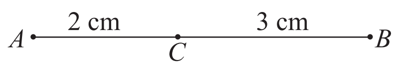
14 සමකෝණික ත්‍රිකෝණ

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සමරූපී හා සමකෝණික රූප යන්නෙහි අදහස තේරුම් ගැනීමට
- "ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයකට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවකින් ඉතිරි පාද දෙක සමානුපාතික ව බෙදේ" යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට
- "ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සරල රේඛාවක් මගින් සමානුපාතික ව බෙදයි නම්, එම සරල රේඛාව, ඉතිරි පාදයට සමාන්තර වේ" යන විලෝම ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට
- "සමකෝණික ත්‍රිකෝණවල අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ" යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට
- "ත්‍රිකෝණ දෙකක අනුරූප පාද සමානුපාතික නම්, එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමකෝණික වේ" යන විලෝම ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

දිග අතර අනුපාත



$AC = 2$ cm හා $CB = 3$ cm වන සේ AB මත C ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇති AB සරල රේඛා ඛණ්ඩයක් රූපයේ දැක්වේ. C මගින් AB රේඛා ඛණ්ඩය AC හා CB ලෙස කොටස් දෙකකට බෙදී ඇත.

එවිට, AC හා CB පාද අතර අනුපාතය, ඒවායේ දිග ඇසුරෙන් මෙසේ ලිවිය හැකි ය.

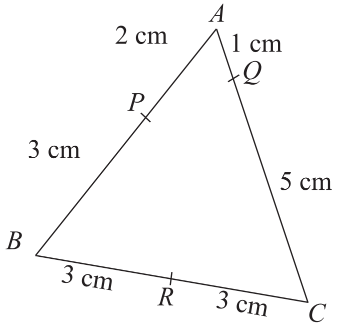
$$AC : CB = 2 : 3$$

එසේ ම, $AC : AB = 2 : 5$ ($AB = 5$ cm නිසා) ලෙස ද

$CB : AC = 3 : 2$ ලෙස ද

$CB : AB = 3 : 5$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

අනුපාතය සඳහා සම්බන්ධ කර ගන්නා පාදවල පිළිවෙළට ඒවායේ දිග අතර අනුපාතය ද ලිවිය යුතු ය. පහත රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණය සලකන්න.



රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පාද මත එහි දක්වා ඇති ආකාරයට P, Q හා R ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇති විට, පහත දැක්වෙන අයුරින් අනුපාත ලිවිය හැකි ය.

(i) $AP : PB = 2 : 3$, $AP : AB = 2 : 5$, $PB : AP = 3 : 2$

(ii) $AQ : QC = 1 : 5$, $AQ : AC = 1 : 6$, $QC : AQ = 5 : 1$

(iii) $BR : RC = 3 : 3 = 1 : 1$, $BR : BC = 3 : 6 = 1 : 2$

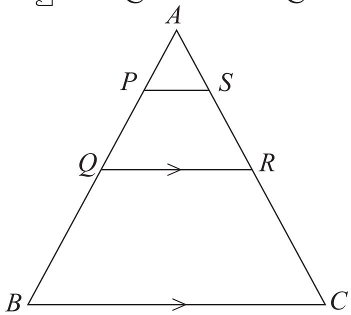
අනුපාත ඇසුරෙන් භාග ද ලිවිය හැකි බව අපි උගෙන ඇත්තෙමු. ඒ අනුව, ඉහත දැක්වෙන $AQ : QC = 1 : 5$ යන්න $\frac{AQ}{QC} = \frac{1}{5} = 0.2$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

14.1 ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක්, ඉතිරි පාදයට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවකින් බෙදීම

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් කැපී යන සේ ඉතිරි පාදයට සමාන්තර ව අඳින රේඛාවෙන් එම පාද දෙක බෙදෙන අනුපාත පිළිබඳ ව සොයා බැලීමට පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙමු.

ක්‍රියාකාරකම

- $AB = 6$ cm ද, ඉතිරි පාද දෙක ඕනෑ ම දිගක් ද වන පරිදි ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න.
- $AP = 2$ cm හා $AQ = 3$ cm වන පරිදි P හා Q ලක්ෂ්‍ය දෙක, AB මත ලකුණු කරන්න.
- විහිත චතුරස්‍රය භාවිතයෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් BCට සමාන්තර රේඛාවක් Q හරහා ඇඳ, එය AC රේඛාව හමු වන ලක්ෂ්‍යය R ලෙස නම් කරන්න.



- AR හා RC මැන ගන්න.
- BC ට සමාන්තර තවත් රේඛාවක් P හරහා පෙර පරිදි ම ඇඳ, එය AC රේඛාව හමුවන ලක්ෂ්‍යය S ලෙස නම් කරන්න.
- AS හා SC මැන ගන්න.
- දැන් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

අවස්ථාව	AB පාදයේ කොටස් අතර අනුපාතය	AC පාදයේ කොටස් අතර අනුපාතය	අනුපාත දෙක අතර සම්බන්ධතාව
Q හරහා සමාන්තර රේඛාව	$\frac{AQ}{QB} = \frac{3}{3} = 1$	$\frac{AR}{RC} =$	
P හරහා සමාන්තර රේඛාව	$\frac{AP}{PB} = \frac{2}{4} = 0.5$	$\frac{AS}{SC} =$	

- මේ ආකාරයට, සෘජුකෝණික හා මහා කෝණික ත්‍රිකෝණ සඳහා ද, පාදයකට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවකින් ඉතිරි පාද දෙක බෙදී යන අනුපාත අතර සම්බන්ධතාව පරීක්ෂා කරන්න.

ඔබට ලැබුණු ප්‍රතිඵල පහත දැක්වෙන වගන්තිය සමඟ ගැළපේ දැයි බලන්න.

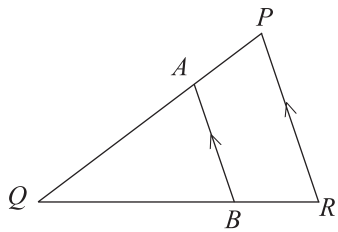
ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයකට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවකින් ඉතිරි පාද දෙක බෙදෙන්නේ ද සමාන අනුපාත ඇති ව යි.

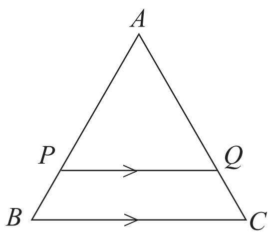
ඉහත ලබා ගත් ප්‍රතිඵලය, ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

ප්‍රමේයය:
ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයකට සමාන්තර ව අඳින ලද සරල රේඛාවක් එහි ඉතිරි පාද දෙක සමානුපාතික ව බෙදයි.

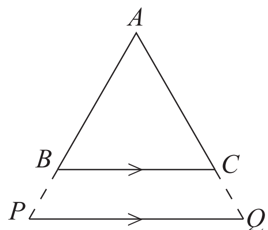
නිදසුනක් ලෙස, රූපයේ දැක්වෙන PQR ත්‍රිකෝණයේ, PR පාදයට සමාන්තර ව AB ඇඳ තිබේ.
එවිට, ප්‍රමේයය අනුව,

(i) $QA : AP = QB : BR$ එනම්, $\frac{QA}{AP} = \frac{QB}{BR}$ වේ.

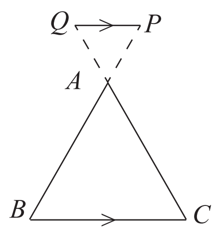




(i) රූපය



(ii) රූපය



(iii) රූපය

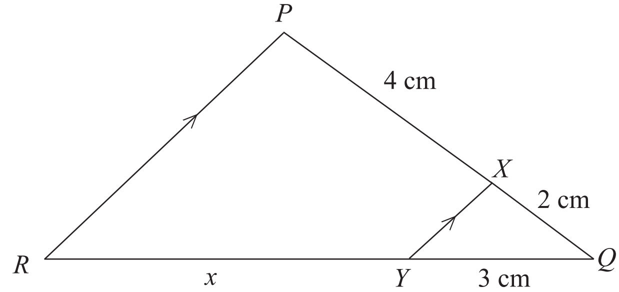
ඉහත (i) රූපයේ AB හා AC පාද අභ්‍යන්තර ව බෙදී යන සේ, BCට සමාන්තර ව PQ ඇඳ ඇත. එහෙත්, (ii) හා (iii) රූපවල BCට සමාන්තර වූ PQ රේඛාව දික් කළ AB හා AC පාද P හා Q හි දී හමු වේ. මෙවැනි අවස්ථාවල දී PQ මගින් AB හා BC පාද බාහිර ව ඡේදනය වේ යැයි කියනු ලැබේ. මෙසේ එක් එක් පාදය බාහිරින් හෝ අභ්‍යන්තරයෙන් හෝ බෙදනු ලැබුව ද, ඉහත ප්‍රමේයය වලංගු වේ. එනම්,

ඉහත රූප තුන ම සඳහා $\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$ වේ.

දැන් මෙම ප්‍රමේයය යොදා ගෙන කරන ලද ගණනය කිරීම් ඇතුළත් පහත නිදසුන් බලන්න.

නිදසුන 1

PQR ත්‍රිකෝණයේ, PR පාදයට සමාන්තර ව XY ඇඳ තිබේ. $PX = 4$ cm ද $XQ = 2$ cm, $YQ = 3$ cm ද නම්, RY හි දිග සොයන්න.



RY හි දිග x ලෙස ගනිමු.
එවිට, PRට සමාන්තර ව XY ඇඳ ඇති නිසා, ප්‍රමේයයට අනුව,

$$\frac{RY}{YQ} = \frac{PX}{XQ}$$

එනම් $$\frac{x}{3} = \frac{4}{2}$$

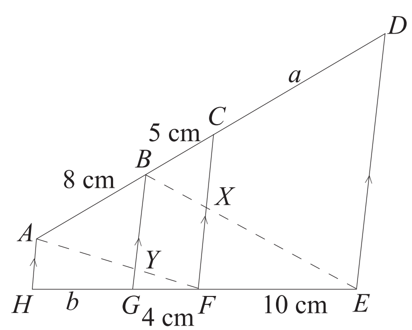
$$\therefore \quad 2x = 4 \times 3$$

$$\therefore \quad x = 6$$

$\therefore$ RY හි දිග 6 cm වේ.

නිදසුන 2

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව a හා b මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.



මුලින් ම BE යා කරමු.
BED ත්‍රිකෝණයේ, $DE//CX$ නිසා, ප්‍රමේයයට අනුව CX මගින්, BD හා BE පාද සමානුපාතික ව බෙදේ.

එනම්, $\dfrac{BC}{CD} = \dfrac{BX}{XE}$

එනම්, $\dfrac{5}{a} = \dfrac{BX}{XE}$ ——— ①

දැන්, BGE ත්‍රිකෝණයේ, $BG//XF$ නිසා ප්‍රමේයයට අනුව, EB හා EG පාද XF මගින් සමානුපාතික ව බෙදේ.

එනම්, $\dfrac{BX}{XE} = \dfrac{GF}{FE}$

එමනිසා, $\dfrac{BX}{XE} = \dfrac{4}{10}$ ——— ②

① හා ② සමීකරණ දෙකෙන්

$$\frac{5}{a} = \frac{4}{10}$$

එනම්, $4a = 50$

$$\therefore \quad a = \frac{50}{4}$$

$$= \underline{\underline{12.5 \text{ cm}}}$$

ඉහත ආකාරයට ම AF යා කිරීමෙන්,

ACF ත්‍රිකෝණයේ, $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{AY}{YF}$

$\dfrac{8}{5} = \dfrac{AY}{YF}$ ——— ③

AHF ත්‍රිකෝණයේ, $\dfrac{AY}{YF} = \dfrac{HG}{GF}$

$\dfrac{AY}{YF} = \dfrac{b}{4}$ ——— ④

③ හා ④ සමීකරණ දෙකෙන්,

$$\frac{b}{4} = \frac{8}{5}$$

$$5b = 32$$

$$\therefore \quad b = \frac{32}{5}$$

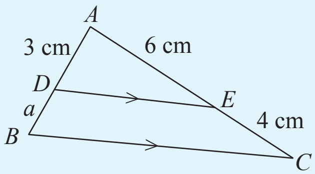
$$= \underline{\underline{6.4 \text{ cm}}}$$

දැන් පහත අභ්‍යාසයේ ඇතුළත් ගණනය කිරීම්වල යෙදෙමින්, උගත් කරුණු තහවුරු කර ගන්න.

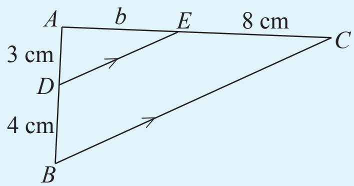
14.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූප සටහනේ සමහර සරල රේඛා ඛණ්ඩවල දිග අඥාත මගින් දක්වා ඇත. එම අඥාත මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

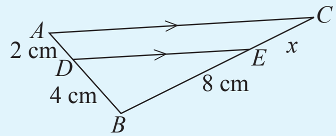
(i)



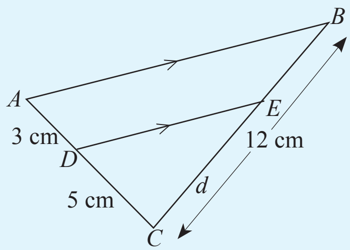
(ii)



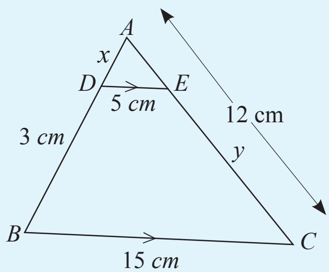
(iii)



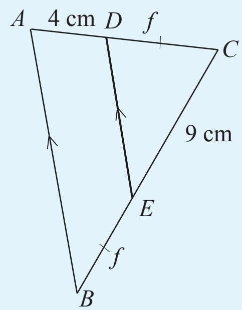
(iv)



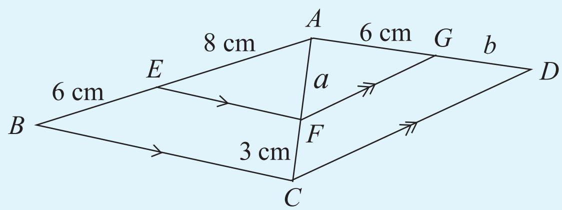
(v)



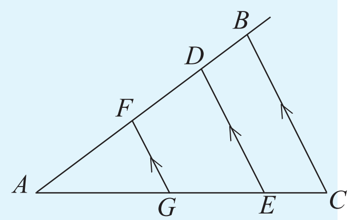
(vi)



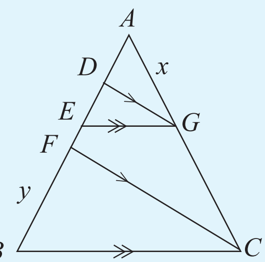
2. දී ඇති රූපයේ දී ඇති තොරතුරු හා මිනුම් අනුව, a හා b මගින් දැක්වෙන අගයන් සොයන්න.



3. දී ඇති රූපයේ $FG//DE//BC$ වේ. $AF = 6$ cm, $DB = 3$ cm, $AG = 8$ cm හා $GE = 8$ cm වේ. FD හා EC රේඛා ඛණ්ඩවල දිග වෙන වෙන ම සොයන්න.



4. දී ඇති $DG//FC$ හා $EG//BC$ වේ. $AD = 6$ cm, $DE = 4$ cm, $EF = 5$ cm හා $GC = 18$ cm වේ. x හා y මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.

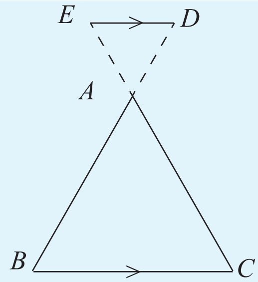


5. රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ දික් කරන ලද BA හා CA පාද BCට සමාන්තර ව ඇඳි ED රේඛාවෙන් බාහිරින් බෙදී ඇත. $AE = 2$ cm, $AD = 3$ cm හා $AC = 4$ cm වේ. AB රේඛා ඛණ්ඩයේ දිග x මගින් දැක්වේ.

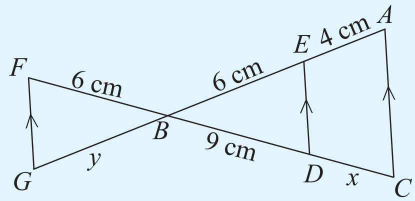
(i) හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

$DB : .... = ... : EA$

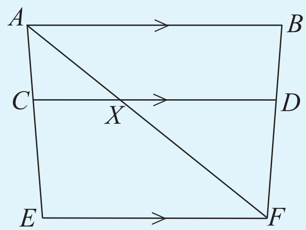
(ii) x මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.



6. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව x හා y මගින් දැක්වෙන අගයන් සොයන්න.



7. දී ඇති රූපයේ $AB//CD//EF$ වේ. $AC = 3$ cm, $CE = 5$ cm හා $BF = 12$ cm වේ. BD හා DF හි අගයන් සොයන්න.



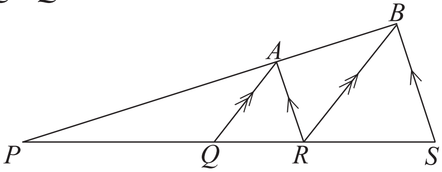
8. ABC ත්‍රිකෝණයේ $B\hat{C}A$ හි සමච්ඡේදකයට AB පාදය Xහි දී හමු වේ. $PX = PC$ වන සේ, P ලක්ෂ්‍යය, BC මත පිහිටා තිබේ. $PX = 9$ cm, $BX = 5$ cm හා $AX = 6$ cm නම් BC පාදයේ දිග සොයන්න.

14.2 ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමානුපාතික ව බෙදීම තවදුරටත්

"ත්‍රිකෝණයක එක් පාදයකට සමාන්තර ව අඳින ලද සරල රේඛාවක් එහි ඉතිරි පාද දෙක සමානුපාතික ව බෙදයි" යන ප්‍රමේයය යොදා ගෙන අනුමේයන් සාධනය කිරීම පිළිබඳ ව මෙම කොටසින් සාකච්ඡා කරමු.

නිදසුන 1

දී ඇති රූපයේ, $PQRS$ හා PAB සරල රේඛා වේ. $BS//AR$ සහ $BR//AQ$ වේ.
$PR : RS = PQ : QR$ බව සාධනය කරන්න.



සාධනය : PBR ත්‍රිකෝණයේ, BR පාදයට AQ සමාන්තර නිසා, ප්‍රමේයයට අනුව,

$PA : AB = PQ : QR$ ——— 1

PBS ත්‍රිකෝණයේ, BS පාදයට AR සමාන්තර නිසා, ප්‍රමේයයට අනුව,

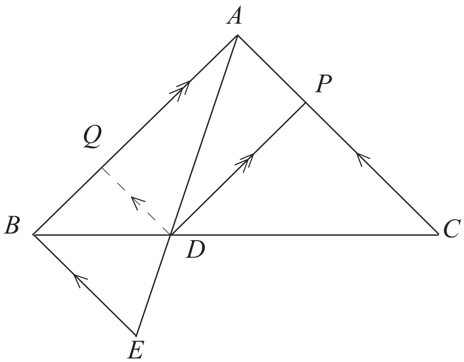
$PA : AB = PR : RS$ ——— 2

1 හා 2 න්

$PR : RS = PQ : QR$

නිදසුන 2

D යනු *ABC* ත්‍රිකෝණයේ *BC* පාදය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. දික් කළ *AD* රේඛාව *E* හි දී හමු වන සේ, *AC* ට සමාන්තර ව, *BE* ඇඳ තිබේ. *AB* ට සමාන්තර ව *D* සිට ඇඳි රේඛාවට *P* හි දී *AC* හමු වේ. $CP : PA = AD : DE$ බව සාධනය කරන්න.



මෙහි දී, ඉහත නිදසුනේ පරිදි ම, ත්‍රිකෝණ යුගලයකුත්, එම එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ පාදයකට සමාන්තර රේඛාවකුත් තෝරා ගත යුතු ය. මේ සඳහා *ABE* ත්‍රිකෝණයත් *ABC* ත්‍රිකෝණයත් තෝරා ගනිමු. එසේ තෝරා ගන්නේ එම ත්‍රිකෝණ දෙකට ම පොදු පාදයක් තිබීම නිසා ය.

එහෙත් *ABE* ත්‍රිකෝණයේ පාදයකට සමාන්තර රේඛාවක් නැත. එමනිසා, එවැනි රේඛාවක් මුලින් ම නිර්මාණය කර ගනිමු.

නිර්මාණය : *AB* පාදය *Q* හි දී හමු වන සේ, *BE* ට සමාන්තර ව *DQ* ඇඳීම. (මෙවිට, *AC*, *QD* හා *BE* රේඛා එකිනෙකට සමාන්තර වේ.)

සාධනය :

ABC ත්‍රිකෝණයේ, AB පාදයට PD සමාන්තර නිසා, ප්‍රමේයයට අනුව,

$CP : PA = CD : DB$ ——— 1

ABC ත්‍රිකෝණයේ, AC පාදයට QD සමාන්තර නිසා, ප්‍රමේයයට අනුව,

$AQ : QB = CD : DB$ ——— 2

ABE ත්‍රිකෝණයේ, BE පාදයට QD සමාන්තර නිසා, ප්‍රමේයයට අනුව,

$AQ : QB = AD : DE$ ——— 3

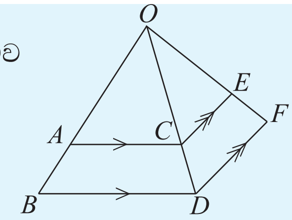
1, 2 හා 3 සමීකරණවලින්,

$CP : PA = CD : DB = AQ : QB = AD : DE$ ලෙස ලැබේ.

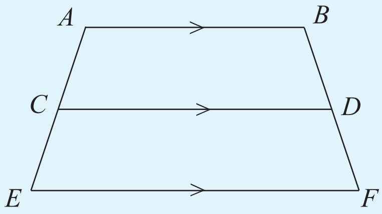
$\therefore \quad CP : PA = AD : DE$

14.2 අභ්‍යාසය

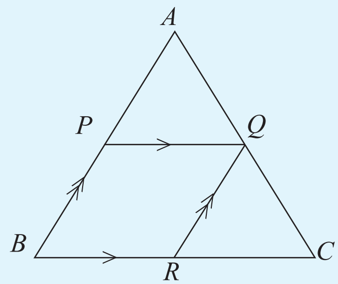
1. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $OA : AB = OE : EF$ බව පෙන්වන්න.



2. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $AC : CE = BD : DF$ බව සාධනය කරන්න.

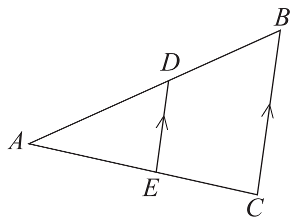


3. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව $AP : PB = BR : RC$ බව සාධනය කරන්න.



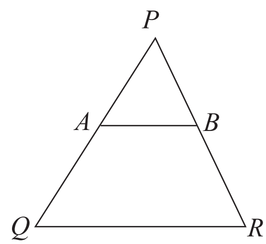
4. PQR ත්‍රිකෝණයේ, QR පාදය මත A ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත. PR ට සමාන්තර ව, A හරහා ඇඳි රේඛාව PQ පාදය B හි දී හමු වේ. AB රේඛාව C හි දී ද, PQ රේඛාව D හි දී ද කැපී යන සේ, R සිට RCD රේඛාව ඇඳ ඇත. $D\hat{B}C = B\hat{C}D$ නම්, $\dfrac{QA}{AR} = \dfrac{QB}{CR}$ බව සාධනය කරන්න.

14.3 ත්‍රිකෝණයක ඕනෑ ම පාදයකට සමාන්තර ව ඇඳි රේඛාවෙන් ඉතිරි පාද සමානුපාතික ව බෙදීමට සම්බන්ධ ප්‍රමේයයේ විලෝමය



ABC ත්‍රිකෝණයේ, BC පාදයට සමාන්තර ව ඇඳි DE රේඛාවෙන්, AB පාදය හා AC පාදය බෙදෙන්නේ එක ම අනුපාතයෙන් බව ඉහත ප්‍රමේයයෙන් නිගමනය වේ.

එනම්, $BC//DE$ නිසා, $AD : DB = AE : EC$ වේ. එම ප්‍රමේයයේ විලෝමය රූපයේ දැක්වෙන PQR ත්‍රිකෝණය අනුව තේරුම් ගනිමු.



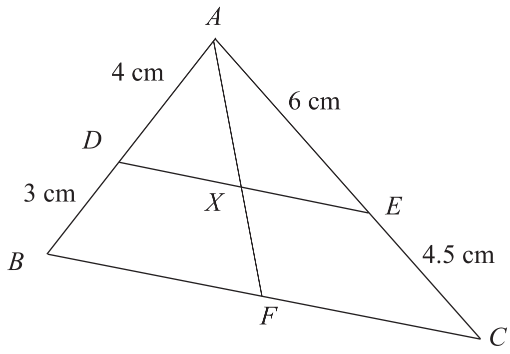
මෙහි PQ හා PR පාද දෙක AB රේඛාවෙන් ඡේදනය වී ඇත. එක් එක් පාදයේ වෙන් වූ කොටස් අතර අනුපාත $PA : AQ$ හා $PB : BR$ වේ.

මෙම අනුපාත දෙක සමාන වේ නම්, එනම් $PA : AQ = PB : BR$ වේ නම් එවිට, එම පාද දෙක ඡේදනය කරන රේඛාව වන AB, ඉතිරි පාදය වන QR පාදයට සමාන්තර වේ. මෙය, පාඩමේ මුලින් උගත් ප්‍රමේයයේ විලෝමය යි. එම ප්‍රතිඵලය මෙසේ ප්‍රමේයයක් ලෙස දැක්විය හැකි ය.

ඉහත ප්‍රමේයයේ විලෝමය:
සරල රේඛාවක් මගින් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමානුපාතික ව බෙදේ නම්, එම සරල රේඛාව, ත්‍රිකෝණයේ ඉතිරි පාදයට සමාන්තර වේ.

මෙම ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගණනය කිරීම් හා අනුමේයයන් සාධනය කිරීම් ඇතුළත් නිදසුන් කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

නිදසුන 1



රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව $AX : XF$ හි අගය සොයන්න.

ABC ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට, $AD : DB = 4 : 3$ ද

$AE : EC = 6 : 4.5 = 4 : 3$ ද නිසා

$AD : DB = AE : EC$ වේ.

$\therefore$ AB හා AC රේඛා DE රේඛාවෙන් සමානුපාතික ව බෙදී ඇත.

$\therefore$ ප්‍රමේයයේ විලෝමය අනුව $DE // BC$ වේ.

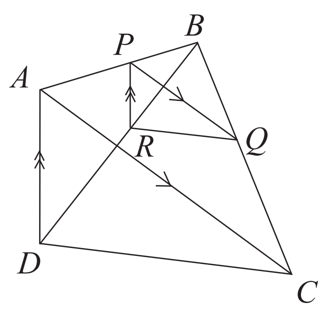
එවිට, ABF ත්‍රිකෝණයේ $DX // BF$ නිසා,

$AD : DB = AX : XF$

$AD : DB = 4 : 3$ නිසා,

$AX : XF = \underline{\underline{4 : 3}}$

නිදසුන 2



P ලක්ෂ්‍යය, $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AB පාදය මත පිහිටා ඇත. AC ට සමාන්තර ව P හරහා ඇඳි රේඛාවට BC පාදය Q හි දී ද AD ට සමාන්තර ව P හරහා ඇඳි රේඛාවට BD රේඛාව R හි දී ද හමු වේ. $RQ // DC$ බව සාධනය කරන්න.

සාධනය :

ABD ත්‍රිකෝණයේ, AD පාදයට PR සමාන්තර නිසා,

$BP : PA = BR : RD$ ——— ①

ABC ත්‍රිකෝණයේ, AC පාදයට PQ සමාන්තර නිසා,

$BP : PA = BQ : QC$ ——— ②

① හා ② සමීකරණවලින්

$BR : RD = BQ : QC$ ලෙස ලැබේ.

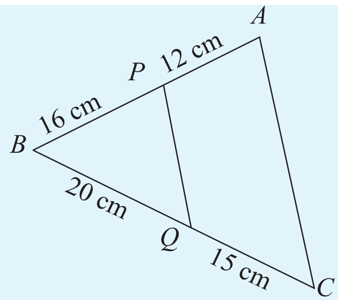
$\therefore$ BDC ත්‍රිකෝණයේ BD හා BC පාද RQ රේඛාවෙන් සමානුපාතික ව බෙදී ඇත.

$\therefore$ $RQ//DC$ (ප්‍රමේයයේ විලෝමය අනුව)

පහත අභ්‍යාස සඳහා ඉහත දක්වා ඇති විලෝම ප්‍රමේයය යොදා ගන්න.

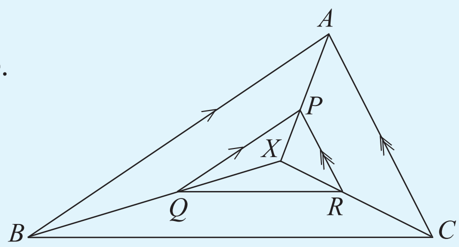
14.3 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව AC, PQ ට සමාන්තර බව පෙන්වන්න.

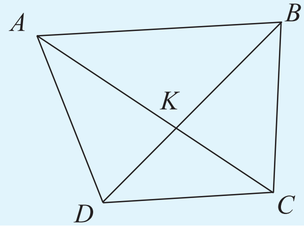


2. ABC ත්‍රිකෝණයේ $AP : PB = AQ : QC$ වන සේ, AB පාදය මත P ලක්ෂ්‍යය ද, AC පාදය මත Q ලක්ෂ්‍යය ද පිහිටා ඇත. $Q\hat{P}B + P\hat{B}C = 180^\circ$ ක් බව සාධනය කරන්න.

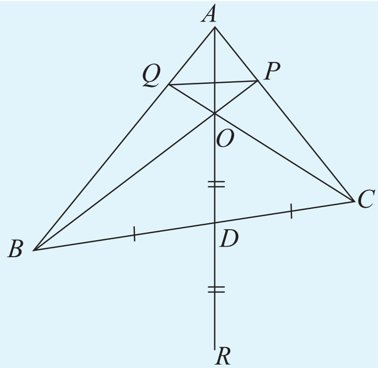
3. දී ඇති රූපයේ $AC//PR$ හා $AB//PQ$ වේ. $BC//QR$ බව සාධනය කරන්න.



4. රූපයේ දැක්වෙන $ABCD$ චතුරස්‍රයේ AC හා BD විකර්ණ K හි දී කැපේ. $AK = 4.8$ cm, $KC = 3.2$ cm, $BK = 3$ cm, $KD = 2$ cm නම්, DC, AB ට සමාන්තර බව පෙන්වන්න. (ඉඟිය: KDC ත්‍රිකෝණයේ, දික්කළ DK හා දික්කළ CK මත A හා B ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇතැයි සලකන්න.)



5.



රූපයේ දැක්වෙන ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. O යනු AD මත පිහිටි ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයකි. දික්කළ BO රේඛාව P හි දී AC ද, දික්කළ CO රේඛාව Q හි දී AB ද ඡේදනය කරයි. $OD = DR$ වන සේ, AD පාදය R තෙක් දික් කර ඇත.

(i) $BRCO$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව

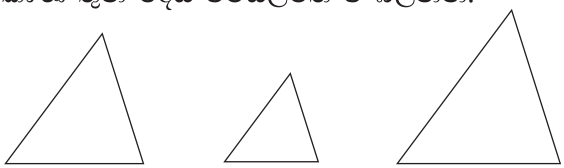
(ii) $AQ : QB = AO : OR$ බව

(iii) $QP // BC$ බව

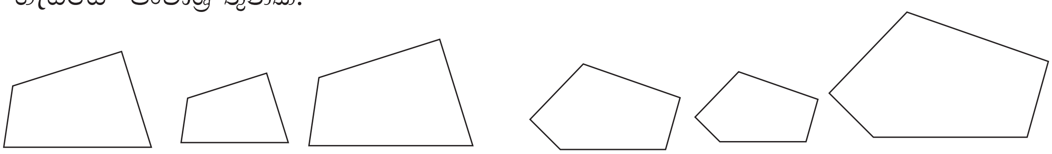
සාධනය කරන්න.

14.4 සමරූපී හා සමකෝණී රූප

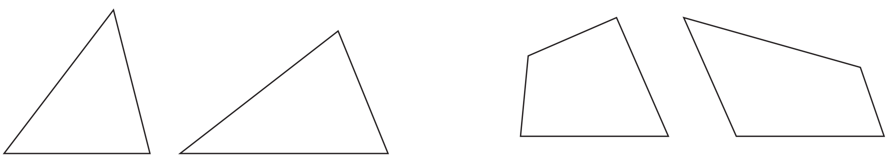
පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ තුන දෙස විමසිලිමත් ව බලන්න.



මෙම ත්‍රිකෝණ තුන එක ම "හැඩයේ" ත්‍රිකෝණ ලෙස අපි සාමාන්‍ය ව්‍යවහාරයේ දී හඳුන්වන්නෙමු. පහත රූපවල දැක්වෙන්නේ එක ම "හැඩයේ" චතුරස්‍ර තුනක් හා එකම "හැඩයේ" පංචාශ්‍ර තුනකි.



එහෙත්, පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ යුගලය මෙන් ම චතුරස්‍ර යුගලය ද එකම හැඩයේ නොවන බව ඔබට පෙනෙනු ඇත.

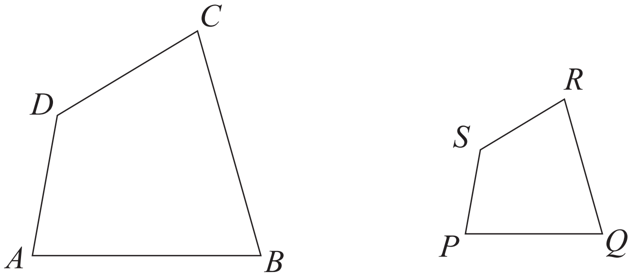


මෙහි දී "හැඩය" යන්නෙන් අදහස් වන දෑ කුමක් දැයි ඔබ සිතුවා ද? ගණිතයේ දී සියල්ල හැකි තාක් නිවැරදි ව අර්ථ දැක්වීම කළ යුතු ය. එමනිසා, "හැඩය" යන්නට නිවැරදි අර්ථයක් දී ම අවශ්‍ය ය. සාමාන්‍ය ව්‍යවහාරයේ යෙදෙන "එක ම හැඩයේ" යන්නට ගණිතයේ යෙදෙන පදය "සමරූපී" යන්න යි. මෙහි දී බහු-අස්‍රවල සමරූපී බව පිළිබඳ පමණක් සලකා බලමු.

බහු-අස්‍ර දෙකක් සමරූපී වේ යැයි කියනු ලබන්නේ එම බහු-අස්‍ර දෙකෙහි

1. එක් බහුඅස්‍රයක කෝණ අනෙක් බහුඅස්‍රයේ කෝණවලට සමාන වේ නම් හා
2. බහුඅස්‍ර දෙකෙහි අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ නම් ය.

නිදසුනක් ලෙස පහත දැක්වෙන $ABCD$ හා $PQRS$ චතුරස්‍ර දෙක සලකන්න.



එම චතුරස්‍ර දෙකෙහි,

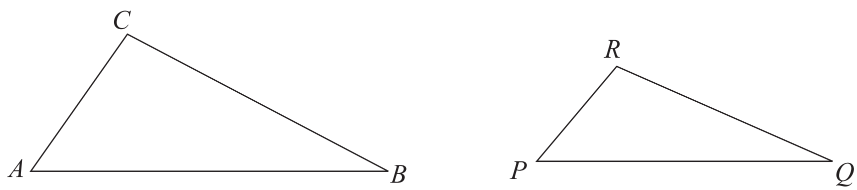
$\hat{A} = \hat{P}, \hat{B} = \hat{Q}, \hat{C} = \hat{R}, \hat{D} = \hat{S}$ නම් හා

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CD}{RS} = \frac{DA}{SP}$ නම්

එවිට $ABCD$ හා $PQRS$ චතුරස්‍ර දෙක සමරූපී වේ.
මෙම පාඩමේ දී අප වැඩිදුරට හැදෑරීමට බලාපොරොත්තු වන්නේ සමරූපී ත්‍රිකෝණ පිළිබඳ ව ය.
පහත දැක්වෙන ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි

$\hat{A} = \hat{P}, \hat{B} = \hat{Q}, \hat{C} = \hat{R}$ ද

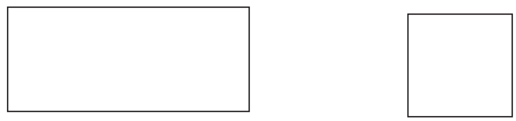
$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ ද වේ නම් එවිට, අර්ථ දැක්වීම අනුව එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමරූපී වේ.



එසේ නමුත්, ත්‍රිකෝණවල සමරූපීතාව සම්බන්ධ ඉතා වැදගත් ප්‍රතිඵලයක් ඇත. එය නම්, ත්‍රිකෝණ දෙකක කෝණ සමාන නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමරූපී වීම යි. එය වෙනත් අයුරකින් පැවසුව හොත්, ත්‍රිකෝණ දෙකක කෝණ සමාන නම්, එවිට එම ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි අනුරූප පාද සමානුපාතික ද වේ. ඒ අනුව, ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමරූපී වීම සඳහා එම ත්‍රිකෝණ දෙකේ කෝණ සමාන දැයි පරීක්ෂා කිරීම ප්‍රමාණවත් ය. නිදසුනක් ලෙස, ඉහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි $\hat{A} = \hat{P}$, $\hat{B} = \hat{Q}$ හා $\hat{C} = \hat{R}$ නම් එවිට
$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය ත්‍රිකෝණ නොවන බහු-අස්‍ර සඳහා සත්‍ය නොවේ. නිදසුනක් ලෙස, පහත දැක්වෙන චතුරස්‍ර දෙකෙහි කෝණ සමාන වේ. ඒවා සියල්ල ම 90° බැගින් වේ. එයින් එකක්

සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන අතර, අනෙක සමචතුරස්‍රයකි. එබැවින්, ඒවායේ පාද සමානුපාතික විය නොහැකි ය. එමනිසා, එම චතුරස්‍ර දෙක සමරූපී නො වේ.



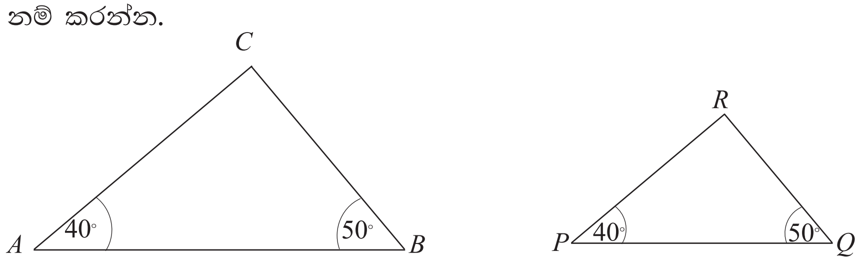
බහු-අස්‍ර දෙකක කෝණ සමාන නම්, එවිට එම බහු-අස්‍ර දෙක සමකෝණී යැයි කියනු ලැබේ. ඉහත සාකච්ඡාවට අනුව, සමකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමරූපී ද වේ. මෙම ප්‍රතිඵලය, සාධනයකින් තොර ව, ප්‍රමේයයක් ලෙස අපි භාවිතා කරමු.

සමකෝණී ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයය:
ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමකෝණී වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙකේ අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය වඩාත් හොඳින් වටහා ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම

- කෝණමානය භාවිතයෙන්, කෝණ 40°, 50° හා 90° වන, ප්‍රමාණයෙන් එකිනෙකට වෙනස් ත්‍රිකෝණ දෙකක් අඳින්න. ඒවා පහත දැක්වෙන පරිදි, ABC හා PQR ලෙස නම් කරන්න.



- ත්‍රිකෝණ දෙකේ අනුරූප පාද අතර අනුපාත (භාග ආකාරයෙන්) සොයන්න; එනම්, $\frac{AB}{PQ}$, $\frac{BC}{QR}$ හා $\frac{CA}{RP}$ යන අගයන් වෙන වෙන ම සොයන්න.
- ඉහත අගයන් තුන සමාන දැයි පරීක්ෂා කරන්න (මිනුම්වල දී ඇති වන දෝෂ නිසා ඔබට ලැබෙන අගයන්වල සුළු දෝෂ තිබිය හැකි ය.)

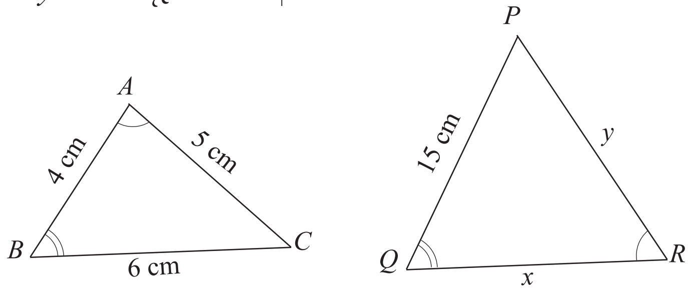
ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව, සමකෝණී ත්‍රිකෝණ දෙකක අනුරූප පාද සමානුපාතික වන බව, එනම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමරූපී වන බව ඔබට වැටහෙන්නට ඇත.

සටහන:

1. ත්‍රිකෝණ දෙකක් සඳහා සමරූපී හා සමකෝණී යන පදවලට එක ම අදහස ඇත.
2. අංගසම වන ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමරූපී වන බව පැහැදිලි ය.එහෙත්, සමරූපී ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම නොවිය හැකි ය.
3. ත්‍රිකෝණ දෙකක කෝණ දෙකක් තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට සමාන නම් ඉතිරි කෝණ දෙක ද සමාන වේ. එයට හේතුව ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක කෝණ සියල්ලෙහි එකතුව $180°$ වීම යි. එමනිසා, ත්‍රිකෝණ දෙකක් සමකෝණී වීම සඳහා, එක ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක්, අනෙකෙහි කෝණ දෙකකට සමාන වීම ප්‍රමාණවත් ය.

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙකේ, $\hat{A} = \hat{R}$ හා $\hat{B} = \hat{Q}$ වේ. PQR ත්‍රිකෝණයේ x හා y මගින් දැක්වෙන අගයයන් සොයන්න.



ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ දෙකේ,

$\hat{A} = \hat{R}$ හා $\hat{B} = \hat{Q}$

$\therefore \quad \hat{C} = \hat{P}$ (ත්‍රිකෝණ අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය $180°$ නිසා)

$\therefore$ ABC හා PQR සමකෝණික ත්‍රිකෝණ දෙකකි.

$\therefore$ අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

එවිට; $\dfrac{BC}{PQ} = \dfrac{AB}{QR}$

$$\therefore \quad \frac{6}{15} = \frac{4}{x}$$

$6x = 15 \times 4$ (හරස් ගුණිතය ගත් විට)

$$\therefore \quad x = \frac{15 \times 4}{6}$$

$$= \underline{\underline{10 \text{ cm}}}$$

$$\frac{BC}{PQ} = \frac{AC}{PR}$$

$$\therefore \quad \frac{6}{15} = \frac{5}{y}$$

$$6y = 15 \times 5$$

$$y = \frac{15 \times 5}{6}$$

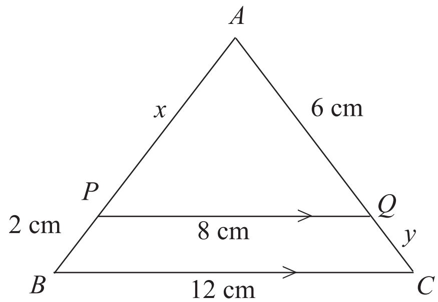
$$= \underline{\underline{12.5 \text{ cm}}}$$

නිදසුන 2

ABC ත්‍රිකෝණයේ, BC පාදයට සමාන්තර ව PQ ඇඳ තිබේ.

(i) ABC හා APQ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ බව පෙන්වන්න.

(ii) x හා y මගින් දැක්වෙන අගය සොයන්න.



(i) ABC හා APQ ත්‍රිකෝණ දෙකේ,

$A\hat{B}C = A\hat{P}Q$ (අනුරූප කෝණ, $BC//PQ$)

$A\hat{C}B = A\hat{Q}P$ (අනුරූප කෝණ, $BC//PQ$)

$\hat{A}$ ත්‍රිකෝණ දෙකටම පොදුයි.

$\therefore$ ABC හා APQ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ දෙකකි.

(ii) ABC හා APQ සමකෝණික ත්‍රිකෝණ දෙකක් නිසා ප්‍රමේයයට අනුව අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

$$\therefore \frac{BC}{PQ} = \frac{AB}{AP}$$

$$\therefore \frac{12}{8} = \frac{x+2}{x}$$

$$12x = 8(x+2)$$

$$12x = 8x + 16$$

$$12x - 8x = 16$$

$$4x = 16$$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

$$\frac{BC}{PQ} = \frac{AC}{AQ}$$

$$\frac{12}{8} = \frac{6+y}{6}$$

$$8(6+y) = 6 \times 12$$

$$48 + 8y = 72$$

$$8y = 72 - 48$$

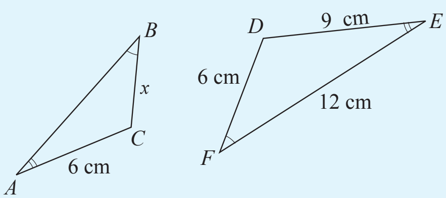
$$8y = 24$$

$$\underline{\underline{y = 3}}$$

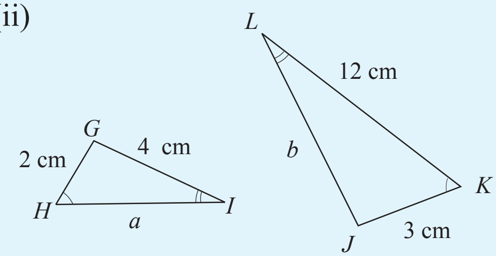
14.4 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රිකෝණ යුගලයේ අඥාත මගින් දක්වා ඇති පාදවල දිග සොයන්න.

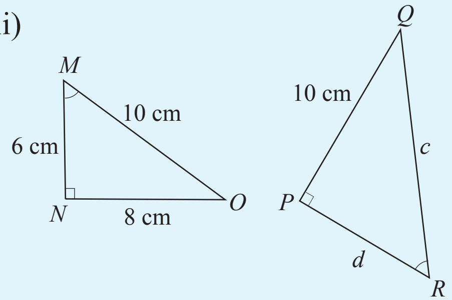
(i)



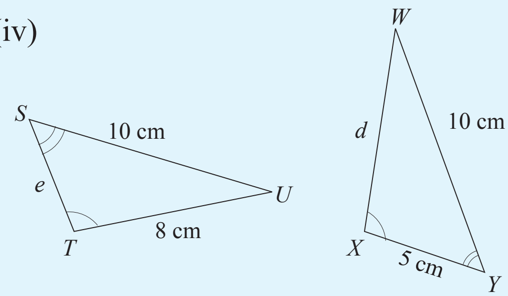
(ii)



(iii)

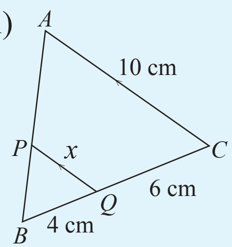


(iv)

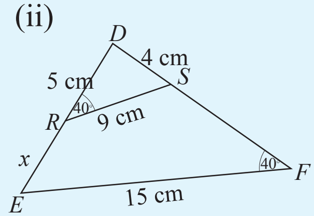


2. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ ඇතුළත් ත්‍රිකෝණ යුගලය සමකෝණික බව පෙන්වා, එහි අඥාත මගින් දක්වා ඇති පාදවල දිග සොයන්න.

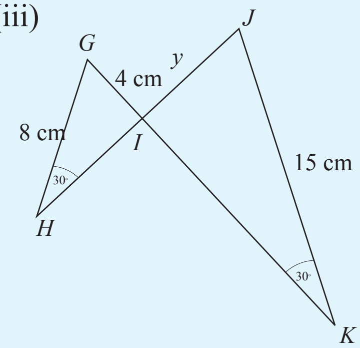
(i)



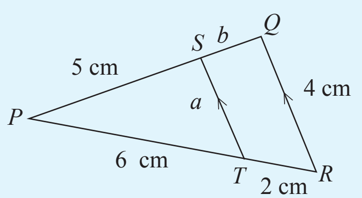
(ii)



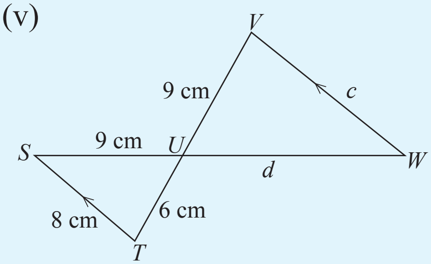
(iii)



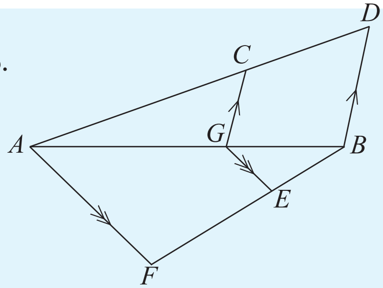
(iv)



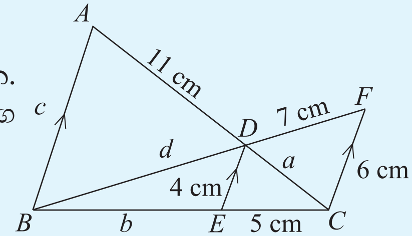
(v)



3. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව
(i) සමකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගල දෙකක් නම් කරන්න.
(ii) $BD = 9$ cm, $GC = 6$ cm, $AG = 12$ cm, $GE = 2$ cm නම්, GB දිග හා AF දිග සොයන්න.



4. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව
(i) සමකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගල තුනක් නම් කරන්න.
(ii) a, b, c හා d මගින් දැක්වෙන රේඛා ඛණ්ඩවල දිග සොයන්න.



අප මීළඟට විමසා බලන්නේ ඉහත ප්‍රමේයයේ විලෝමය පිළිබඳ ව යි. එනම්, ත්‍රිකෝණ දෙකක පාද සමානුපාතික නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමකෝණී වේ ද යන්න පිළිබඳ ව යි. මෙම විලෝමය ද සත්‍ය ප්‍රතිඵලයක් වේ.

තව ද,
ත්‍රිකෝණයක පාද තුන, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමානුපාතික නම්, එවිට එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමරූපී වේ.

මෙම ප්‍රතිඵලය වඩාත් හොඳින් වටහා ගැනීම සඳහා පහත ක්‍රියාකාරකමේ යෙදෙන්න.

ක්‍රියාකාරකම

- $AB = 2.5$ cm, $BC = 3$ cm, $AC = 3.5$ cm වූ ABC ත්‍රිකෝණය නිර්මාණය කරන්න.
- $PQ = 5$ cm, $QR = 6$ cm හා $PR = 7$ cm වූ PQR ත්‍රිකෝණය ද නිර්මාණය කරන්න.
- $\frac{AB}{PQ}, \frac{BC}{QR}, \frac{AC}{PR}$ හි අගයයන් අතර සම්බන්ධතාව පරීක්ෂා කරන්න.
- එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ කෝණ තුන වෙන වෙන ම මැන ගන්න.
- ඒ අනුව, ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ කුමන වර්ගයේ ත්‍රිකෝණ ද?

එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ අනුරූප පාද අතර අනුපාත සමාන බවත් ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණ තුන PQR ත්‍රිකෝණයේ කෝණ තුනට සමාන වන බවත්, ක්‍රියාකාරකමෙන් දැක ගත හැකි ය.

මෙම ප්‍රතිඵලය මීට පෙර උගත් සමකෝණික ත්‍රිකෝණ ප්‍රමේයයේ විලෝමය ලෙස මෙසේ ඉදිරිපත් කළ හැකි ය.

ප්‍රමේයය: එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුන, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමානුපාතික වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක සමකෝණික වේ.

නිදසුන 1

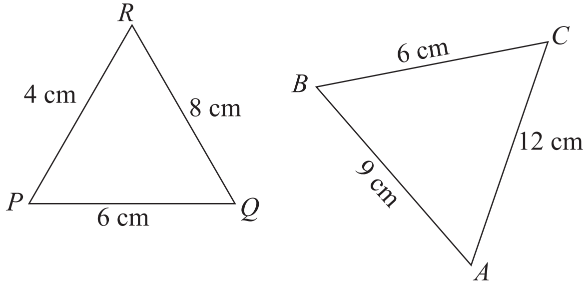
රූපයේ දී ඇති පාදවල දිග අනුව, ABC හා PQR ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව හේතු දක්වමින් පෙන්වන්න. එකිනෙකට සමාන වන කෝණ යුගල නම් කරන්න.

ත්‍රිකෝණ දෙකේ දී ඇති පාද දිග අනුව,
අනුපාත ලියූ විට;

(i) $\dfrac{PQ}{AB} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$

(ii) $\dfrac{RQ}{CA} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$

(iii) $\dfrac{PR}{BC} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$



මෙම අනුපාත සමාන නිසා, ප්‍රමේයයේ විලෝමය අනුව, PQR හා ABC ත්‍රිකෝණ සමකෝණික වේ.

PQR ත්‍රිකෝණයේ PQට සම්මුඛ කෝණය $\hat{R}$

PRට සම්මුඛ කෝණය $\hat{Q}$

QRට සම්මුඛ කෝණය $\hat{P}$

ABC ත්‍රිකෝණයේ ABට සම්මුඛ කෝණය $\hat{C}$

BCට සම්මුඛ කෝණය $\hat{A}$

ACට සම්මුඛ කෝණය $\hat{B}$

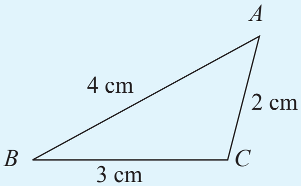
$\therefore\ \hat{P} = \hat{B}\,,\ \hat{Q} = \hat{A}\,,\ \hat{R} = \hat{C}$

"පාද අතර අනුපාත සමාන ත්‍රිකෝණ සමකෝණික වේ." යන ප්‍රමේයය යොදා ගනිමින් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

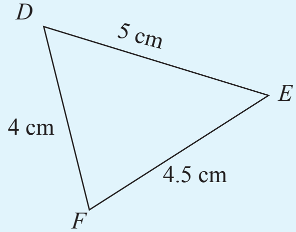
14.5 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන මිනුම් සහිත ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් අතරින්, සමකෝණික ත්‍රිකෝණ යුගල තුනක් තෝරන්න.

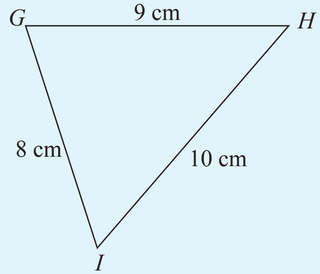
(i)



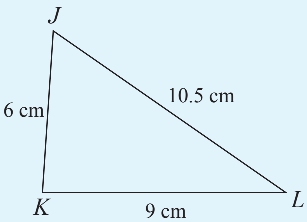
(ii)



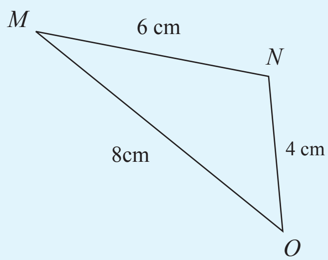
(iii)



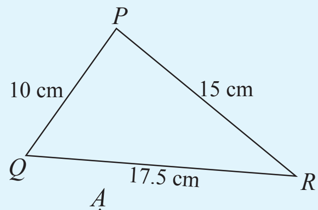
(iv)



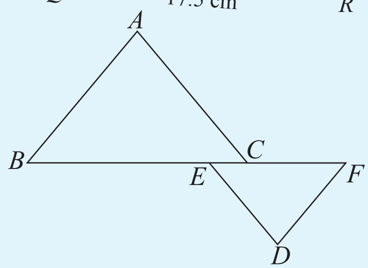
(v)



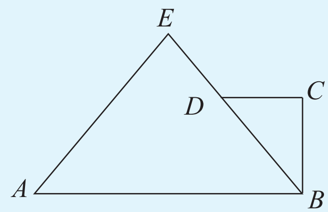
(vi)



2. දී ඇති රූපයේ $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED} = \frac{BC}{DF}$ වේ. $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$ හා $A\hat{C}B$ කෝණ එක එකක් සඳහා සමාන වෙනත් කෝණයක් ලියා දක්වන්න.



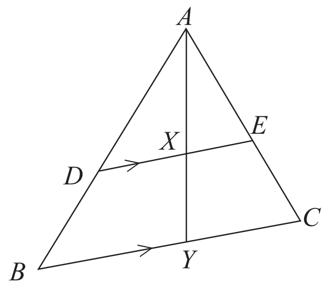
3. දී ඇති රූපයේ $AB = 20$ cm ද, $BC = 6$ cm ද $CD = 4$ cm ද $DB = 8$ cm ද $DE = 2$ cm ද $AE = 15$ cm ද වේ. $AB//DC$ බව පෙන්වන්න. තවද, දික්කළ CDට F හි දී AE හමු වේ නම් AF දිග සොයන්න.



14.5 සමකෝණික ත්‍රිකෝණ පිළිබඳ ප්‍රමේය මගින් අනුමේය සාධනය

මෙතෙක් උගත් ප්‍රමේයයන් අවශ්‍ය පරිදි යොදා ගනිමින් අනුමේයයන් සාධනය කරන අයුරු දැන් ඉගෙන ගනිමු. ඒ සඳහා පහත දැක්වෙන නිදසුන් අධ්‍යයනය කරන්න.

නිදසුන 1



ABC ත්‍රිකෝණයේ AB හා AC පාද මත D සහ E ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත්තේ $DE//BC$ වන සේ ය. DE, X හි දී ද BC, Y හි දී ද කැපෙන සේ, AY ඇඳ තිබේ.

(i) $\dfrac{XE}{YC} = \dfrac{AX}{AY}$ බව

(ii) $\dfrac{XE}{YC} = \dfrac{DX}{BY}$ බව

සාධනය කරන්න.

සාධනය : (i) රූපයේ AXE හා AYC ත්‍රිකෝණ දෙකේ;

$A\hat{X}E = A\hat{Y}C$ (අනුරූප කෝණ, $XE//YC$)

$A\hat{E}X = A\hat{C}Y$ (අනුරූප කෝණ, $XE//YC$)

$\hat{A}$ ත්‍රිකෝණ දෙකට ම පොදු යි.

$\therefore$ AXE හා AYC සමකෝණික ත්‍රිකෝණ දෙකකි.

$\therefore$ අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

එවිට; $\dfrac{AX}{AY} = \dfrac{XE}{YC}$ (ප්‍රමේයයට අනුව)

(ii) රූපයේ, ADX හා ABY ත්‍රිකෝණ දෙකේ,

$A\hat{D}X = A\hat{B}Y$ (අනුරූප කෝණ, $DX//BY$)

$A\hat{X}D = A\hat{Y}B$ (අනුරූප කෝණ, $DX//BY$)

$\hat{A}$ ත්‍රිකෝණ දෙකටම පොදුයි.

$\therefore$ ADX හා ABY සමකෝණික ත්‍රිකෝණ දෙකකි.

$\therefore$ අනුරූප පාද සමානුපාතික වේ.

$\therefore$ $\dfrac{AX}{AY} = \dfrac{DX}{BY}$

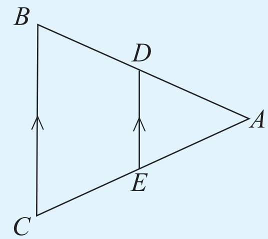
නමුත් $\frac{AX}{AY} = \frac{XE}{YC}$ (සාධිතයි)

$\therefore \quad \frac{XE}{YC} = \frac{DX}{BY}$

දැන් පහත අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

14.6 අභ්‍යාසය

1. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව

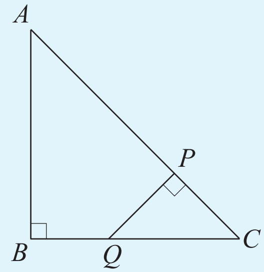


(i) ADE හා ABC ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව පෙන්වන්න.

(ii) $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ බව සාධනය කරන්න.

(iii) $\frac{AE}{ED} = \frac{AC}{BC}$ බව සාධනය කරන්න.

2. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව

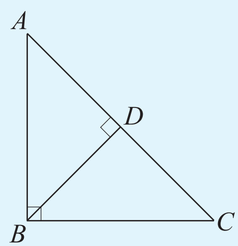


(i) ABC හා PQC ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බවත්

(ii) $\frac{QC}{AC} = \frac{PQ}{AB} = \frac{PC}{BC}$ බවත්

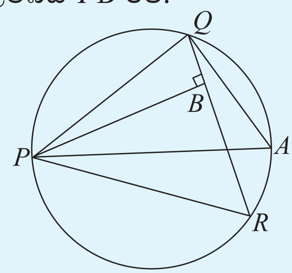
සාධනය කරන්න.

3. ABC ත්‍රිකෝණයේ, $\hat{B}$ ඍජුකෝණයකි. B සිට ACට ඇඳි ලම්බය BD වේ.



(i) $AB^2 = AD.\ AC$ බව සාධනය කරන්න.

4. PA යනු දී ඇති වෘත්තයේ විෂ්කම්භයකි. P සිට QRට ඇඳි ලම්බය PB වේ.



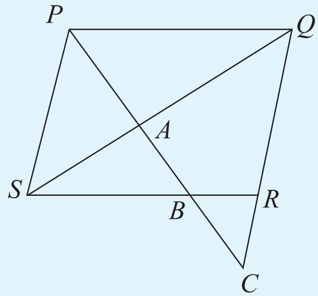
(i) PQA හා PBR ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව සාධනය කරන්න.

(ii) $\frac{PQ}{PB} = \frac{PA}{PR}$ බව

සාධනය කරන්න.

5. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ $Q\hat{P}S$ හි සමච්ඡේදකයට QS විකර්ණය A හි දී ද SR පාදය B හි දී ද, දික් කළ QR පාදය C හි දී ද හමු වේ.

$\dfrac{PQ}{PS} = \dfrac{PC}{PB}$ බව සාධනය කරන්න.



6. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB පාදය මත P ද, AC පාදය මත Q ද පිහිටා ඇත්තේ $A\hat{P}Q = A\hat{C}B$ වන සේ ය. $AP.AB = AQ.AC$ බව සාධනය කරන්න.

7. ABC ත්‍රිකෝණයේ ශීර්ෂ වෘත්තයක් මත පිහිටා ඇත. $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකයෙන්, BC පාදය Q හි දී ද P හි දී වෘත්තය ද කැපේ. $AC : AP = AQ : AB$ බව සාධනය කරන්න.

8. ABC ත්‍රිකෝණයේ, $B\hat{A}C$ හි සමච්ඡේදකයට BC පාදය D හි දී හමු වේ. $CX = CD$ වන සේ, දික්කළ AD මත X ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත.

(i) ACX හා ABD ත්‍රිකෝණ සමකෝණික බව

(ii) $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{BD}{DC}$ බව

සාධනය කරන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ, DC පාදය මත E ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $A\hat{E}B = 90^\circ$ වන සේය. ADE, AEB හා EBC ත්‍රිකෝණ සමරූපී බව සාධනය කරන්න.

2. ABC ත්‍රිකෝණයෙහි $\hat{B}$ සෘජුකෝණයකි. $AB = 5$ cm හා $BC = 2$ cm වේ. AC හි ලම්බ සමච්ඡේදකය Q හි දී AB පාදය කපයි. $AQ = 2.9$ cm බව පෙන්වන්න.

3. ABC ත්‍රිකෝණයේ, AB පාදය P හි දී ද, AC පාදය Q හි දී ද හමු වන සේ, BC ට සමාන්තරව PQ ඇඳ තිබේ. CP හා BQ රේඛා S හි දී එකිනෙක කැපී යයි. BC පාදය R හි දී හමු වන සේ, AB ට සමාන්තරව SR ඇඳ තිබේ.

$\dfrac{BR}{RC} = \dfrac{AQ}{AC}$ බව සාධනය කරන්න.