23 වර්ගජ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- දෙන ලද xහි පරාසයක් සඳහා $y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට,
- $y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය, සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සෙවීමට,
- $y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් ශ්‍රිතයේ දෙන ලද අගය ප්‍රාන්තරයකට අදාළ xහි අගය ප්‍රාන්තරය සෙවීමට,
- $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $y = 0$ සමීකරණයේ මූල සෙවීමට,
- $y = ax^2$ හා $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිත නිරීක්ෂණයෙන් උපරිම හෝ අවම අගය, හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක, සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය නිර්ණය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

23.1 $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිත

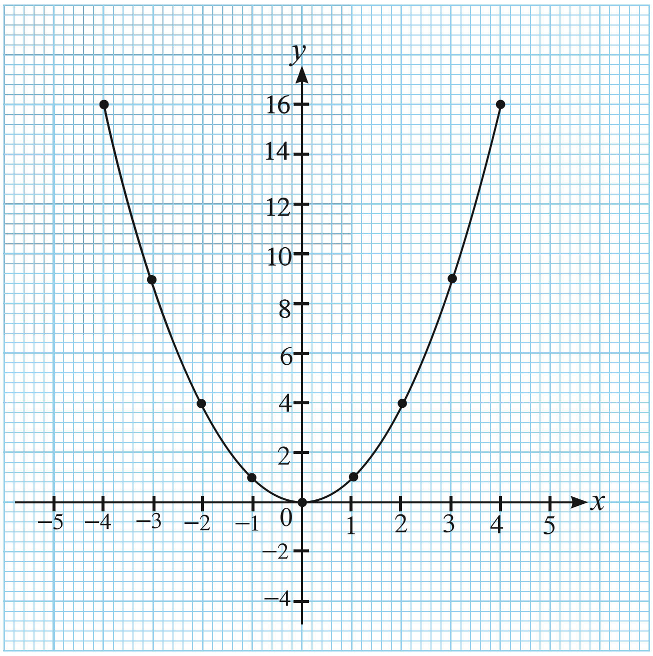
$y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල මෙම කොටසින් අධ්‍යයනය කරනු ලබන්නේ $a > 0$ අවස්ථාවයි.

$y = x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පළමුව පහත දැක්වෙන ආකාරයේ අගය වගුවක් සකස් කර ගනිමු.

x	x^2	y	ඛණ්ඩාංක
-4	$-4 \times -4 = 16$	16	$(-4,\ 16)$
-3	$-3 \times -3 = 9$	9	$(-3,\ 9)$
-2	$-2 \times -2 = 4$	4	$(-2,\ 4)$
-1	$-1 \times -1 = 1$	1	$(-1,\ 1)$
0	0	0	$(0,\ 0)$
1	$1 \times 1 = 1$	1	$(1,\ 1)$
2	$2 \times 2 = 4$	4	$(2,\ 4)$
3	$3 \times 3 = 9$	9	$(3,\ 9)$
4	$4 \times 4 = 16$	16	$(4,\ 16)$

ඉහත වගුව අනුව,
$(-4,\ 16)$, $(-3,\ 9)$, $(-2,\ 4)$, $(-1,\ 1)$, $(0,\ 0)$, $(1,\ 1)$, $(2,\ 4)$, $(3,\ 9)$, $(4,\ 16)$ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමට අවශ්‍ය ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක වේ.

මෙම ඛණ්ඩාංක කාටීසීය තලයක ලකුණු කර එම ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් සුමටව යා කළ විට පහත දැක්වෙන පරිදි ශ්‍රිතයේ y ප්‍රස්තාරය ලැබේ. එලෙස ලැබෙන වක්‍රය පරාවලයක් ලෙස හැඳින්වේ.



මෙම ප්‍රස්තාරය, y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

- මෙහි අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය (y අගය) 0 වේ.

මීළඟට $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ එකම ඛණ්ඩාංක තලයක අඳිමු. ඒ සඳහා සකස් කළ අගය වගු පහත දැක්වේ.

$y = x^2$

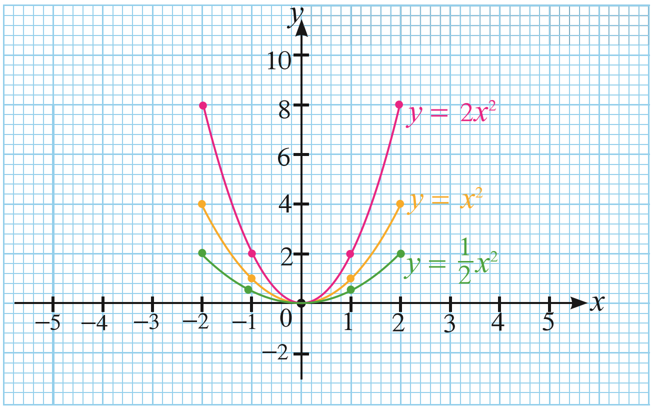
x	x^2	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	4	(−2, 4)
−1	1	1	(−1, 1)
0	0	0	(0, 0)
1	1	1	(1, 1)
2	4	4	(2, 4)

$y = 2x^2$

x	x^2	$2x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	8	8	(−2, 8)
−1	1	2	2	(−1, 2)
0	0	0	0	(0, 0)
1	1	2	2	(1, 2)
2	4	8	8	(2, 8)

$y = \frac{1}{2}x^2$

x	x^2	$\frac{1}{2}x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
-2	4	2	2	$(-2,\ 2)$
-1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$(-1,\ \frac{1}{2})$
0	0	0	0	$(0,\ 0)$
1	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$(1,\ \frac{1}{2})$
2	4	2	2	$(2,\ 2)$



මෙම ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර සියල්ල ම අධ්‍යයනය කළ විට $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි පහත ලක්ෂණ ඇති බව හඳුනා ගත හැකි වේ.

- අවම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (හැරවුම් ලක්ෂ්‍යය / වර්තන ලක්ෂ්‍යය) (0,0) වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය 0 වේ.
- ප්‍රස්තාර y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

මීළඟට $a < 0$ විට $y = ax^2$ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාර පිළිබඳ සලකා බලමු.

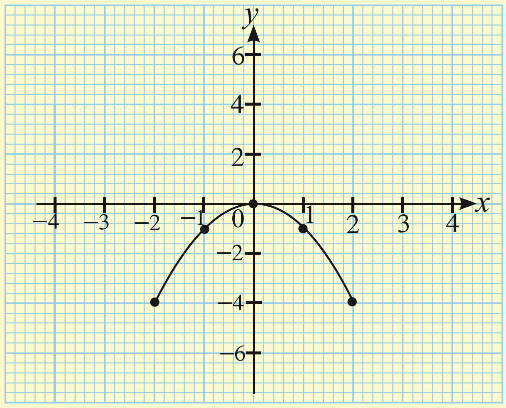
නිදසුන 1

$y = -x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

x	x^2	$-x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
-2	4	-4	-4	$(-2,\ -4)$
-1	1	-1	-1	$(-1,\ -1)$
0	0	0	0	$(0,\ 0)$
1	1	-1	-1	$(1,\ -1)$
2	4	-4	-4	$(2,\ -4)$

අගය වගුවේ දැක්වෙන ඛණ්ඩාංක ඇසුරින් අඳින ලද ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.

මෙහි උපරිම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ. මෙය y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. මෙහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ. මෙම ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 0 වේ.



$a < 0$ විට $y = ax^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරවල ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = -x^2$, $y = -2x^2$ හා $y = -\frac{1}{2}x^2$ ශ්‍රිතයන්ගේ ප්‍රස්තාර එකම කාටීසීය තලයක අඳිමු. ඒ සඳහා සකස් කළ අගය වගු පහත දැක්වේ.

$y = -x^2$

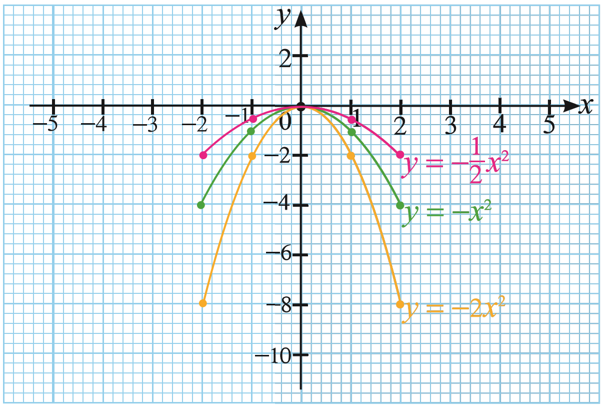
x	x^2	$-x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	−4	−4	(−2, −4)
−1	1	−1	−1	(−1, −1)
0	0	0	0	(0, 0)
1	1	−1	−1	(1, −1)
2	4	−4	−4	(2, −4)

$y = -2x^2$

x	x^2	$-2x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	−8	−8	(−2, −8)
−1	1	−2	−2	(−1, −2)
0	0	0	0	(0, 0)
1	1	−2	−2	(1, −2)
2	4	−8	−8	(2, −8)

$y = -\frac{1}{2}x^2$

x	x^2	$-\frac{1}{2}x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
−2	4	−2	−2	(−2, −2)
−1	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$(-1, -\frac{1}{2})$
0	0	0	0	(0, 0)
1	1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$(1, -\frac{1}{2})$
2	4	−2	−2	(2, −2)



$a < 0$ විට හෝ $a > 0$ විට $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය,

- එම ප්‍රස්තාර පරාවල වේ.
- $a > 0$ විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.
- $a < 0$ විට ලැබෙන ප්‍රස්තාරය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.
- ප්‍රස්තාර y අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. එබැවින් එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ($a > 0$ විට අවම ලක්ෂ්‍යය හෝ $a < 0$ විට උපරිම ලක්ෂ්‍යය) ඛණ්ඩාංක $(0, 0)$ වේ.

නිදසුන 2

$y = \frac{1}{5}x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය සලකන්න.

ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව, සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ද හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය ද, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය උපරිමයක් ද අවමයක් යන්න ද ලියා දක්වන්න.

මෙය $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක් නිසා,

- සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, 0)$ වේ. මෙහි x^2හි සංගුණය ධන අගයක් නිසා (එනම් $a > 0$) ප්‍රස්තාරයේ අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි.

නිදසුන 3

ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව, $y = -\frac{1}{3}x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ,

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යය උපරිමයක් ද නැතහොත් අවමයක් ද යන්න සහ එම හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.

මෙය $y = ax^2$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයකි.

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

(ii) ශ්‍රිතයේ x^2හි සංගුණකය සෘණ අගයක් නිසා, ($a < 0$) මෙය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත ප්‍රස්තාරයකි. මෙහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (0, 0) වේ.

23.1 අභ්‍යාසය

1. $y = 3x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා $x = -2$ සිට $x = +2$ තෙක් පරාසය තුළ අගය වගුවක් ගොඩනඟන්න. සුදුසු පරිමාණයක් යොදා ගනිමින් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. අඳින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිත කර,
   (i) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
   (ii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය ලියන්න.
   (iii) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.

2. $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ $y = \frac{1}{3}x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. අඳින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිත කර, (i), (ii), (iii) සඳහා පිළිතුරු සපයන්න.
   (i) ශ්‍රිතයේ සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියන්න.
   (ii) වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
   (iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය ලියන්න.

3. $y = -3x^2$ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා පිළියෙළ කර ගත් අසම්පූර්ණ අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$-3x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
-2	4	......	......	....
-1	1	......	......	....
0	......	......	0	....
1	1	......	......	....
2	......	......	-12	....

   (i) වගුව සම්පූර්ණ කර සුදුසු පරිමාණයක් භාවිත කර $y = -3x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන්,
      (*a*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වන්න.
      (*b*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය ලියා දක්වන්න.
      (*c*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

4. $-4 \leq x \leq 4$ අගයන් යොදා ගනිමින් $y = -\frac{1}{4}x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එමගින්,
   (i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය
   (ii) වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක
   (iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලබා ගන්න.

5. (i) $y = 8x^2$ (ii) $y = -7x^2$ (iii) $y = \frac{1}{9}x^2$

(iv) $y = \frac{5}{7}x^2$ (v) $y = -\frac{3}{8}x^2$ (vi) $y = 7x^2$

ඉහත දැක්වෙන එක් එක් ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව ශ්‍රිතය නිරීක්ෂණය කිරීමෙන්,

(*a*) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

(*b*) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය

(*c*) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

ලියා දක්වන්න.

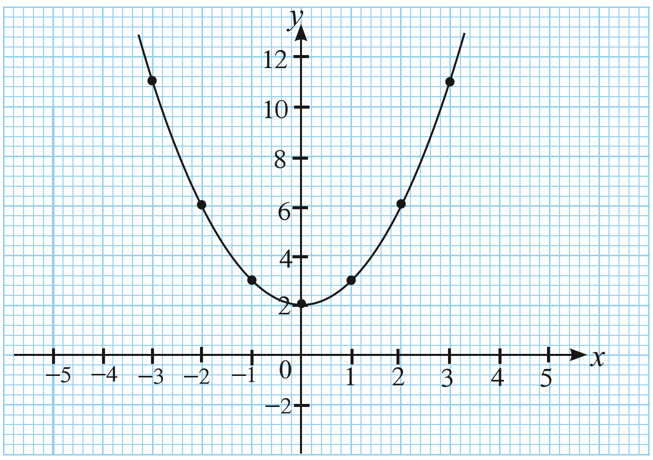
23.2 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය

$y = ax^2 + b$ ආකාර ශ්‍රිතයක b අගය ධන විට, ප්‍රස්තාරයක ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීමට $y = x^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

මේ සඳහා $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ පිළියෙළ කළ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$x^2 + 2$	y	ඛණ්ඩාංක
-3	9	11	11	$(-3,\ 11)$
-2	4	6	6	$(-2,\ 6)$
-1	1	3	3	$(-1,\ 3)$
0	0	2	2	$(0,\ 2)$
1	1	3	3	$(1,\ 3)$
2	4	6	6	$(2,\ 6)$
3	9	11	11	$(3,\ 11)$

එය භාවිත කර අඳින ලද $y = x^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



මේ අනුව,

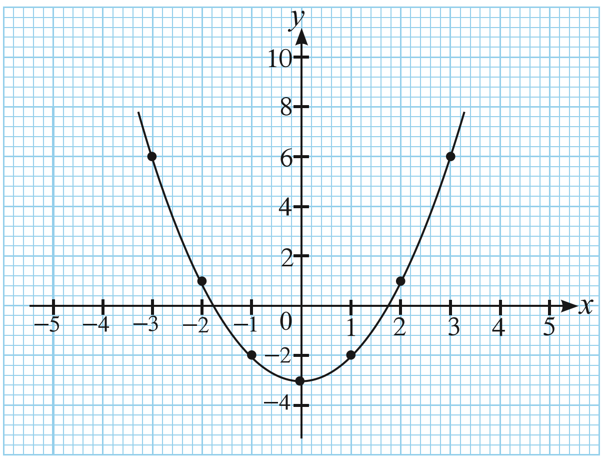
- $y = x^2 + 2$ ප්‍රස්තාරය, අවම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවලයකි.
- එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය (0, 2) වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය 2 වේ.

$y = ax^2 + b$ ආකාර ශ්‍රිතයක b අගය සෘණ වූ විට, ප්‍රස්තාරයේ ලක්ෂණ හඳුනා ගැනීමට $y = x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය සලකමු.

මේ සඳහා $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ පිළියෙළ කළ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$x^2 - 3$	y	ඛණ්ඩාංක
-3	9	6	6	$(-3, 6)$
-2	4	1	1	$(-2, 1)$
-1	1	-2	-2	$(-1, -2)$
0	0	-3	-3	$(0, -3)$
1	1	-2	-2	$(1, -2)$
2	4	1	1	$(2, 1)$
3	9	6	6	$(3, 6)$

පහත දක්වා ඇත්තේ එය භාවිත කර අඳින ලද $y = x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයයි.



මේ අනුව,

- $y = x^2 - 3$ ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.
- එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- එහි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය $(0, -3)$ වේ.
- ශ්‍රිතයේ අවම අගය -3 වේ.

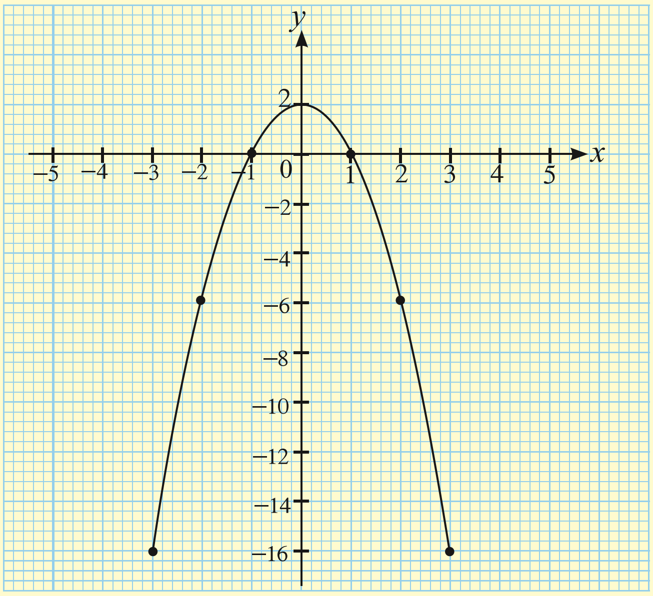
$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල මෙතෙක් අප අධ්‍යයනය කරන ලද්දේ a ධන අගයක් වූ අවස්ථා වේ. දැන් $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක a හි අගය ඍණ අගයක් වූ අවස්ථාවක් සලකමු.

නිදසුන 1

$y = -2x^2 + 2$ ශ්‍රිතය සළකමු. මේ සඳහා, $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ පිළියෙළ කළ වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$-2x^2$	$-2x^2 + 2$	y	ඛණ්ඩාංක
-3	9	-18	-16	-16	$(-3, -16)$
-2	4	-8	-6	-6	$(-2, -6)$
-1	1	-2	0	0	$(-1, 0)$
0	0	0	2	2	$(0, 2)$
1	1	-2	0	0	$(1, 0)$
2	4	-8	-6	-6	$(2, -6)$
3	9	-18	-16	-16	$(3, -16)$

එය භාවිත කර අඳින ලද $y = -2x^2 + 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය පහත දැක්වේ.



මේ අනුව,

- $y^2 = -2x^2 + 2$ උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවලයකි.
- එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංකය $(0, 2)$ වේ.
- ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 2 වේ.

$y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර,

- a ධන අගයක් වූ විට අවම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවල වේ.
- a සෘණ අගයක් වූ විට උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් සහිත පරාවල වේ.
- මෙහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.
- හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, b)$ වේ.
- ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය b වේ.

නිදසුන 2

$y = 4x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ,

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

(iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය

ලියා දක්වන්න.

(i) $y = 4x^2 - 3$ ශ්‍රිතය, $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයකි. එබැවින් එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

(ii) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය $(0, b)$ වේ. එබැවින් $y = 4x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, -3)$ වේ.

(iii) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර a ධන අගයක් වූ විට අවම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවල වේ. එබැවින් $y = 4x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අවම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවලයකි. ශ්‍රිතයේ අවම අගය -3 වේ.

නිදසුන 3

$y = -3x^2 + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ

(i) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය

(ii) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක

(iii) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය

ලියා දක්වන්න.

(i) $y = -3x^2 + 5$ ශ්‍රිතය, $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයකි. එබැවින් එහි සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය $x = 0$ වේ.

(ii) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරයන්හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යය $(0, b)$ වේ. එබැවින් $y = -3x^2 + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරයේ හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(0, 5)$ වේ.

(iii) $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාර a සෘණ අගයක් වූ විට උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවල වේ. එබැවින් $y = -3x^2 + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය උපරිම ලක්ෂ්‍යයක් ඇති පරාවලයකි. ශ්‍රිතයේ උපරිම අගය 5 වේ.

23.2 අභ්‍යාසය

1. (i) $-3 \le x \le 3$ අගයන් යොදා ගනිමින් $y = x^2 + 5$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
   (a) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය,
   (b) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,
   (c) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලියා දක්වන්න.

2. (i) $-3 \le x \le 3$ අගයන් යොදා ගනිමින් $y = x^2 - 2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
   (a) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය,
   (b) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,
   (c) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලියා දක්වන්න.

3. (i) $-3 \le x \le 3$ අගයන් යොදා ගනිමින් $y = -2x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
   (a) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය,
   (b) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,
   (c) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලියා දක්වන්න.

4. $y = -2x^2 - 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර ඇඳීම සඳහා සකස් කළ අසම්පූර්ණ අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$-2x^2$	$-2x^2 - 3$	y
-3	....	....	....	....
-2	....	....	....	....
-1	....	....	....	....
0	0	0	-3	-3
1	....	....	....	....
2	....	....	....	....
3	9	-18	-21	-21

   (i) එය සම්පූර්ණ කර $y = -2x^2 - 3$හි ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
   (ii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින්,
   (a) සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය,
   (b) හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක,
   (c) ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
   ලියා දක්වන්න.

5. පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරය උපරිමක් සහිත පරාවලයක් ද අවමයක් සහිත පරාවලයක් ද යන්න සඳහන් කරන්න.

(i) $y = \frac{3}{8}x^2 + 3$ (ii) $y = 11x^2 - 4$ (iii) $y = -\frac{2}{9}x^2 + 2$

(iv) $y = -\frac{5}{7}x^2 - 3$ (v) $y = 10x^2 + 3$ (vi) $y = -3x^2 + 11$

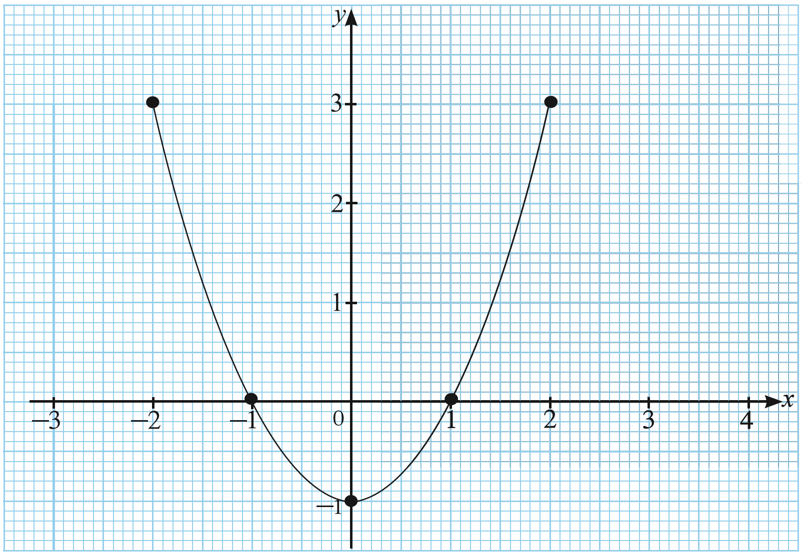
6. පහත දැක්වෙන ශ්‍රිතවල ප්‍රස්තාරය ඇඳීමෙන් තොරව දී ඇති වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

ශ්‍රිතය	සමමිති අක්ෂයේ සමීකරණය	හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක	ශ්‍රිතයේ උපරිම හෝ අවම අගය
$y = 8x^2 - 7$	....	....	....
$y = 4 - 5x^2$	....	....	....
$y = 3x^2 + \frac{1}{5}$	....	....	....
$y = 2x^2 - \frac{1}{4}$	....	....	....
$y = \frac{1}{2}x^2 + 3$	....	....	....
$y = \frac{4}{3}x^2 - 1$	....	....	....
$y = \frac{5}{2}x^2 - \frac{1}{3}$	....	....	....

23.3 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් ශ්‍රිතයේ දෙන ලද අගය ප්‍රාන්තරයකට අදාළ xහි අගය ප්‍රාන්තරය සෙවීම

අවම අගයක් සහිත ශ්‍රිතයක yහි අගය ප්‍රාන්තරයකට අදාළ xහි අගය ප්‍රාන්තරය හඳුනා ගැනීම සඳහා $y = x^2 - 1$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාර සලකමු. පළමුව $y = x^2 - 1$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

x	x^2	$x^2 - 1$	y	ඛණ්ඩාංක
-2	4	3	3	$(-2, 3)$
-1	1	0	0	$(-1, 0)$
0	0	-1	-1	$(0, -1)$
1	1	0	0	$(1, 0)$
2	4	3	3	$(2, 3)$



මෙම ප්‍රස්තාරයේ,

(i) $y > 0$ විට ප්‍රස්තාරය ධන අගය ගනී.

(ii) $y < 0$ විට ප්‍රස්තාරය ඍණ අගය ගනී.

පහත සඳහන් අවස්ථා ප්‍රස්තාරය නිරීක්ෂණයෙන් ලබා ගනිමු.

(i) x හි අගය -2 සිට -1 තෙක් වැඩි වීමේදී ශ්‍රිතය ධනව අඩු වේ.

(ii) x හි අගය -1 සිට 0 තෙක් වැඩි වීමේදී ශ්‍රිතය ඍණව අඩු වේ.

(iii) x හි අගය 0 සිට 1 තෙක් වැඩි වීමේදී ශ්‍රිතය ඍණව වැඩි වේ.

(iv) x හි අගය 1 සිට 2 තෙක් වැඩි වීමේදී ශ්‍රිතය ධනව වැඩි වේ.

එසේම,

$-1 < x < 1$ (-1 ත් 1ත් අතර) ප්‍රාන්තරයේදී ශ්‍රිතය ඍණ වේ.

$x < 1$ හා $x > 1$ ප්‍රාන්තරයේදී ශ්‍රිතය ධන වේ.

නිදසුන 1

$y = 4 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න. එමගින්,

(i) $y > 0$ (ශ්‍රිතය ධන වන) x හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.

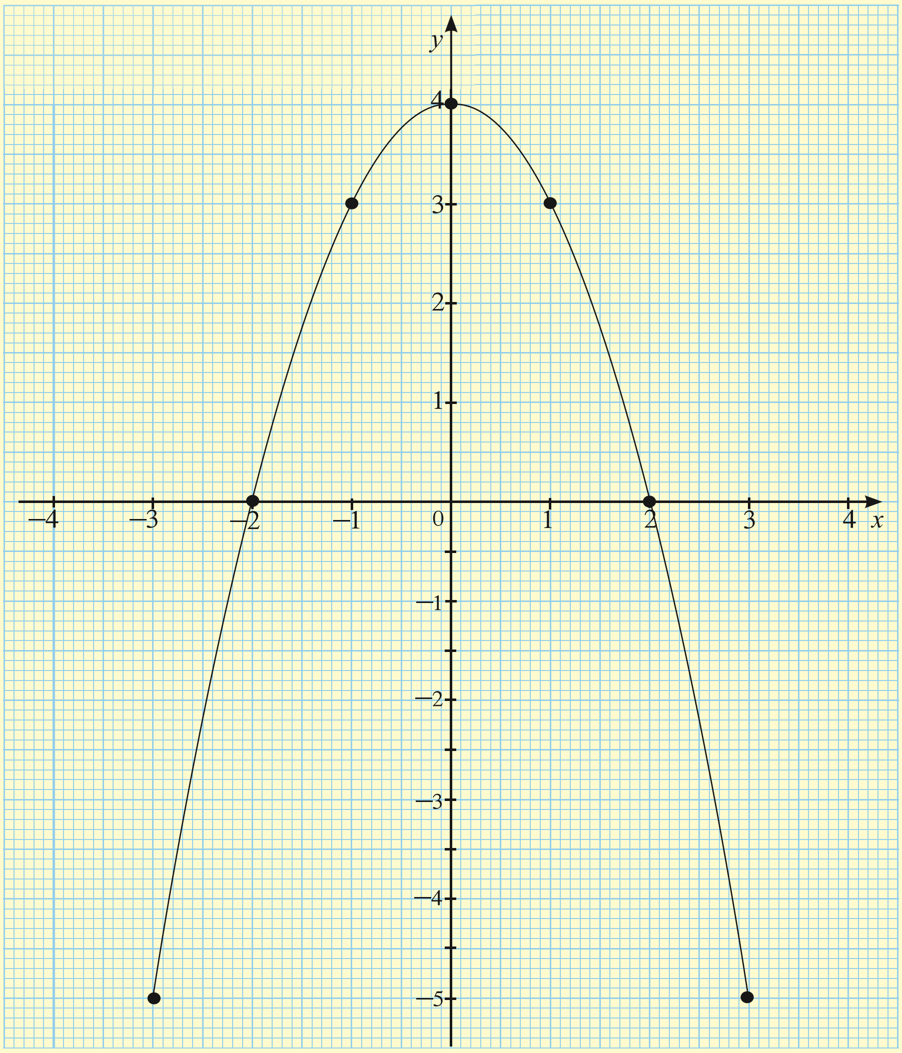
(ii) ශ්‍රිතය ඍණව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

(iii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

(iv) ශ්‍රිතය ධනව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

(v) ශ්‍රිතය ඍණව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

x	$-x^2$	$4-x^2$	ඛණ්ඩාංක
-3	-9	-5	$(-3, -5)$
-2	-4	0	$(-2, 0)$
-1	-1	3	$(-1, 3)$
0	0	4	$(0, 4)$
1	-1	3	$(1, 3)$
2	-4	0	$(2, 0)$
3	-9	-5	$(3, -5)$



(i) $y > 0$ වන්නේ x අක්ෂයේ එනම් $y = 0$ රේඛාවෙන් ඉහළ කොටසේ ය.
එනම් -2ත් $+2$ත් අතර ප්‍රාන්තරයේ වේ.
එය $-2 < x < 2$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.

(ii) $-3 < x < -2$ (iii) $-2 < x < 0$
(iv) $0 < x < 2$ (v) $2 < x < 3$

23.3 අභ්‍යාසය

1. $y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ අඳින්න. එමගින්,
(i) $y > 0$ (ශ්‍රිතය ධන වන) x හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.
(ii) ශ්‍රිතය සෘණව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
(iii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
(iv) ශ්‍රිතය ධනව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
(v) ශ්‍රිතය සෘණව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

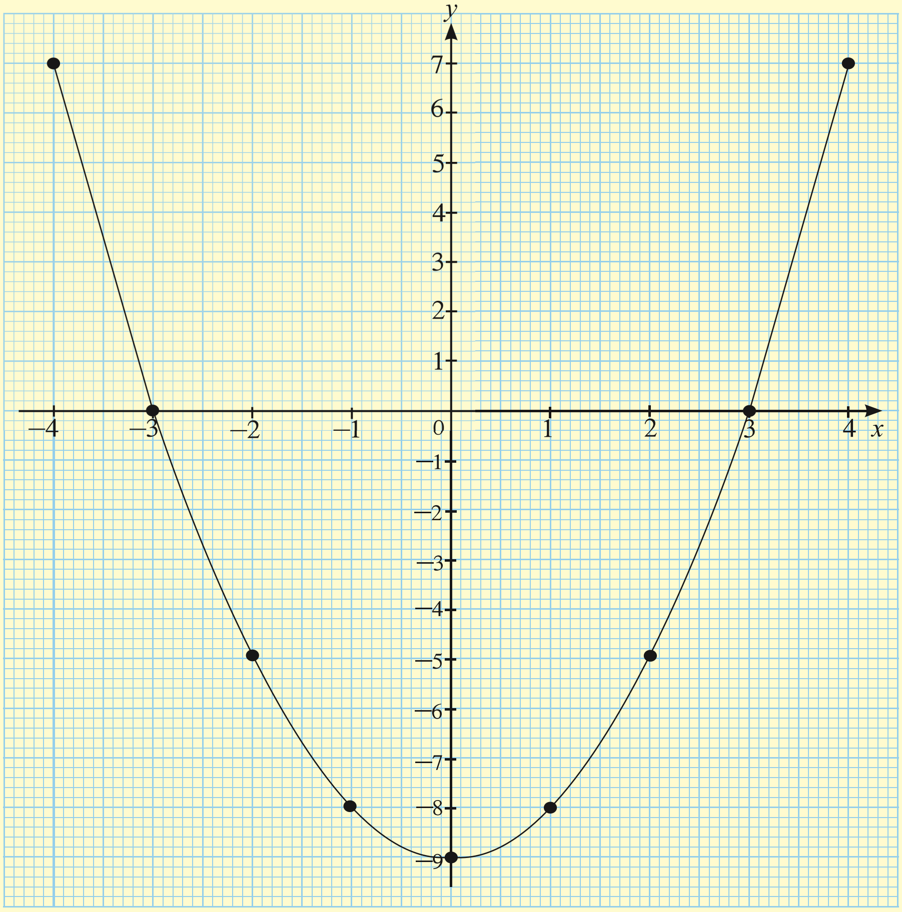
2. $y = -2x^2 + 3$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය $-3 \leq x \leq 3$ පරාසය තුළ අඳින්න. එමගින්,
(i) $y > 0$ (ශ්‍රිතය ධන වන) x හි අගය ප්‍රාන්තරය සොයන්න.
(ii) ශ්‍රිතය සෘණව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
(iii) ශ්‍රිතය ධනව වැඩි වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
(iv) ශ්‍රිතය ධනව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?
(v) ශ්‍රිතය සෘණව අඩු වන x හි අගය ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

23.4 $y = ax^2 + b$ ආකාරයේ ශ්‍රිතයක ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $ax^2 + b = 0$ ආකාරයේ සමීකරණයක මූල සෙවීම

නිදසුන 1

$x^2 - 9 = 0$ සමීකරණය සළකන්න. එහි මූල ප්‍රස්තාරිකව පහත පරිදි සෙවිය හැකි ය. ඒ සඳහා පළමුව $y = x^2 - 9$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

x	x^2	$x^2 - 9$	y	ඛණ්ඩාංක
-4	16	$16 - 9 = 7$	7	$(-4, 7)$
-3	9	$9 - 9 = 0$	0	$(-3, 0)$
-2	4	$4 - 9 = -5$	-5	$(-2, -5)$
-1	1	$1 - 9 = -8$	-8	$(-1, -8)$
0	0	$0 - 9 = -9$	-9	$(0, -9)$
1	1	$1 - 9 = -8$	-8	$(1, -8)$
2	4	$4 - 9 = -5$	-5	$(2, -5)$
3	9	$9 - 9 = 0$	0	$(3, 0)$
4	16	$16 - 9 = 7$	7	$(4, 7)$



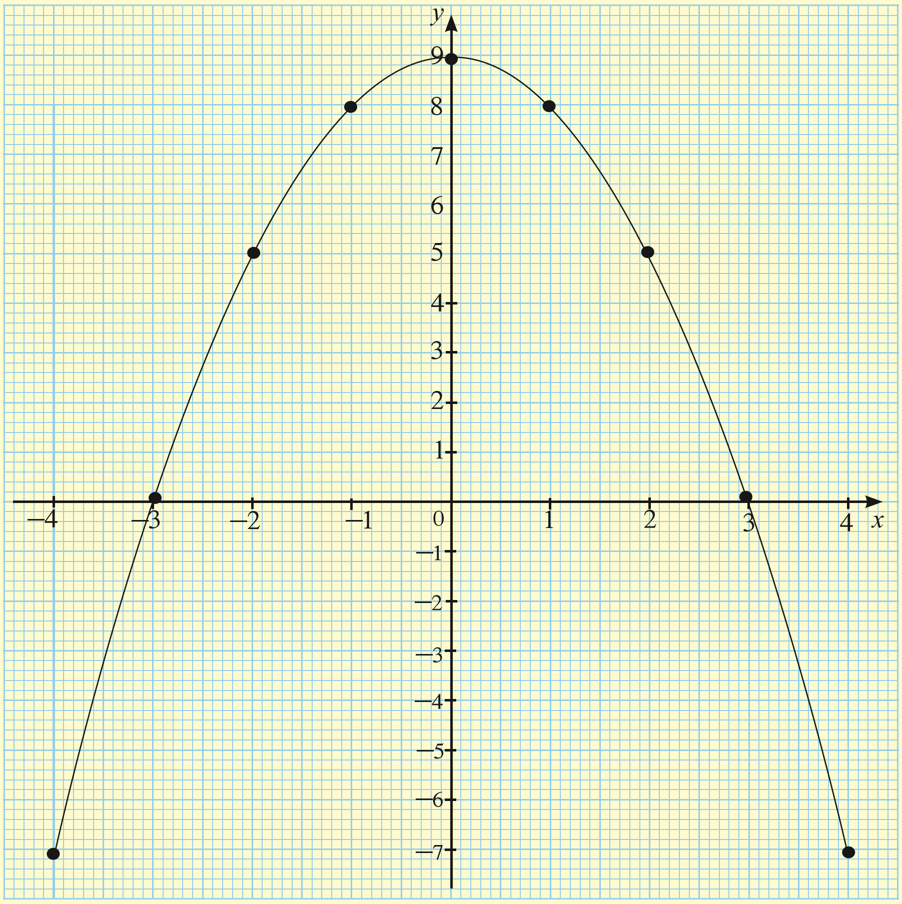
මෙම ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය මගින් x අක්ෂය $+3$ හා -3 ලක්ෂ්‍ය දෙකේදී ඡේදනය වේ. එම අවස්ථා දෙකේදී ම yහි බණ්ඩාංකය 0 වේ.

එනම් $x = +3$ විටත් $x = -3$ විටත් $x^2 - 9 = 0$ වේ. මේ අනුව, $x^2 - 9 = 0$ සමීකරණයේ මූල $+3$ සහ -3 වන බව පෙනේ.

නිදසුන 2

$9 - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල ප්‍රස්තාරිකව සොයමු. ඒ සඳහා පළමුව $y = 9 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳිමු.

x	x^2	$9 - x^2$	y	ඛණ්ඩාංක
-4	16	$9 - 16 = -7$	-7	$(-4, -7)$
-3	9	$9 - 9 = 0$	0	$(-3, 0)$
-2	4	$9 - 4 = 5$	5	$(-2, 5)$
-1	1	$9 - 1 = 8$	8	$(-1, 8)$
0	0	$9 - 0 = 9$	9	$(0, 9)$
1	1	$9 - 1 = 8$	8	$(1, 8)$
2	4	$9 - 4 = 5$	5	$(2, 5)$
3	9	$9 - 9 = 0$	0	$(3, 0)$
4	16	$9 - 16 = -7$	-7	$(4, -7)$



$y = 9 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය x අක්ෂය ඡේදනය කරන ලක්ෂ්‍ය දෙක වන්නේ -3 සහ $+3$ වේ. මෙම ලක්ෂ්‍ය දෙකේ y ඛණ්ඩාංකය 0 වේ. $x = -3$ විට දීත් $x = +3$ විට දීත් $9 - x^2 = 0$ වේ. එනම් $9 - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල $+3$ සහ -3 වේ.

23.4 අභ්‍යාසය

1. $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් ඇසුරින් $y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා ගොඩනඟන ලද අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$x^2 - 4$	y
-3	9	$9 - 4 = 5$	5
-2	4	$4 - 4 = 0$	0
-1	1	$1 - 4 = -3$	....
0	0	$0 - 4 = -4$	....
1	1	....	-3
2	....	$4 - 4 = 0$	0
3	9	....	5

(i) ඉහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.
(ii) මෙම වගුව භාවිත කර $y = x^2 - 4$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
(iii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $x^2 - 4 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

2. (i) $-3 \leq x \leq 3$ අගයන් ඇසුරින් $y = 1 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා අගය වගුවක් ගොඩනඟන්න.
(ii) ගොඩනඟන ලද වගුව භාවිත කර $y = 1 - x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
(iii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $1 - x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.

3. $-2 \leq x \leq 2$ අගයන් ඇසුරින් $y = 16 - 9x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය ඇඳීම සඳහා ගොඩනඟන ලද අගය වගුවක් පහත දැක්වේ.

x	x^2	$-9x^2$	$16 - 9x^2$	y
-2	4	-36	$16 - 36$	-20
-1	1	....	$16 - 9$	7
0	0	0	....	....
1	1	-9	....	....
2	4	-36	$16 - 36$	....

(i) ඉහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.
(ii) මෙම වගුව භාවිත කර $y = 16 - 9x^2$ ශ්‍රිතයේ ප්‍රස්තාරය අඳින්න.
(iii) අඳින ලද ප්‍රස්තාරය ඇසුරින් $16 - 9x^2 = 0$ සමීකරණයේ මූල සොයන්න.