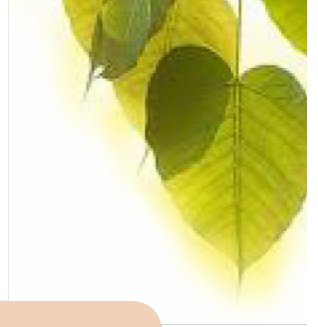




ත්‍රිකෝණයක කෝණ



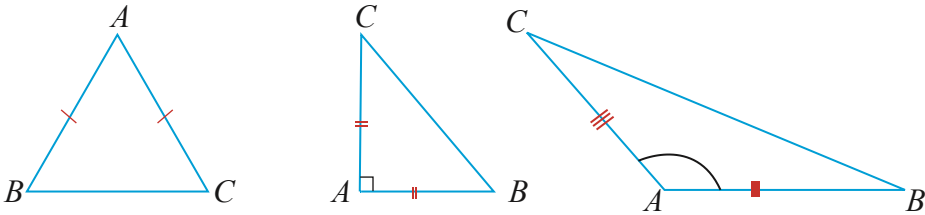
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම් එම පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ යන ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට,
- ඉහත ප්‍රමේයයෙහි විලෝමය හඳුනා ගැනීමට,
- ඉහත ප්‍රමේයය සහ එහි විලෝමය භාවිතයෙන් ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමට

හැකියාව ලැබේ.

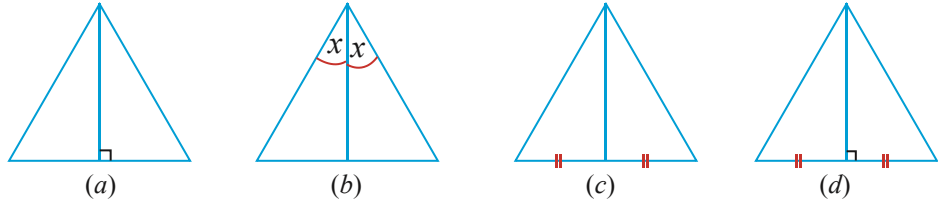
8.1 සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ හඳුනා ගැනීම

පාද දෙකක් සමාන ත්‍රිකෝණ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ලෙස හැඳින්වේ. පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණවල AB හා AC පාද සමාන වේ.



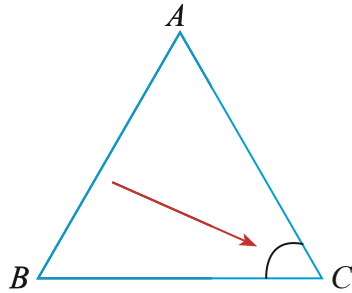
කෝණ අනුව ත්‍රිකෝණ වර්ග තුනකට වෙන් කළ හැකි ය. ඉහත රූප සටහනේ දැක්වෙන පරිදි සුළුකෝණික, සෘජුකෝණික හෝ මහාකෝණික ලෙස එය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් විය හැකි ය.

සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක, ශීර්ෂයේ සිට සම්මුඛ පාදයට ඇඳි ලම්බයක් (රූපය a) ශීර්ෂ කෝණයේ සමච්ඡේදකයක් (රූපය b) ශීර්ෂයට සම්මුඛ පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය යා කරන රේඛාවක් (රූපය c) ශීර්ෂයට සම්මුඛ පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකයක් (රූපය d) එකිනෙකට සම්පාත වේ.





ත්‍රිකෝණයක පාදවලට ඉදිරියෙන් ඇති කෝණ සම්මුඛ කෝණ ලෙසත්, කෝණවලට ඉදිරියෙන් ඇති පාද සම්මුඛ පාද ලෙසත් හැඳින්වේ.



AB පාදයට සම්මුඛ කෝණය $\hat{A}CB$ ද
 AC පාදයට සම්මුඛ කෝණය $\hat{A}BC$ ද
 BC පාදයට සම්මුඛ කෝණය $\hat{B}AC$ ද වේ.

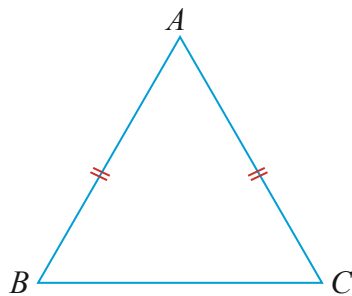
එසේම

$\hat{A}CB$ ට සම්මුඛ පාදය AB ද
 $\hat{A}BC$ ට සම්මුඛ පාදය AC ද
 $\hat{B}AC$ ට සම්මුඛ පාදය BC ද වේ.

සම්මුඛ පාද හා කෝණ අතර සම්බන්ධයන් පහත ප්‍රමේයන් මගින් දක්වමු.

ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම්, එම පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ.

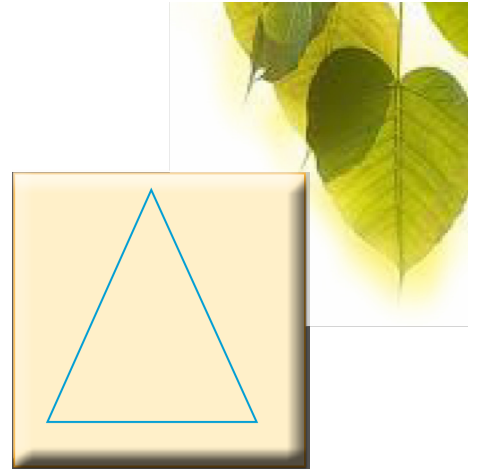


එනම්, $AB = AC$ නම්
 $\hat{A}CB = \hat{A}BC$ වේ.

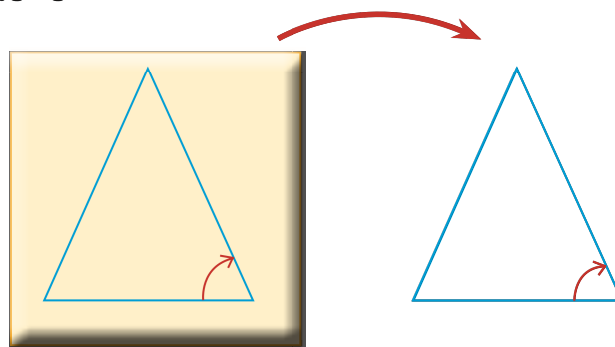


ක්‍රියාකාරකම I

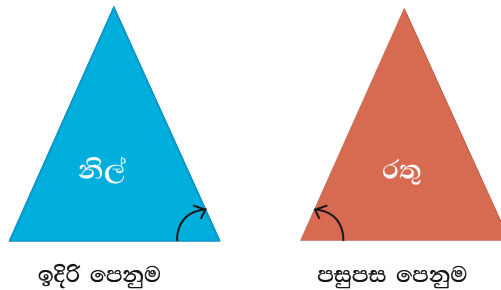
පියවර 1 - කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක් ගෙන එය මත පාද දෙකක් පමණක් සමාන ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න.



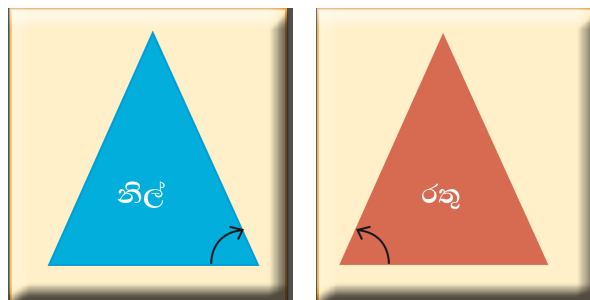
පියවර 2 - එම අඳින ලද ත්‍රිකෝණ කොටස කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලෙන් කපා වෙන් කරන්න.



පියවර 3 - එම වෙන් කර ගත් ත්‍රිකෝණයේ ඉදිරිපස හා පසුපස වර්ණ දෙකක් යොදන්න.



පියවර 4 - ඉදිරි පෙනුම සහ පසු පෙනුම මාරු කරමින් ත්‍රිකෝණය කපා ඉවත් කළ පසු ඉතිරි වන කොටස මත ත්‍රිකෝණය තැබීමෙන් එය හරියට ම සමපාත වන බව නිරීක්ෂණය කරන්න.



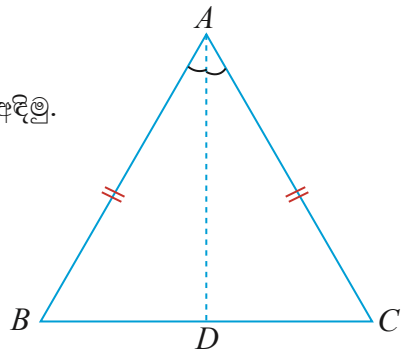


මෙම ක්‍රියාකාරකම මගින් එම ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන වන බව පැහැදිලි වේ.

ඉහත ප්‍රමේයයෙහි විධිමත් සාධනය

“ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම්, එම පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ.” යන ප්‍රමේයය විධිමත් ලෙස සාධනය කරන ආකාරය පහත පෙන්වා ඇත.

- දත්තය: ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ.
- සා.ක.යු: $\hat{A}BC = \hat{A}CB$ බව
- නිර්මාණය: $\hat{B}AC$ හි කෝණ සමච්ඡේදකය වන AD අඳිමු.
- සාධනය: $ABD\Delta$ සහ $ACD\Delta$ සලකමු.
 - $AB = AC$ (දත්තය)
 - $\hat{B}AD = \hat{C}AD$ (නිර්මාණය)
 - $AD = AD$ (පොදු පාදය)
 - $ABD\Delta \cong ACD\Delta$ (පා.කෝ.පා අවස්ථාව)

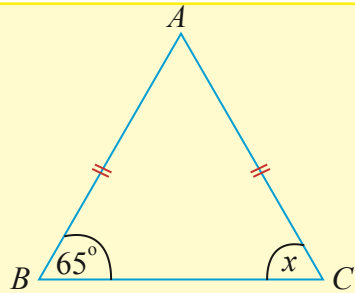


අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන කිරීමෙන්, $\hat{A}BD = \hat{A}CD$ එවිට, $\hat{A}BC = \hat{A}CB$ (BC සරල රේඛාවක් නිසා)

නිදසුන 1

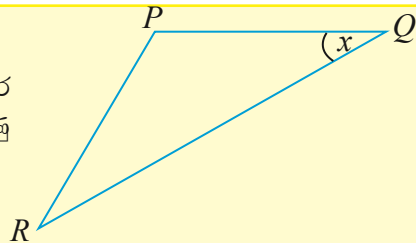
ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = AC$ වේ. $\hat{A}BC = 65^\circ$ වේ. x° හි අගය සොයන්න.

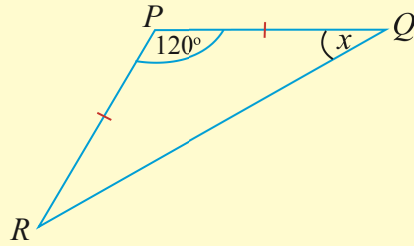
$\hat{A}CB = \hat{A}BC$ (සමාන පාදවලට සම්මුඛ කෝණ සමාන බැවින්)
 $x^\circ = 65^\circ$



නිදසුන 2

දී ඇති PQR ත්‍රිකෝණයේ $PQ = PR$ වන අතර $\hat{Q}PR = 120^\circ$ වේ. මෙම දත්ත රූප සටහනක ලකුණු කර x° හි අගය සොයන්න.





$\hat{PQR} + \hat{QRP} + \hat{QPR} = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 180° බැවින්)

$$\hat{PQR} + \hat{QRP} + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{PQR} + \hat{QRP} + 120^\circ - 120^\circ = 180^\circ - 120^\circ$$

$$\hat{PQR} + \hat{QRP} = 60^\circ$$

$$\hat{PQR} + \hat{PQR} = 60^\circ \quad [\hat{PQR} = \hat{QRP} \text{ වේ. } (PQ = PR \text{ බැවින්})]$$

$$2 \hat{PQR} = 60^\circ$$

$$\frac{2 \hat{PQR}}{2} = \frac{60^\circ}{2}$$

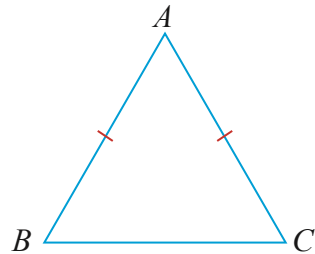
$$\hat{PQR} = 30^\circ$$

එනම්, $x^\circ = 30^\circ$

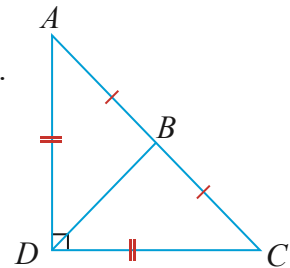
8.1 අභ්‍යාසය

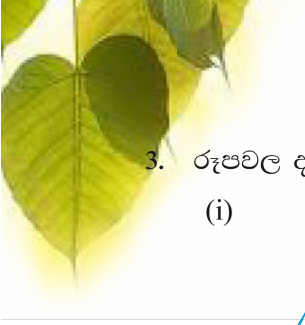
1. ABC ත්‍රිකෝණයේ

- AB පාදයට සම්මුඛ කෝණය නම් කරන්න.
- AC පාදයට සම්මුඛ කෝණය නම් කරන්න.
- එම කෝණ දෙක අතර සම්බන්ධය කුමක් ද?

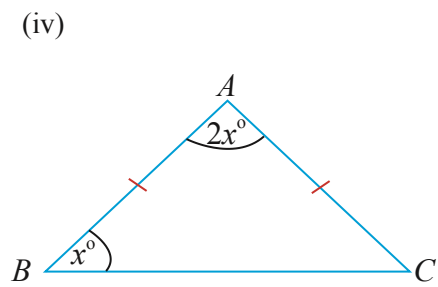
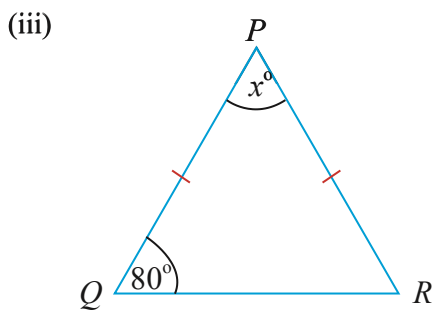
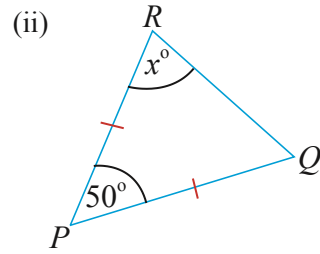
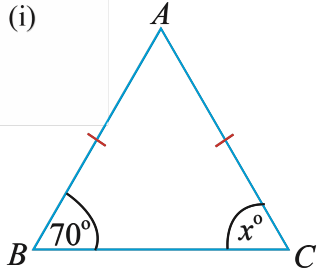


2. රූපයේ දැක්වෙන දත්ත අනුව $\hat{ADB} = \hat{BDC}$ බව පෙන්වන්න.

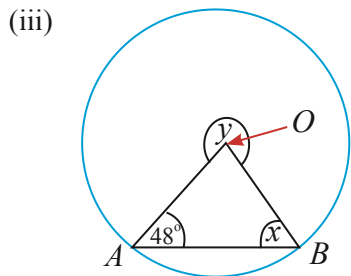
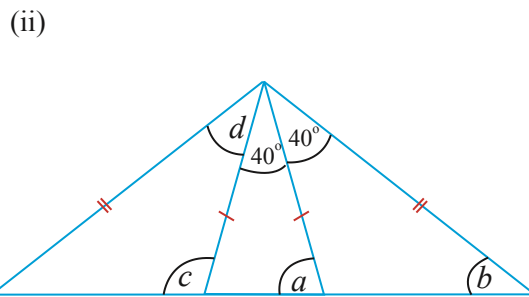
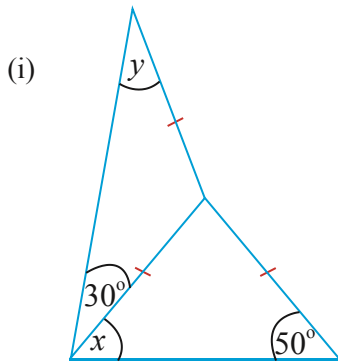




3. රූපවල දැක්වෙන දත්ත අනුව x° මගින් දැක්වෙන කෝණයේ අගය සොයන්න.



4. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ අඳාන මගින් දැක්වෙන කෝණවල අගය සොයන්න.

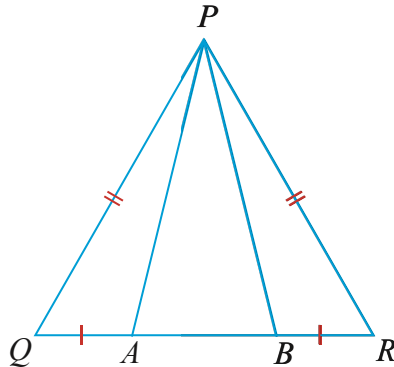


O යනු වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වේ.





5. PQR යනු $PQ = PR$ වන සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයකි. A සහ B ලක්ෂ්‍යයන් QR පාදය මත පිහිටා ඇත්තේ $QA = RB$ වන ලෙස ය. $PBQA \cong PARB$ බව පෙන්වන්න.



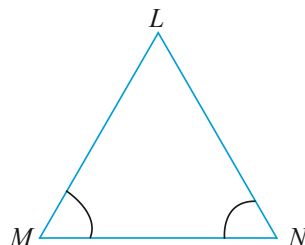
6. P සහ Q යනු O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ පරිධිය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් නම් $\widehat{OQP} = 40^\circ$ නම්, (i) \widehat{OPQ} හි අගය කීය ද? (ii) \widehat{POQ} හි අගය සොයන්න.
7. O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තයේ AB විෂ්කම්භයක් වන අතර C යනු වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. $\widehat{COB} = 2 \widehat{CAO}$ බව පෙන්වන්න.

ප්‍රමේයය (ඉහත ප්‍රමේයයෙහි විලෝමය)

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන වේ නම්, එම කෝණවලට සම්මුඛ පාද ද සමාන වේ.



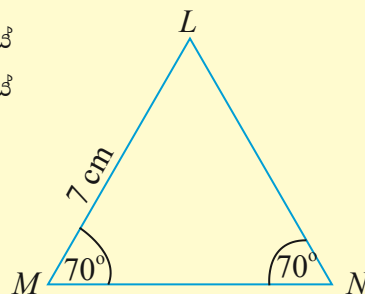
$\widehat{LMN} = \widehat{LNM}$ නම්
 $LN = LM$ වේ.

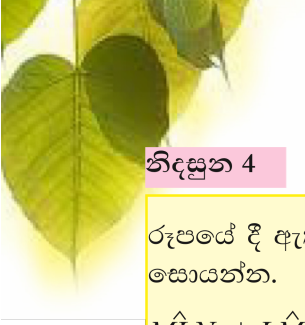


නිදසුන 3

රූපයේ දැක්වෙන දත්ත අනුව LMN ත්‍රිකෝණයේ $\widehat{LMN} = \widehat{LNM} = 70^\circ$ ද $LM = 7 \text{ cm}$ ද වේ. LN පාදයේ දිග සොයන්න.

සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද සමාන බැවින්
 $LN = LM$
 $LN = 7 \text{ cm}$

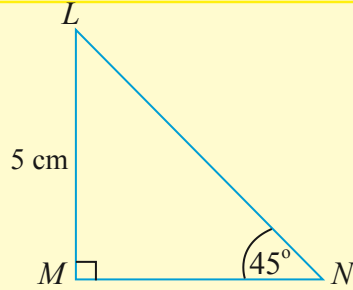




නිදසුන 4

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව LN පාදයේ දිග සොයන්න.

$$\begin{aligned} \hat{MLN} + \hat{LMN} + \hat{LNM} &= 180^\circ \\ (\text{ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව} &= 180^\circ) \\ \hat{MLN} + 90^\circ + 45^\circ &= 180^\circ \\ \hat{MLN} + 135^\circ &= 180^\circ \\ \hat{MLN} + 135^\circ - 135^\circ &= 180^\circ - 135^\circ \\ \hat{MLN} &= 45^\circ \\ \hat{MLN} &= \hat{LNM} \end{aligned}$$



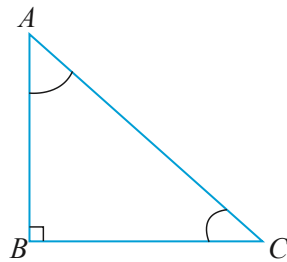
$\therefore MN = ML = 5$ cm වේ. (සමාන කෝණවලට සම්මුඛ පාද ද සමාන බැවින්)

LMN Δ යට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

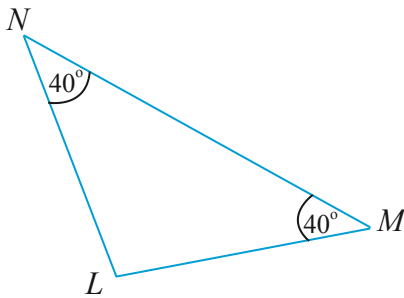
$$\begin{aligned} LN^2 &= MN^2 + ML^2 \\ LN^2 &= 5^2 + 5^2 \\ LN^2 &= 25 + 25 \\ LN^2 &= 50 \\ LN &= \sqrt{50} \\ LN &= \sqrt{(25 \times 2)} \\ LN &= 5\sqrt{2} \text{ cm} \end{aligned}$$

8.2 අභ්‍යාසය

1. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{BAC} = \hat{BCA}$ වේ.
 - (i) \hat{BAC} ට සම්මුඛ පාදය නම් කරන්න.
 - (ii) \hat{BCA} ට සම්මුඛ පාදය නම් කරන්න.
 - (iii) එම පාද දෙක අතර සම්බන්ධය කුමක් ද?

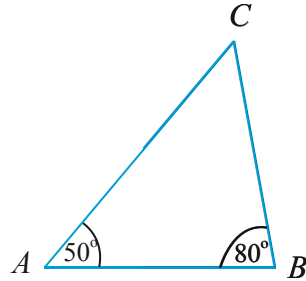


2. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි LMN ත්‍රිකෝණයේ LM පාදයට සමාන පාදය කුමක් ද?

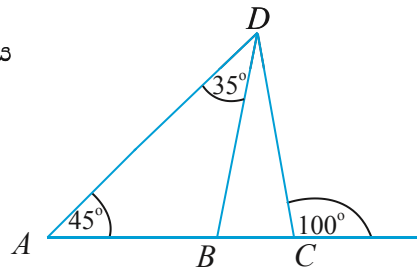




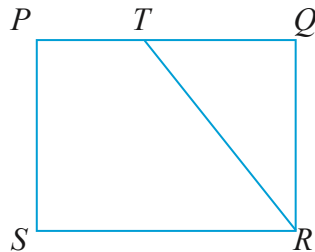
3. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{ABC} = 80^\circ$ සහ $\hat{BAC} = 50^\circ$ වේ. ත්‍රිකෝණයේ සමාන පාද යුගලයක් තිබේ ද? තිබෙනම් එය කුමක් ද?



4. රූපයේ දැක්වෙන දත්ත අනුව සමාන පාද යුගලය හේතු දක්වමින් සොයන්න.

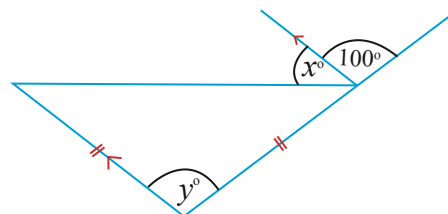


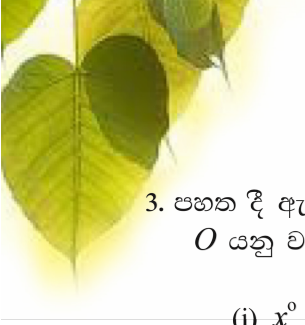
5. $PQRS$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ PQ මත T පිහිටා ඇත්තේ $\hat{QTR} = 45^\circ$ වන පරිදි ය. රූපයේ දී ඇති දත්ත ලකුණු කර $QT = PS$ බව පෙන්වන්න.



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

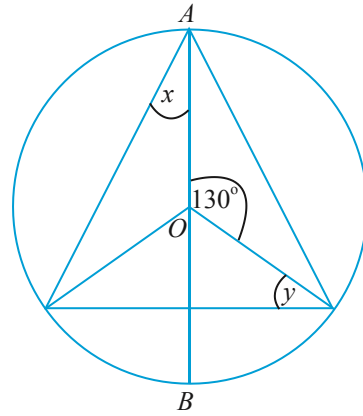
- ABC ත්‍රිකෝණයේ $AB = BC = AC$ නම් $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ බව පෙන්වන්න.
- රූපයේ දී ඇති දත්ත අනුව
 - y° හි අගය සොයන්න.
 - x° හි අගය සොයන්න.



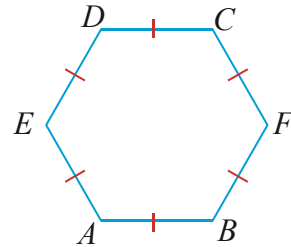


3. පහත දී ඇති රූපයේ AB විෂ්කම්භයක් වන අතර O යනු වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය වේ.

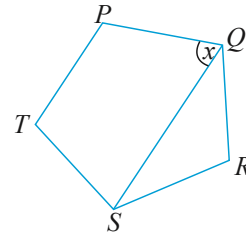
- (i) x° හි අගය සොයන්න.
- (ii) y° හි අගය සොයන්න.



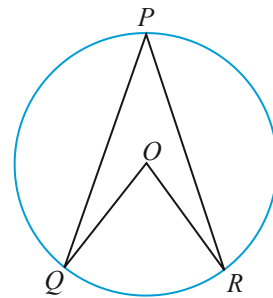
4. $ABFCDE$ යනු සවිධි ඡඩ්‍රයකි. $ABCD$ යනු සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



- 5. පහත දැක්වෙන $PQRST$ සවිධි පංචාස්‍රයේ,
 - (i) x° හි අගය සොයන්න.
 - (ii) $PQST$ ත්‍රිකෝණයක් බව සාධනය කරන්න.



6. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තය මත P, Q සහ R ලක්ෂ්‍ය පිහිටා ඇත. $\hat{QOR} = 2 \hat{QPR}$ බව සාධනය කරන්න.



සාරාංශය

- ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් සමාන වේ නම්, එම පාදවලට සම්මුඛ කෝණ ද සමාන වේ.
- ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් සමාන වේ නම්, එම කෝණවලට සම්මුඛ පාද ද සමාන වේ.

