විෂයය : තාක්ෂණවේදය සඳහා විද්‍යාව

නිපුණතාවය : 3- පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය භාවිතයෙන් පහසුවෙන් ගැටලු විසඳයි

නිපුණතා මට්ටම : 3.1

සැකසුම : වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව - බී.වී.ආර්.කේ. විජේකෝන්

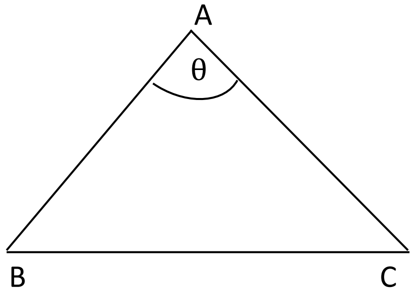
පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය

ඔබ 9, 10 සහ 11 ශ්‍රේණි වලදී ඉගෙන ගත් පයිතගරස් ප්‍රමේය අධ්‍යයනය කිරීම හා ඒ හා සම්බන්ධ ගැටළු විසඳීම මෙම ඒකකයේ දී සිදු කෙරේ. පයිතගරස් සම්බන්ධතාව යනු ත්‍රිකෝණයක පාද අතර ඇති සම්බන්ධතාවකි. එම නිසා අප මෙහි දී කෝණ අනුව සහ පාද අනුව ත්‍රිකෝණ වර්ග කර ඇති ආකාරය පිළිබඳ දැන සිටීම වැදගත් වේ.

ත්‍රිකෝණ වර්ග

1. සුළුකෝණී ත්‍රිකෝණ

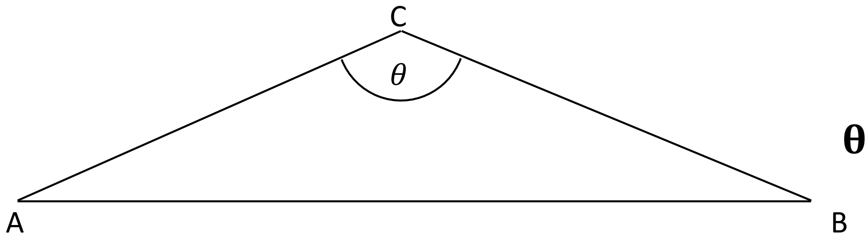
   ත්‍රිකෝණයේ ඇති විශාලතම කෝණය සුළු කෝණයක් වන ත්‍රිකෝණ සුළු කෝණී ත්‍රිකෝණ වේ.



$$\boldsymbol{\theta < 90^0}$$

2. මහාකෝණී ත්‍රිකෝණ

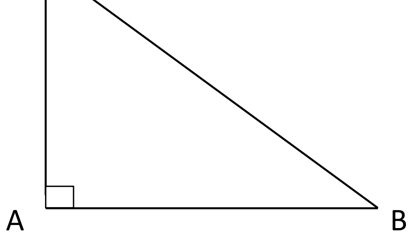
   ත්‍රිකෝණයක ඇති විශාලතම කෝණය මහාකෝණයක් වන ත්‍රිකෝණ මහාකෝණී ත්‍රිකෝණ වේ.



$$\boldsymbol{\theta > 90^0}$$

3. සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ

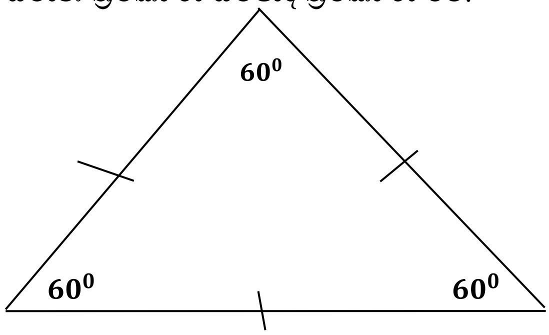
   ත්‍රිකෝණයක ඇති විශාලතම කෝණය 90^0 වන ත්‍රිකෝණ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ වේ.



$$\boldsymbol{\theta = 90^0}$$

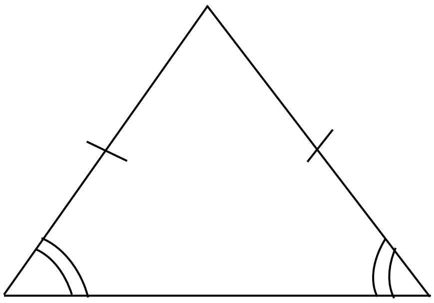
4. **සමපාද ත්‍රිකෝණ**

පාද තුනම දිගින් සමාන ත්‍රිකෝණ සමපාද ත්‍රිකෝණ වේ.



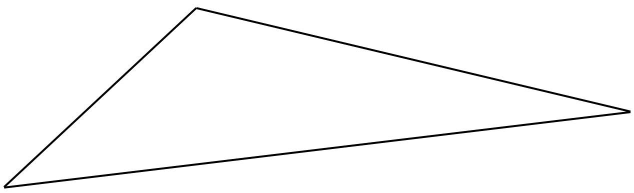
5. **සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණ**

ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකක් දිගින් සමාන නම් එය සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වේ. සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණ වල සමාන පාද වලට ඉදිරියෙන් ඇති කෝණ ද සමාන වේ.



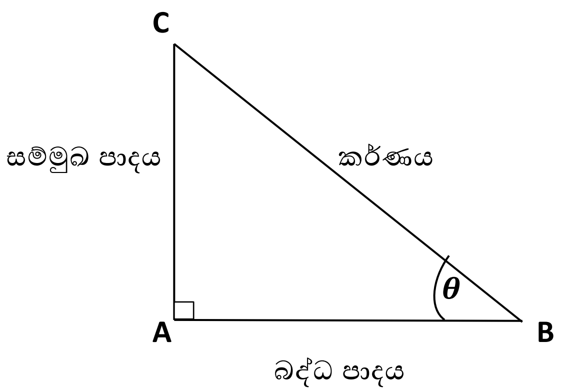
6. **විෂමපාද ත්‍රිකෝණ**

පාද තුනම දිගින් අසමාන ත්‍රිකෝණ විෂමපාද ත්‍රිකෝණ ලෙස හැඳින් වේ.



සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක පාද හැඳින්වීම.

සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක දිගම පාදය වන්නේ සෘජු කෝණයට (90^0 කෝණයට) ඉදිරියෙන් ඇති පාදයයි. එය **කර්ණය** ලෙස හැඳින්වේ. අනෙක් පාද දෙක **සම්මුඛ පාදය** සහ **බද්ධ පාදය** වන අතර, එය තීරණය කරනු ලබන්නේ දී ඇති අනෙක් කෝණය අනුව වේ.

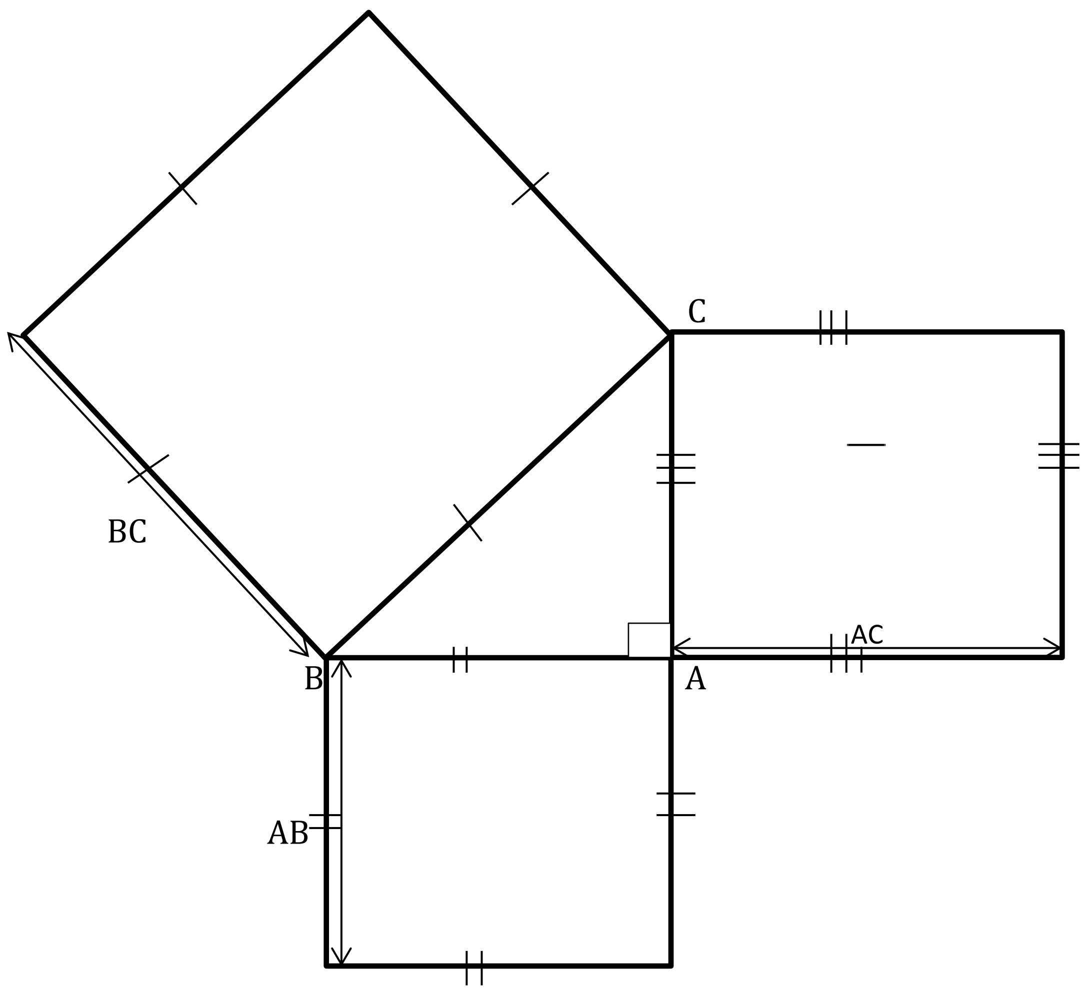


දී ඇති θ කෝණයට ඉදිරියෙන් ඇති පාදය සම්මුඛ පාදය ලෙසත්, අනෙක් පාදය බද්ධ පාදය ලෙසත් හඳුන්වයි.

- පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය හඳුන්වා දී ඇත්තේ සෘජු කෝණී ත්‍රිකෝණයක් සඳහා වේ.

පයිතගරස් සම්බන්ධතාව (පයිතගරස් ප්‍රමේය)

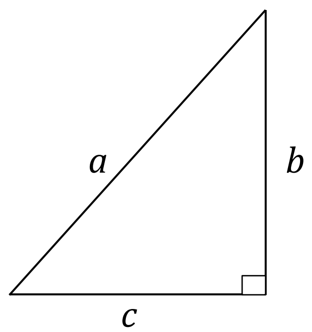
සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත අඳින සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය, ඉතිරි පාද දෙක මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍ර දෙකෙහි වර්ගඵලවල එකතුවට සමාන වේ.



ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය (කර්ණය) මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය BC^2 වන අතර AB පාදය මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය AB^2 ද, AC පාදය මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය AC^2 ද වේ. ඒ අනුව පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය පහත පරිදි සංකේතාත්මකව දැක්විය හැක.

$$\boxed{BC^2 = AB^2 + AC^2}$$

පයිතගරස් ප්‍රමේය පහත පරිදි සරලව ඉදිරිපත් කළ හැකිය

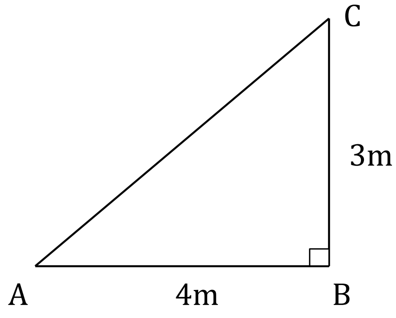


$$\boxed{a^2 = b^2 + c^2}$$

පයිතගරස් ප්‍රමේය සම්බන්ධ සරල ගැටළු කිහිපයක් විසඳමු.

උදාහරණ 1

පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණයේ කර්ණයේ දිග සොයන්න.



විසඳුම :

පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය යෙදීමෙන්,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 4^2 + 3^2$$

$AC^2 = 16 + 9$

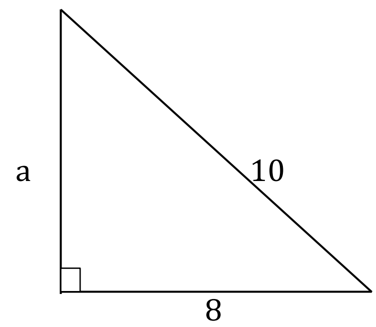
$AC^2 = 25$

$AC = \sqrt{25}$

$\underline{\underline{AC = 5m}}$

උදාහරණ 2

පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණයේ a හි අගය සොයන්න.



විසඳුම :

පයිතගරස් සම්බන්ධතාවට අනුව

$10^2 = a^2 + 8^2$

$100 = a^2 + 64$

$100 - 64 = a^2$

$36 = a^2$

$\sqrt{36} = a$

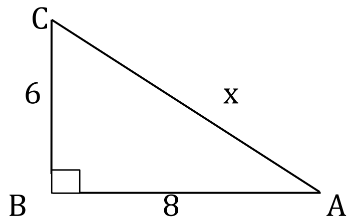
$6 = a$

$\underline{\underline{a = 6}}$

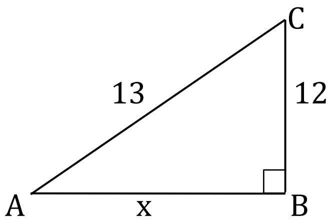
අභ්‍යාසය 1

1. පහත දී ඇති සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ වල අඥාත පාදවල දිග සෙවීම සඳහා පයිතගරස් ප්‍රමේය භාවිත කරන්න.

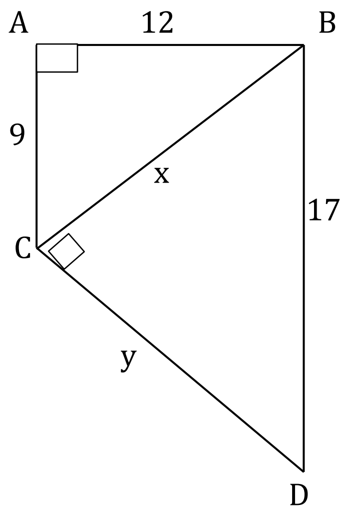
i.



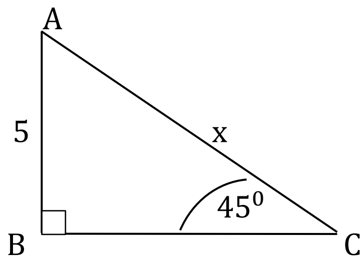
ii.



iii.



iv.



2. එක්තරා ගොඩනැගිල්ලක උස 24m වේ. ගොඩනැගිල්ල පාමුල සිට 10m දුරකින් පොළොවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යක සිට ගොඩනැගිල්ලේ මුදුනේ ලක්ෂ්‍යකට කම්බියක් ඇද ගැටගසා ඇත. කම්බියේ දිග ගණනය කරන්න.

3. පොළවට ලම්භකව සිට වූ ආලෝක කණුවක මුදුණේ ලක්ෂ්‍යයක් හා කණුව පාමුල සිට $5m$ දුරින් පොළවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යා කරමින් $5\sqrt{2}$ m දිග කම්බියක් ඇද ඇත. ආලෝක කණුවේ උස සොයන්න.

4. සෘජුකෝණාස්‍රකාර මල්පාත්තියක දිග 8m හා එහි විකර්ණයක දිග 10m වේ. මල් පාත්තියේ පරිමිතිය සහ වර්ගඵලය සොයන්න.

5. පතුලේ අරය 12cm හා ඇල උස 20cm වූ කේතුවක සෘජු උස ගණනය කරන්න.

අභ්‍යාසය - 1 විසඳුම්

1.

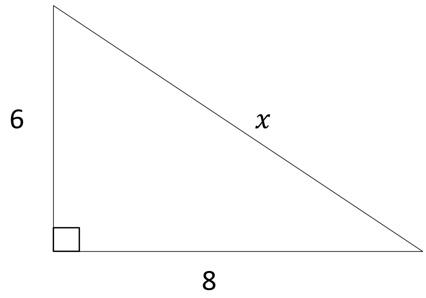
I. $x^2 = 6^2 + 8^2$

$x^2 = 36 + 64$

$x^2 = 100$

$x = \sqrt{100}$

$\underline{\underline{x = 10\ cm}}$



II. $13^2 = 12^2 + x^2$

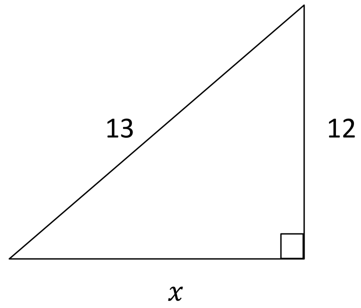
$169 = 144 + x^2$

$169 - 144 = x^2$

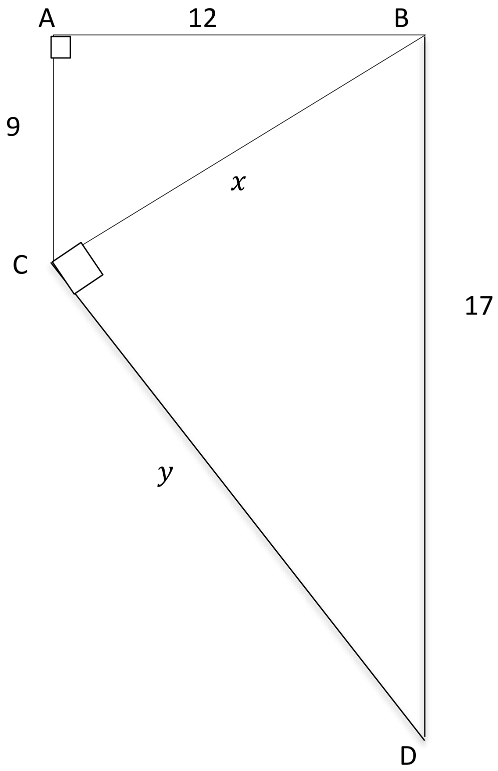
$25 = x^2$

$\sqrt{25} = x$

$\underline{\underline{5 = x}}$



III.



ABC ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේය යෙදීමෙන්

$x^2 = 9^2 + 12^2$

$x^2 = 81 + 144$

$x^2 = 225$

$x = \sqrt{225}$

$\underline{\underline{x = 15}}$

BCD ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේය යෙදීමෙන්

$17^2 = x^2 + y^2$

$289 = 225 + y^2$

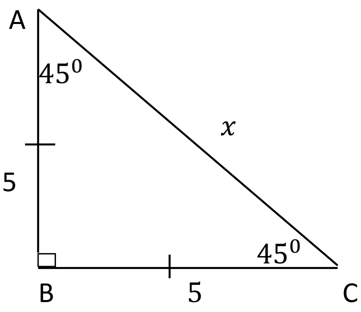
$289 - 225 = y^2$

$64 = y^2$

$\sqrt{64} = y$

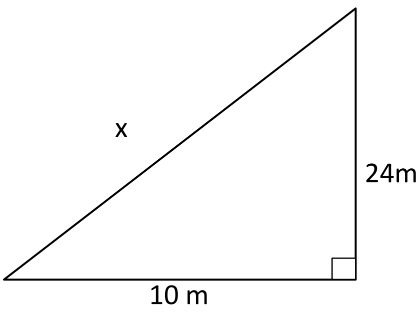
$\underline{\underline{8 = y}}$

IV. දී ඇති සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයේ එක් කෝණයක් 45^0 නිසා ඉතිරි කෝණය ද 45^0 විය යුතුය. එනම් එය සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි.



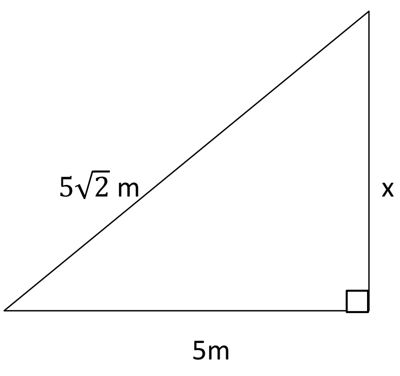
$$x^2 = 5^2 + 5^2$$
$$x^2 = 25 + 25$$
$$x^2 = 50$$
$$x = \sqrt{50}$$
$$x = \sqrt{25 \times 2}$$
$$x = \sqrt{25} \times \sqrt{2}$$
$$\underline{\underline{x = 5\sqrt{2}}}$$

2. දී ඇති ප්‍රශ්නයට අදාළ රූප සටහන ඇඳ ගනිමු.



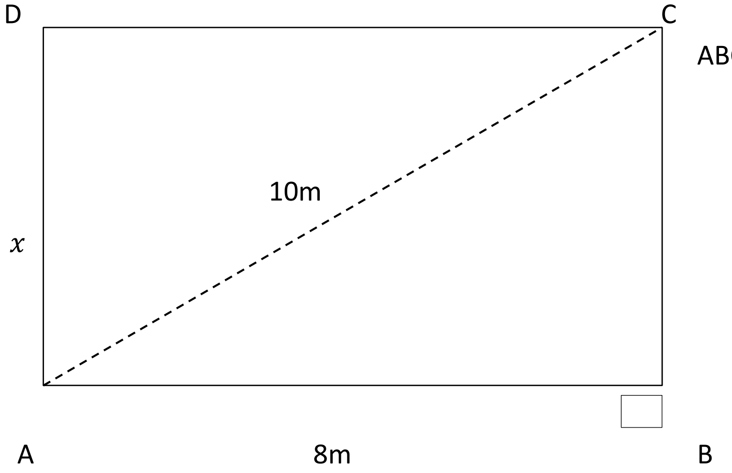
$$x^2 = 24^2 + 10^2$$
$$x^2 = 576 + 100$$
$$x^2 = 676$$
$$x = \sqrt{676}$$
$$\underline{\underline{x = 26\ m}}$$

3. ගැටලුවට අදාළ රූප සටහන ඇඳ ගනිමු.



$$\left(5\sqrt{2}\right)^2 = x^2 + 5^2$$
$$5^2 \times \left(\sqrt{2}\right)^2 = x^2 + 25$$
$$25 \times 2 = x^2 + 25$$
$$50 = x^2 + 25$$
$$50 - 25 = x^2$$
$$25 = x^2$$
$$\sqrt{25} = x$$
$$5 = x$$
$$\underline{\underline{\therefore x = 5m}}$$

4. මල් පාත්තියේ පළල x ලෙස ගනිමු.



ABC ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේය යෙදීමෙන්;

$$10^2 = 8^2 + x^2$$

$$100 = 64 + x^2$$

$$100 - 64 = x^2$$

$$36 = x^2$$

$$\sqrt{36} = x$$

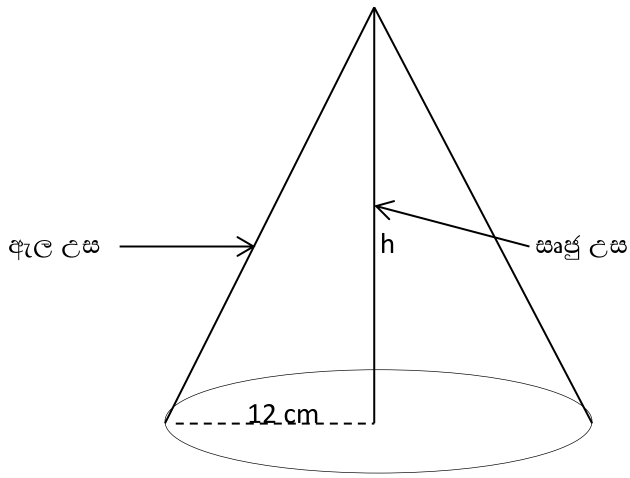
$$6 = x$$

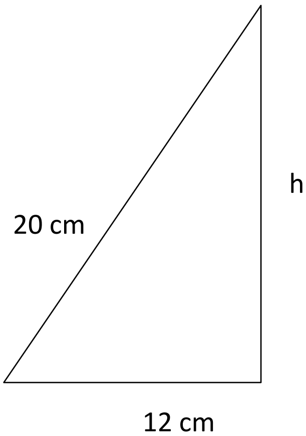
$$\therefore x = 6m$$

$\therefore$ සෘජුකෝණයේ පරිමිතිය $= 8m + 8m + 6m + 6m = 28m$

සෘජුකෝණයේ වර්ගඵලය $= 8m \times 6m = 48m^2$

5.





$$20^2 = 12^2 + h^2$$

$$200 = 144 + h^2$$

$$200 - 144 = h^2$$

$$256 = h^2$$

$$\sqrt{256} = h$$

$$16 = h$$

$$\therefore h = 16\ cm$$

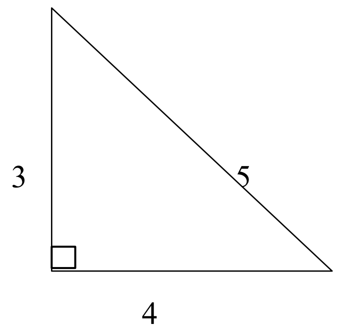
පයිතගරස් ත්‍රිත්ව (පයිතගරස් ත්‍රික)

පයිතගරස් ප්‍රමේය වාචිකව හා සංකේතාත්මකව ප්‍රකාශ කිරීමට හා ඒ සම්බන්ධ සරළ ගැටළු විසදීමේ හැකියාව ඉහත කොටසේ දී ලබා ගතිමු. මීලඟට පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් යනු කුමක්ද යන්න හඳුනා ගනිමු.

" ඕනෑම සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණය c ද සෘජුකෝණය අඩංගු පාද දෙක a හා b විට $a^2 + b^2 = c^2$ සේ වූ (a, b, c) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් ලෙස හැඳින්වේ.

උදා-:

සරලම පූර්ණ සංඛ්‍යාමය පයිතගරස් ත්‍රිත්වය වන (3,4,5) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය සලකමු.



$$3^2 + 4^2 = 9 + 16$$
$$= 25$$
$$5^2 = 25$$

$\therefore 5^2 = 3^2 + 4^2$

$\therefore$ (3,4,5) යනු පයිතගරස් ත්‍රිත්වයකි.

වැදගත්

- දී ඇති සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වයක විශාලතම සංඛ්‍යාවේ වර්ගය ඉතිරි සංඛ්‍යා දෙකෙහි වර්ගයන්ගේ එකතුවට සමාන නම් එම සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පයිතගරස් ත්‍රිත්වයකි.

- ඕනෑම පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක ගුණාකාර ද පයිතගරස් ත්‍රිත්ව වේ.

  උදා -: (3,4,5) පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් වන අතර එහි ගුණාකාර වන (6,8,10), (9,12,15) , (12,16,20) යන සංඛ්‍යා ත්‍රිත්ව ද පයිතගරස් ත්‍රිත්ව වේ.

❖ පයිතගරස් ත්‍රික හා සම්බන්ධ සරළ ගැටළු කිහිපයක් විසදමු

උදාහරණ 1

පහත දී ඇති සංඛ්‍යා ත්‍රිත්ව අතුරින් පයිතගරස් ත්‍රිත්ව තෝරන්න.

I. (2,3,5) II. (6,8,10) III. (5,12,13) IV. (9,40,41)

විසඳුම්:

I. (2,3,5)

$5^2 = 25$
$2^2 + 3^2 = 13$

$2^2 + 3^2 \neq 5^2$

∴ (2,3,5) පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් නොවේ.

II. (6,8,10)

$10^2 = 100$
$6^2 + 8^2 = 100$

$6^2 + 8^2 = 10^2$
∴ (6,8,10) පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් වේ.

III. (5,12,13)

$13^2 = 169$
$12^2 + 5^2 = 169$

$12^2 + 5^2 = 13^2$
∴ (5,12,13) පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් වේ.

IV. (9,40,41)

$41^2 = 1681$
$9^2 + 40^2 = 1681$

$9^2 + 40^2 = 41^2$
∴ (9,40,41) පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් වේ.

උදාහරණ 2

$(5,12,x)$ යනු පයිතගරස් ත්‍රිත්වයකි. මෙහි $x > 12$ වේ. x හි අගය සොයන්න.

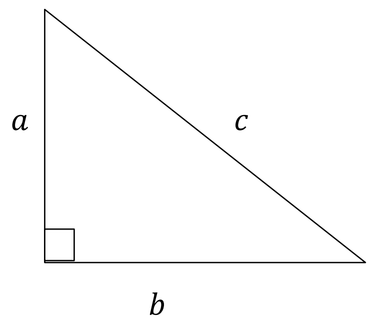
විසඳුම:

$$x^2 = 5^2 + 12^2$$
$$x^2 = 169$$
$$x = \sqrt{169}$$
$$x = 13$$

වැඩිදුර දැනුමට

පයිතගරස් ත්‍රිත්ව ලබාගැනීමට යුක්ලීඩ් නම් ගණිතඥයා විසින් සමීකරණයක් ඉදිරිපත් කොට ඇත. එය පහත පරිදි වේ.

සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක සෘජුකෝණය අඩංගු පාද a හා b ද කර්ණය c ද විට දී ඇති ඕනෑම සංඛ්‍යා දෙකක් x, y නම් (මෙහි $x > y$ වේ), (a, b, c) පයිතගරස් ත්‍රිත්ව පහත පරිදි ලබාගත හැක.



$a = x^2 - y^2$

$b = 2xy$

$c = x^2 + y^2$

යුක්ලීඩ්ගේ සමීකරණය ඇසුරෙන් x සහ y සඳහා විවිධ අගයන් යොදා ලබාගත් පයිතගරස් ත්‍රිත්ව කිහිපයක් පහත දැක් වේ.

x	y	$a = x^2 - y^2$	$b = 2xy$	$c = x^2 + y^2$	පයිතගරස් ත්‍රිත්වය
2	1	3	4	5	(3,4,5)
3	1	8	6	10	(8,6,10)
4	2	12	16	20	(12,16,20)
7	3	40	42	58	(40,42,58)

අභ්‍යාසය 2

1. පහත දී ඇති සංඛ්‍යා ත්‍රිත්ව අතුරින් පයිතගරස් ත්‍රිත්ව තෝරන්න.
   I. (63,16,65)
   II. (15,8,17)
   III. (35,12,37)
   IV. (33,21,35)

2. $(x,3,5)$ යනු පයිතගරස් ත්‍රිකයක් වේ. (මෙහි $x < 5$ වේ.) x හි අගය සොයන්න.

විසඳුම්

1.
   I. $(63,16,65)$

   $$65^2 = 4225$$
   $$16^2 + 63^2 = 4225$$

   $$65^2 = 16^2 + 63^2$$
   $\therefore$ $(63,16,65)$ පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් වේ.

   II. (15,8,17)

   $$17^2 = 289$$
   $$8^2 + 15^2 = 289$$

   $$17^2 = 8^2 + 15^2$$
   $\therefore$ $(15,8,17)$ පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් වේ.

   III. (35,12,37)

   $$37^2 = 1369$$
   $$35^2 + 12^2 = 1369$$

   $$37^2 = 35^2 + 12^2$$
   $\therefore$ $(35,12,37)$ පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් වේ.

   IV. (33,21,35)

   $$35^2 = 1125$$
   $$33^2 + 21^2 = 1530$$

   $$35^2 \neq 33^3 + 21^2$$
   $\therefore$ $(33,21,35)$ පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් නොවේ.

2. $(x, 3,5)$

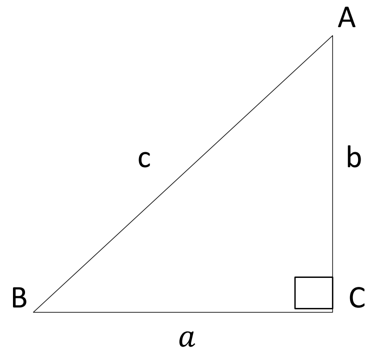
   $$x^2 + 3^2 = 5^2$$
   $$x^2 + 9 = 25$$
   $$x^2 = 16$$
   $$x = \sqrt{16}$$
   $$x = 4$$

පයිතගරස් සම්බන්ධතාවයේ විලෝමය

පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය හා පයිතගරස් ත්‍රිත්ව පිළිබඳව ඉහත කොටස් වලදී අධ්‍යයනය කලෙමු. දැන් අපට පයිතගරස් ප්‍රමේයේ විලෝමය පහත පරිදි අර්ථ දැක්විය හැක.

" ත්‍රිකෝණයක පාදවල දිග පයිතගරස් ත්‍රිතයක් ලබා දෙයි නම්, එම ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වේ."

පයිතගරස් සම්බන්ධතාවයේ විලෝමය පහත පරිදි සරලව දැක්විය හැක.



ABC ත්‍රිකෝණයේ $c^2 = a^2 + b^2$ නම් (a, b, c) පයිතගරස් ත්‍රිකයක් වේ. එනම් ABC ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වේ. එහි c කර්ණය වන අතර a හා b යන සෘජුකෝණය සම්බන්ධ පාද දෙක වේ.

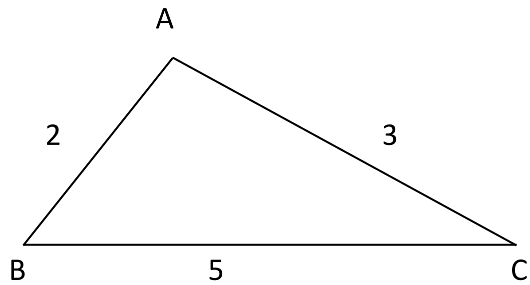
- පයිතගරස් ප්‍රමේයයේ විලෝමය **''ත්‍රිකෝණයක දිගම පාදයෙහි වර්ගය ඉතිරි පාද දෙකෙහි වර්ගයන්ගේ එකතුවට සමාන නම් එය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වේ.'' ලෙස සරලව ප්‍රකාශ කල හැක.**

❖ පයිතගරස් සම්බන්ධතාවයේ විලෝමය ආශ්‍රිත සරල ගැටලු කිහිපයක් සලකා බලමු.

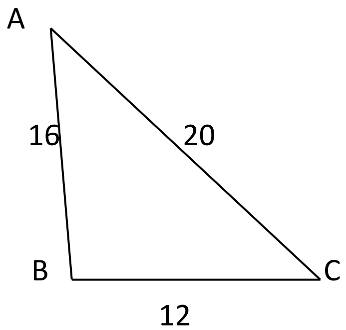
උදාහරණ

1. පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණ අතුරින් සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ තෝරන්න.

I.



II.



විසඳුම් :

1.

I. $5^2 = 25$
$2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

$5^2 \neq 2^2 + 3^2$
∴ (2,3,5) පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් නොවේ. එනම් දී ඇති ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නොවේ.

II. $20^2 = 400$
$12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$

$20^2 = 12^2 + 16^2$
∴ (12,16,20) පයිතගරස් ත්‍රිකයක් වේ. එනම් දී ඇති ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වේ.

2. පහත දී ඇති සංඛ්‍යා ත්‍රිත්ව මඟින් ත්‍රිකෝණ වල පාද වල දිග නිරූපණය වේ නම් ඒවා සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ වේ ද? නොවේද? යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.

I. (5,12,13)
II. (15,9,17)

විසඳුම්:

2.

I. (5,12,13)

$13^2 = 169$

$12^2 + 5^2 = 169$

$13^2 = 12^2 + 5^2$

∴ (5,12,13) පයිතගරස් ත්‍රිකයක් වේ.
එනම් (5,12,13) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක පාද වේ.

II. (15,9,17)

$17^2 = 289$

$15^2 + 9^2 = 306$

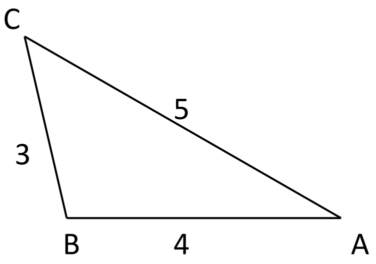
$17^2 \neq 15^2 + 9^2$

∴ (15,9,17) පයිතගරස් ත්‍රිකයක් නොවේ.
එනම් (15,9,17) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක පාද නොවේ

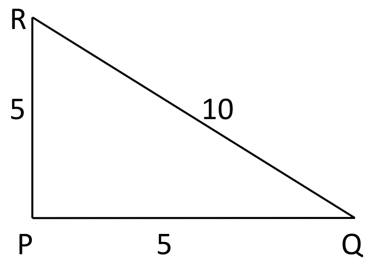
අභ්‍යාස - 3

1. පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ වේද? නොවේද? යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.

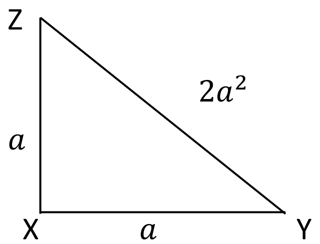
I.



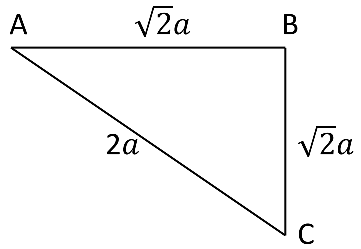
II.



III.



IV.

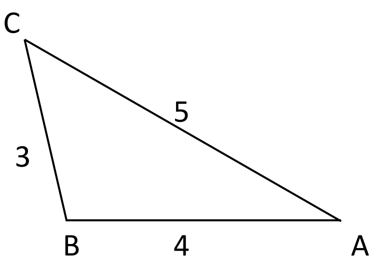


2. පහත දී ඇති සංඛ්‍යා ත්‍රිත්ව අතරින් සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණ පාද වල පිහිටුවිය හැකි සංඛ්‍යා ත්‍රිත්ව තෝරන්න.
   I. (6,12,13)
   II. (8,6,10)
   III. (3,6,8)
   IV. (24,10,26)

විසඳුම් :

1.

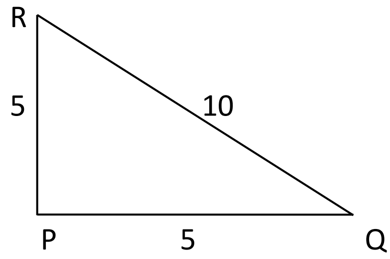
I.



$$5^2 = 25$$
$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$$
$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$\therefore ABC\ \Delta$ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වේ.

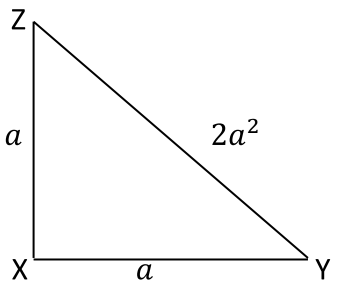
II.



$$10^2 = 100$$
$$5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$$
$$10^2 \neq 5^2 + 5^2$$

$\therefore PQR\ \Delta$ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නොවේ.

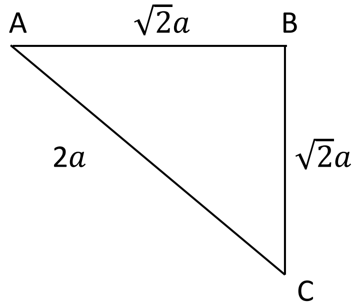
III.



$$(2a)^2 = 4a^2$$
$$a^2 + a^2 = 2a^2$$
$$(2a)^2 \neq a^2 + a^2$$

$\therefore XYZ\ \Delta$ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නොවේ.

IV.



$$(2a)^2 = 4a^2$$
$$\left(\sqrt{2}a\right)^2 + \left(\sqrt{2}a\right)^2 = 4a^2$$
$$2a^2 + 2a^2 = 4a^2$$
$$(2a)^2 = 2a^2 + 2a^2$$

$\therefore ABC\Delta$ සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වේ.

2.

I. (6,12,13)

$$13^2 = 169$$
$$12^2 + 6^2 = 144 + 36 = 180$$
$$13^2 \neq 12^2 + 6^2$$

$\therefore$ (6,12,13) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පයිතගරස් ත්‍රිකයක් නොවේ.

$\therefore$ (6,12,13) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පාද වල දිග වන ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නොවේ.

II. (8,6,10)

$$10^2 = 100$$
$$8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$
$$10^2 = 8^2 + 6^2$$

∴ (8,6,10) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පයිතගරස් ත්‍රිකයක් වේ.

∴ (8,6,10) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පාද වල දිග වන ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වේ.

III. (3,6,8)

$$8^2 = 64$$
$$3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$
$$8^2 \neq 3^2 + 6^2$$

∴ (6,12,13) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පයිතගරස් ත්‍රිකයක් නොවේ.

∴ (6,12,13) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පාද වල දිග වන ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නොවේ.

IV. (24,10,26)

$$26^2 = 676$$
$$24^2 + 10^2 = 576 + 100 = 676$$
$$26^2 = 24^2 + 10^2$$

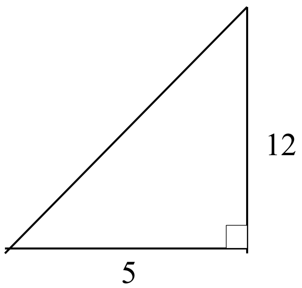
∴ (6,12,13) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පයිතගරස් ත්‍රිකයක් වේ.

∴ (6,12,13) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පාද වල දිග වන ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වේ.

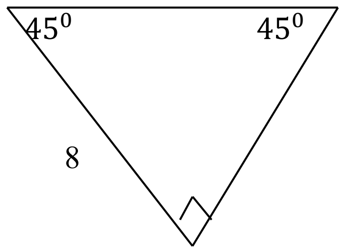
මිශ්‍ර අභ්‍යාස

1. පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණවල කර්ණය මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලය සොයන්න.

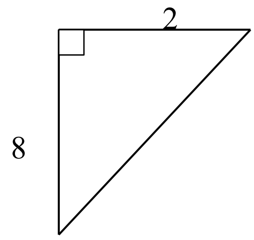
I.



II.



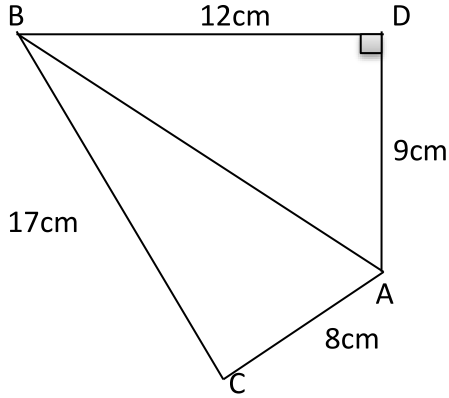
III.



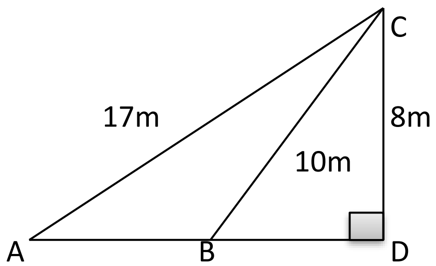
2. තිරස් පොළවක A ලක්ෂ්‍යයක සිටගෙන සිටින මිනිසෙක් නැගෙනහිර දෙසට 15m දුරන් ගමන් කොට B නම් ලක්ෂයකට පැමිණ පසුව උතුරු දෙසට 8m දුරක් ගමන් කොට C ලක්ෂ්‍යයකට පැමිණේ. AC දුර සොයන්න.

3. ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. AD යනු ත්‍රිකෝණයේ උච්චයකි. $4AD^2 = 3BC^2$ බව පෙන්වන්න.

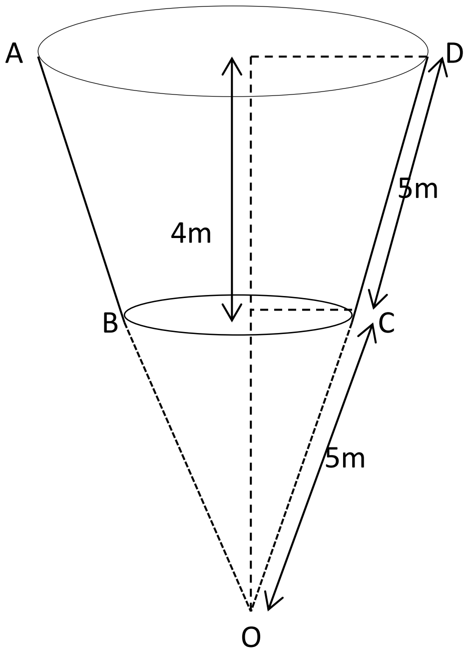
4. පහත රූපවල දී ඇති මිනුම් වලට අනුව රූපයේ $B\hat{A}C$ කෝණය සෘජුකෝණයක් බව පෙන්වන්න.



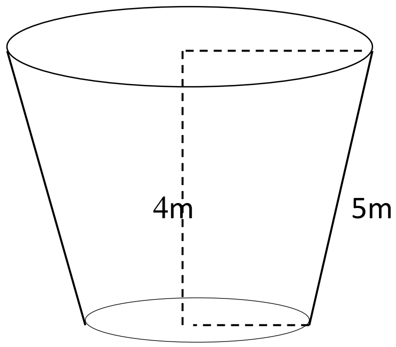
5. 8m උස කුලුනක මුදුනේ සිට 17m හා 10m දිග කම්බි දෙකක් ඇද පොළවේ පිහිටි A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකකට රූපයේ පරිදි ගැටගසා ඇත. A හා B අතර දුර සොයන්න.



6. රූපයේ දැක්වෙන්නේ කේතුවක පතුලට සමාන්තරව තිරස්ව කපා ශීර්ෂය සහිත කොටස ඉවත්කොට සාදා ගන්නා ලද ජින්නකයකි. (බාල්දියකි) එහි පරිමාව සොයන්න.

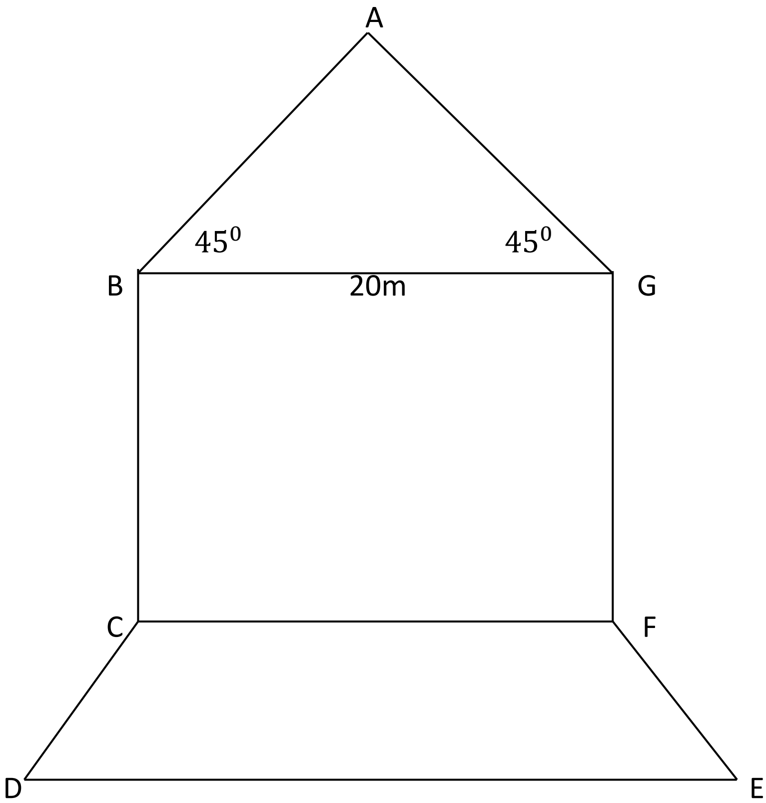


කේතුව



ජින්නකය

7. තොරණක් නිර්මාණය කිරීම සඳහා සකස් කරන ලද සැකිල්ලක් පහත රූපයේ දැක් වේ. ABG සම ද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වන අතර BCFG සමචතුරස්‍රයකි. CD=EF=5m හා DF=28m වේ.



I. ABG ත්‍රිකෝණාකාර කොටසේ දාර දිගේ රතු පැහැති බල්බ් වැලක් යැවීමට අවශ්‍යව ඇත. ඒ සඳහා අවශ්‍ය බල්බ් වැලෙහි දිග සොයන්න.

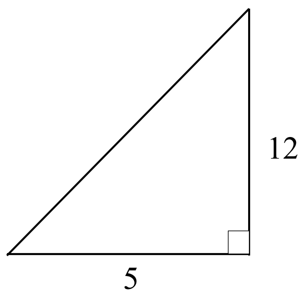
II. තොරණේ ශක්තිමත් බව වැඩි කිරීම සඳහා A ශීර්ෂයේ සිට BE පාදයේ පිහිටි H ලක්ෂ්‍යයකට AH දණ්ඩක් ලම්බකව සවිකල යුතුව ඇත. එහි උස සොයන්න

III. B සහ G ලක්ෂ්‍ය වල සිට CF පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යට තන්තු දෙකක් සවි කර ඇත. එහි එක් තන්තුවක දිග සොයන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාස විසඳුම්

1.

I.

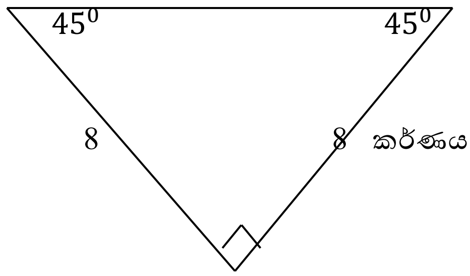


කර්ණය මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 5^2 + 12^2$

$= 25 + 144$

$= 169$

II.

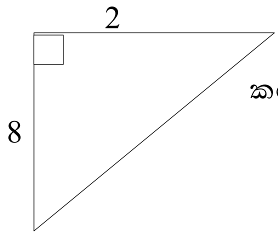


කර්ණය මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 8^2 + 8^2$

$= 64 + 64$

$= 128$

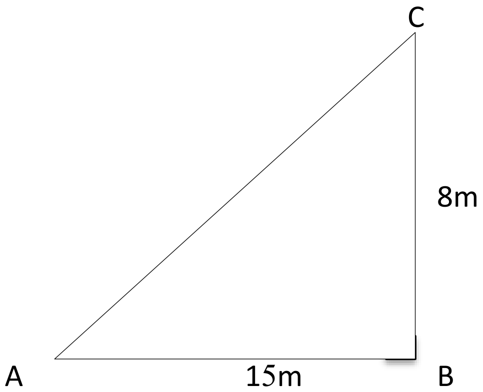
III.



කර්ණය මත අඳිනු ලබන සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 8^2 + 2^2$

$= 64 + 4$

$= 68$



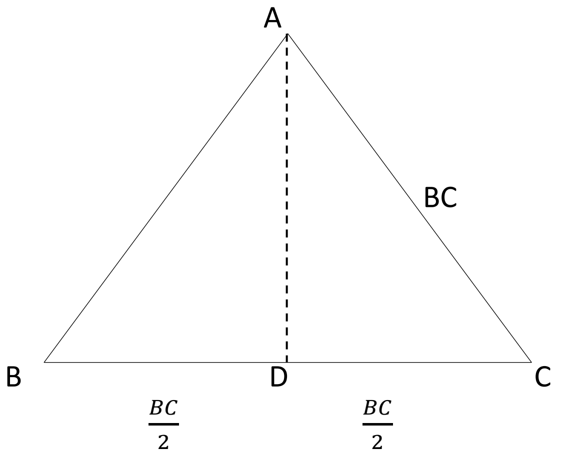
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$= 15^2 + 8^2$

$AC^2 = 289$

$AC = 17$

2.



ප්‍රශ්ණය දී ඇත්තේ AD හා BC අතර සම්බන්ධතාවයක් සෙවීම සඳහාය. එම නිසා සියලුම පාදවල දිග BC වලින් ප්‍රකාශ කර ගනිමු.

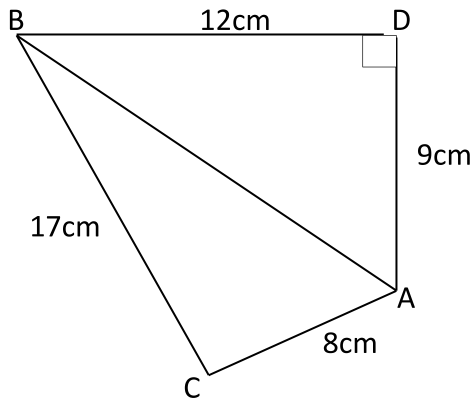
∴ ADC ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන්

$$BC^2 = \left(\frac{BC}{2}\right)^2 + AD^2$$

$$BC^2 = \frac{BC^2}{4} + AD^2$$

$$4BC^2 = BC^2 + 4AD^2$$

3.



ABC සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් නිසා

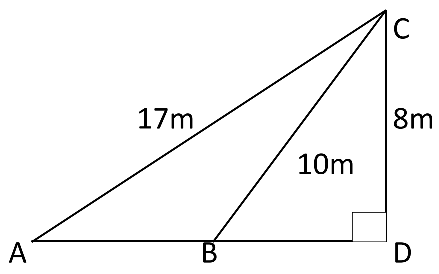
$$AB^2 = 9^2 + 12^2$$
$$= 81 + 144$$
$$AB^2 = 225$$

ABC ත්‍රිකෝණයේ

$$AB^2 + AC^2 = 225 + 8^2$$
$$= 289$$
$$BC^2 = 17^2$$
$$= 289$$
$$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$\therefore B\hat{A}C$ සෘජුකෝණයක් වේ.

4.



BCD ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන්

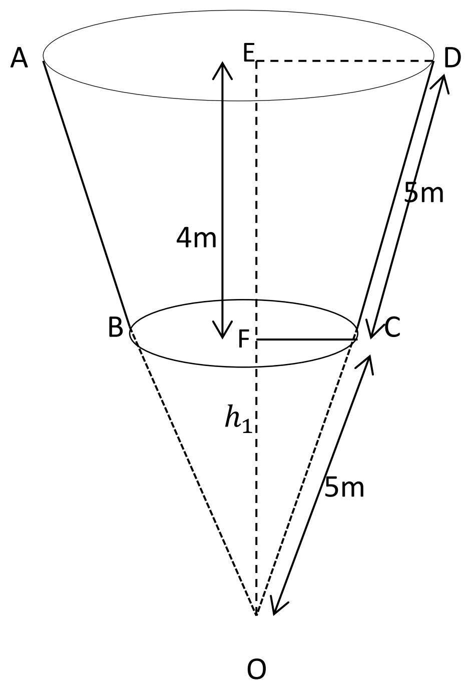
$$BD^2 + 8^2 = 10^2$$
$$BD^2 = 100 - 64$$
$$BD^2 = 36$$
$$BD = \sqrt{36}$$
$$BD = 6\,m$$

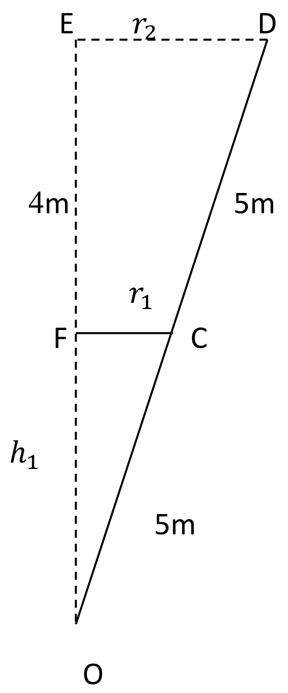
ACD ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන්

$$AD^2 + 8^2 = 17^2$$
$$AD^2 = 289 - 64$$
$$AD^2 = 225$$
$$AD = \sqrt{225}$$
$$AD = 15\,m$$

$$\therefore AB = 15 - 6 = 9m$$

5.





ODF සහ OCF ත්‍රිකෝණ සමරූපී ත්‍රිකෝණ නිසා අනුරූප පාද අතර අනුපාත සමාන වේ.

$$\frac{OF}{OF} = \frac{OD}{OC} = \frac{DE}{CF}$$

$$\frac{4+h_1}{h_1} = \frac{10}{5} = \frac{r_2}{r_1}$$

$$\frac{4+h_1}{h_1} = \frac{10}{5}$$

$$4 + h_1 = 2h_1$$

$$4 = 2h_1 - h_1$$

$$4 = 2h_1 - h_1$$

$$4m = h_1$$

OCF ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන්

$$h_1^2 + r_1^2 = 5^2$$

$$4^2 + r_1^2 = 5^2$$

$$r_1^2 = 9$$

$$r_1 = 3m$$

$$\therefore \frac{r_2}{r_1} = \frac{10}{5}$$

$$\frac{r_2}{3} = 2$$

$$r_2 = 6m$$

ජින්නකයේ පරිමාව = විශාල කේතුවේ පරිමාව - කුඩා කේතුවේ පරිමාව

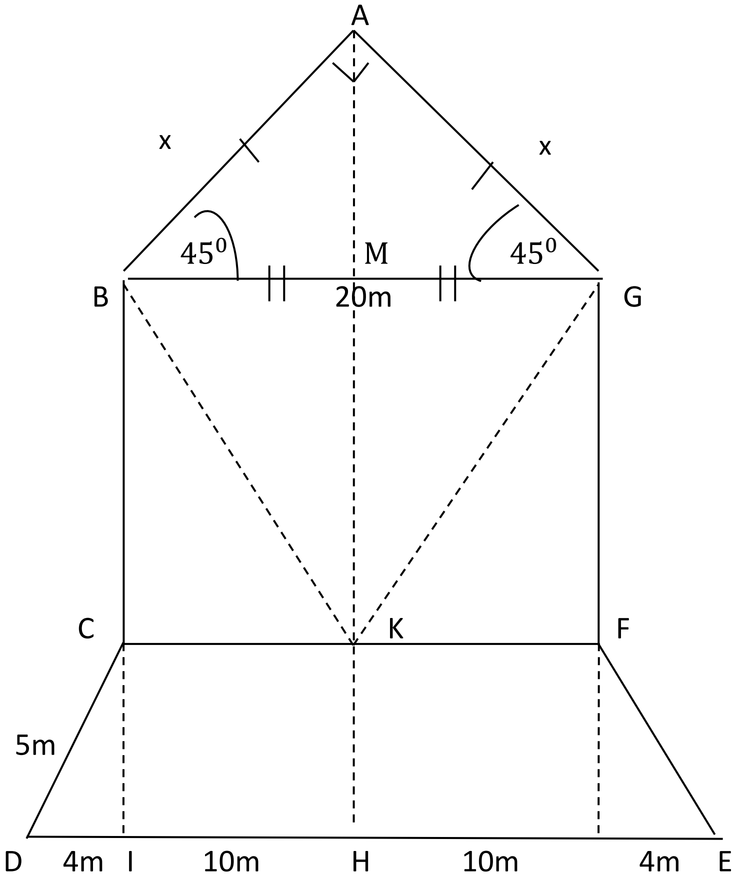
$$= \pi r_2^2 (h_1 + 4) - \pi r_1^2\, h_1$$

$$= \pi\, [6^2 \times 8 - 3^2 \times 4]$$

$$= \frac{22}{7} \times 252$$

$$= \underline{\underline{792\, m^3}}$$

6.



ABG △ න්;

I. $x^2 + x^2 = 20^2$

$2x^2 = 400$

$x^2 = 200$

$x = \sqrt{200}$

$x = \sqrt{2 \times 100}$

$x = 10\sqrt{2}$

ABG ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය $= 20 + 10\sqrt{2} \times 2$

$= 20 + 20\sqrt{2}$

II. $\mathrm{AM} = \mathrm{BM}$

$\mathrm{AM} = 10\mathrm{m}$

CDI ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයයෙන්

$\mathrm{CI}^2 + 4^2 = 5^2$

$\mathrm{CI}^2 = 25 - 16$

$\mathrm{CI}^2 = 9$

$$CI = \sqrt{9}$$

$$CI = 3$$

$$\therefore AH = AM + BC + CI$$

$$AH = 10 + 20 + 3$$

$$AH = 33m$$

III. $GK^2 = GM^2 + MK^2$

$$GK^2 = 10^2 + 20^2$$

$$GK^2 = 100 + 400$$

$$GK^2 = 500$$

$$GK = \sqrt{500}$$

$$GK = \sqrt{5 \times 100}$$

$$GK = 10\sqrt{5}m$$

සාරාංශය

- සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය සෘජුකෝණය අඩංගු ඉතිරි පාද දෙක මත අඳින ලද සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵල වල එකතුවට සමාන බව පයිතගරස් සම්බන්ධතාවයෙන් කිය වේ.

- (a,b,c) සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වයක් සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක පාද වල දිග නිරූපනය කරයි නම් එම සංඛ්‍යා ත්‍රිත්වය පයිතගරස් ත්‍රිත්වයක් (ත්‍රිකයක්) ලෙස හැඳින්වේ.

- ත්‍රිකෝණයක පාද වල දිග පයිතගරස් ත්‍රිකයක් ලබා දෙයි නම් එම ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් බව පයිතගරස් සම්බන්ධතාවයේ විලෝමයෙක් කිය වේ.

පාරිභාෂික වචන

- පයිතගරස් සම්බන්ධතාවය - Pythagoras relationship

අමතර කියවීම සඳහා

- http://nie.lk/pdffiles/other/sAL_QuesBan%20SFT.pdf