y) = P(A_1 \cap A_2) + P(B_1 \cap B_2) + P(C_1 \cap C_2)$ **(10)**

$= \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2$

$= \frac{4}{25} + \frac{4}{25} + \frac{1}{25}$

$= \frac{9}{25}$ **(10) [20]**

(b) $x_i\;;\; i = 1, 2, 3, \ldots, n$ தரவுக் கூட்டத்திற்கு

இடை $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i$ **(10)**

நியம விலகல் $s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}$ **(10)**

[பக். 19 ஐக் பார்க்க

$u_i = a + bx_i\ ;\ a, b > 0,\ i = 1, 2, 3, \dots, n$

$$\bar{u} = \frac{\sum_{i=1}^{n} u_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (a + bx_i)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} a + b\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{na}{n} + b\,\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$= a + b\bar{x}$$ **(10)**

$$s_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (u_i - \bar{u})^2}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (a + bx_i - a - b\bar{x})^2 = \frac{b^2}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

$$= b^2 s_x^2$$ **(10)**

$x_i\ ;\ i = 1, 2, 3, \dots, n$

$\bar{x} = 35,\ s_x = 4$

$y_i\ ;\ i = 1, 2, 3, \dots, n$

$\bar{y} = 19,\ s_y = \frac{12}{5}$

$u_i = 70 + 3x_i$

$\bar{u} = 70 + 3\bar{x}$

$= 70 + 3 \times 35$

$= 175$ **(5)**

$s_u^2 = 3^2 \sigma_x^2$

$= 9 \times 16$

$s_u = 3 \times 4 = 12$ **(5)**

$u_i = a + by_i$

$\bar{u} = a + b\bar{y} \Rightarrow 175 = a + 19b \Rightarrow a + 19b = 175$ ——— 1

$s_u^2 = b^2 s_y^2 \Rightarrow 144 = b^2 . \frac{12^2}{5^2} \Rightarrow b^2 = 25$ ——— 2

1 , 2 இன் $b = 5$ **(5)**

$a = 80$ **(5)**

$x_i = 55$ ஐ ஒத்த, u_i உருமாற்றத்தில் பெறுமானம் $= 70 + 3 \times 55 = 235$

$y_i = 32$ ஐ ஒத்த, u_i உருமாற்றத்தில் பெறுமானம் $= 80 + 5 \times 32 = 240$

$\therefore$ y_i உருமாற்றத்தில் 32 இற்கு x_i உருமாற்றத்தில் 55 இற்கு உள்ள பெறுமானத்திலும் கூடிய ஒரு பெறுமானம் u_i உருமாற்றத்தில் உண்டு **(10)** **[70]**

* * *