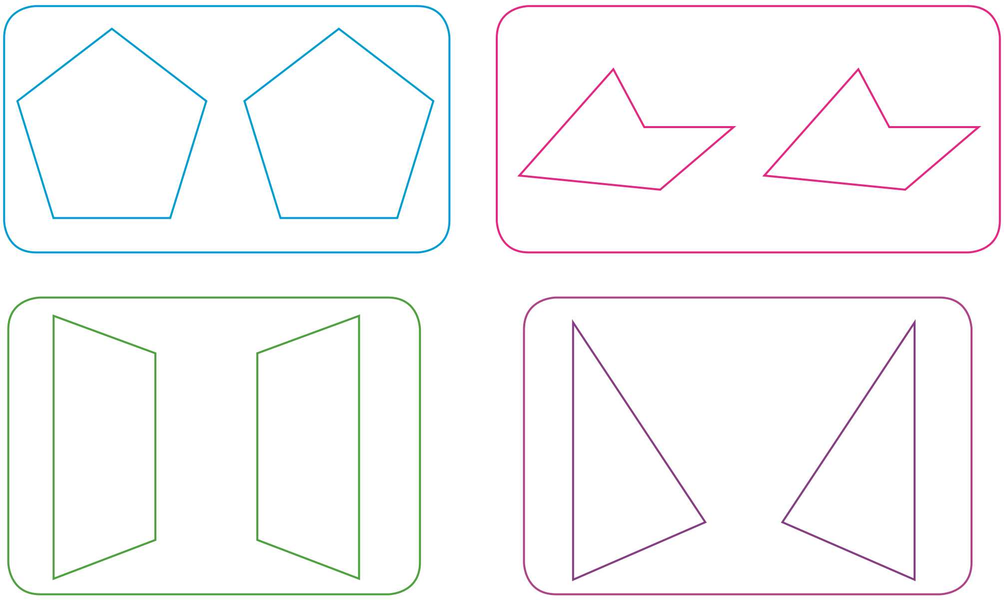
4 ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වන අවස්ථා හඳුනා ගැනීමට,
- ත්‍රිකෝණ අංගසාම්‍යය භාවිතයෙන් ගැටලු විසඳීමට,

හැකියාව ලැබේ.

4.1 තල රූපවල අංගසාම්‍යය

සරල රේඛා ඛණ්ඩ පමණක් භාවිතයෙන් ඇඳ ඇති සංවෘත තල රූප, **සරල රේඛීය තල රූප** ලෙස හැඳින්වේ. පහත දැක්වෙන සරල රේඛීය තල රූප යුගල දෙස බලන්න.



එක් යුගලක ඇති එක් තල රූපයක් අනෙකට ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් සමාන වන බැවින් තල රූප දෙක එක මත එක සමපාත කළ හැකි ය. එනම් හරියට ම එක මත එක තැබිය හැකි ය.

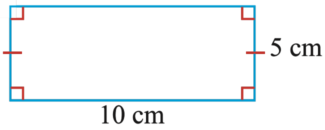
අවසාන රූප දෙකෙහි ඇති තල රූප යුගල හරියට ම එක මත එක තැබීමට පාර්ශ්වික අපවර්තනයකට භාජනය කළ යුතු ය. (උඩු පැත්ත යටි පැත්තට පෙරළීම)

එකිනෙකට සමපාත කළ හැකි තල රූප යුගලක් අංගසම තල රූප යුගලක් ලෙස හැඳින්වේ.

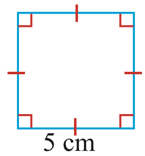
4.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන රූපවලින් අංගසම රූප යුගල තෝරන්න.

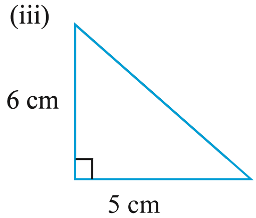
(i)



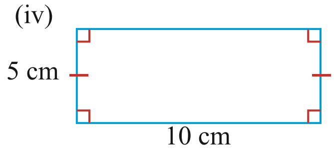
(ii)



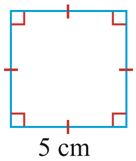
(iii)



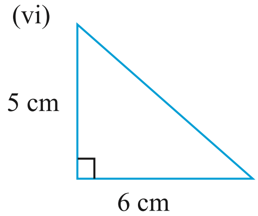
(iv)



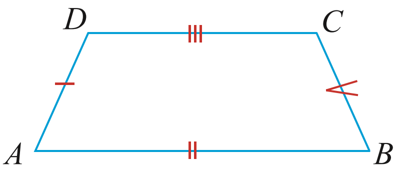
(v)

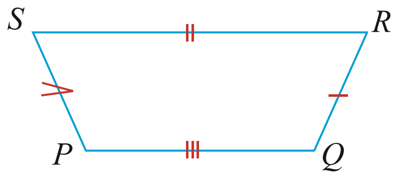


(vi)



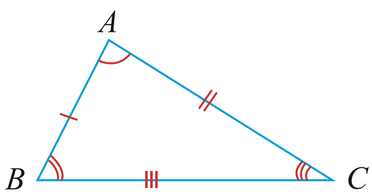
2. පහත සඳහන් තල රූප යුගල අංගසම වේ. ඒවායේ සමාන වන අනුරූප පාද ලියා දක්වන්න.

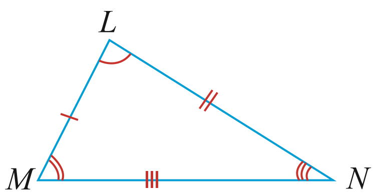




4.2 ත්‍රිකෝණ දෙකක අංගසාම්‍යය

ත්‍රිකෝණයකට පාද තුනක් හා කෝණ තුනක් ලෙස ප්‍රධාන අංග හයක් හඳුනාගත හැකි ය. පහත දැක්වෙන ABC සහ LMN ත්‍රිකෝණ දෙස බලමු.





ABC සහ LMN ත්‍රිකෝණ යුගලය අංගසම වේ නම් ඒවා එකක් මත අනෙක සමපාත කළ හැකි ය. එවිට පහත සඳහන් පරිදි කෝණ ද පාද ද සමපාත වන්නේ යැයි සිතමු.
AB පාදය LM පාදය සමඟ
BC පාදය MN පාදය සමඟ
CA පාදය NL පාදය සමඟ
BAC කෝණය MLN කෝණය සමඟ
ABC කෝණය LMN කෝණය සමඟ
BCA කෝණය MNL කෝණය සමඟ

එවිට, $AB = LM$
$BC = MN$
$CA = NL$
$B\hat{A}C = M\hat{L}N$
$A\hat{B}C = L\hat{M}N$
$B\hat{C}A = M\hat{N}L$ වේ.

හැඳින්වීමේදී AB ට අනුරූප පාදය LM ද BC ට අනුරූප පාදය MN ද CA ට අනුරූප පාදය NL ද ලෙස සඳහන් කරනු ලැබේ. එමෙන් ම BAC කෝණයට අනුරූප කෝණය MLN කෝණය ද ABC කෝණයට අනුරූප කෝණය LMN කෝණය ද BCA කෝණයට අනුරූප කෝණය MNL කෝණය ද ලෙස සඳහන් කරනු ලැබේ.

අනෙක් අතට ABC ත්‍රිකෝණයේ ප්‍රධාන අංග 6 LMN ත්‍රිකෝණයේ අනුරූප ප්‍රධාන අංග 6 ට සමාන වන විට එකක් අනෙක මත සමපාත කළ හැකි ය. එනම් ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ.
මෙම ප්‍රකාශය ගණිතයේදී කෙටියෙන් $ABC\Delta \equiv LMN\Delta$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.
ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වන බව " $\equiv$ " ලකුණ යොදා දක්වනු ලැබේ.

එනම්, එක් ත්‍රිකෝණයක අංග හය තවත් ත්‍රිකෝණයක අනුරූප අංග හයට සමාන වේ නම් එම ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම වේ යයි කියනු ලැබේ.

එලෙසම, අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග ද සමාන වේ.

4.3 ත්‍රිකෝණ අංගසම දැයි බැලීම

ඉහත සඳහන් කරන ලද ආකාරයට, ත්‍රිකෝණ යුගලයක් අංගසම වීමට එක් ත්‍රිකෝණයක අංග හය, තවත් ත්‍රිකෝණයක අංග හයට සමාන විය යුතු ය. කිසියම් නීතියකට අනුව අවම වශයෙන් තෝරා ගත් යම් අංග තුනක් පමණක් සමාන බව පෙන්වීම මගින් ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම බව තහවුරු කර ගත හැකි ය. නමුත් ත්‍රිකෝණයක ඕනෑ ම අංග තුනක් තවත් ත්‍රිකෝණයක ඕනෑ ම අංග තුනකට සමාන වූ පමණින් ත්‍රිකෝණ දෙක අංගසම නොවේ.

එවැනි, ත්‍රිකෝණ අංගසම වන අවස්ථා හතර පහතින් දක්වමු.

පළමු අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණය, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකකට හා අන්තර්ගත කෝණයට සමාන වන අවස්ථාව

මෙහි එක් ත්‍රිකෝණයක පාද දෙකක් හා අන්තර්ගත කෝණයක් යොදා ගන්නා බැවින් මෙය පා.කෝ.පා. අවස්ථාව ලෙස කෙටියෙන් නම් කරමු.

දෙවන අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක්, තවත් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකකට හා අනුරූප පාදයට සමාන වන අවස්ථාව

මෙහි එක් ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් හා පාදයක් යොදා ගන්නා බැවින් මෙය කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව ලෙස කෙටියෙන් නම් කරමු.

තෙවන අවස්ථාව

ත්‍රිකෝණයක පාද තුන, තවත් ත්‍රිකෝණයක පාද තුනට සමාන වන අවස්ථාව

මෙහි එක් ත්‍රිකෝණයක පාද තුන යොදා ගන්නා බැවින් මෙය පා.පා.පා. අවස්ථාව ලෙස කෙටියෙන් නම් කරමු.

හතරවන අවස්ථාව

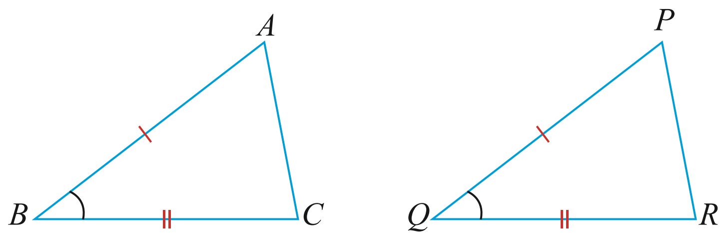
සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් වෙනත් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණයට සහ පාදයකට සමාන වන අවස්ථාව

මෙහි එක් සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ පාදයක් යොදා ගන්නා බැවින් මෙය කර්ණ.පා. අවස්ථාව ලෙස කෙටියෙන් නම් කරමු.

ඉහත සඳහන් අවස්ථා හතර පහත පරිදි එකින් එක විස්තර කරමු.

1. පා.කෝ.පා. අවස්ථාව

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.



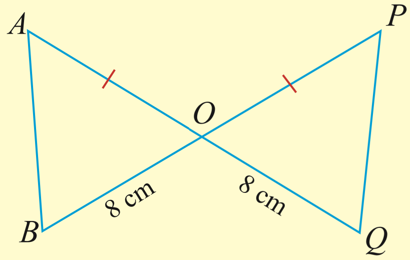
මෙහි ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකක් සහ එම පාද දෙකෙන් අන්තර්ගත වූ කෝණය PQR ත්‍රිකෝණයේ පාද දෙකකට සහ එම පාද දෙකෙන් අන්තර්ගත වූ කෝණයට සමාන වේ. එනම්,

$AB = PQ$ (දී ඇත.)
$A\hat{B}C = P\hat{Q}R$ (දී ඇත.)
$BC = QR$ (දී ඇත.)

$\therefore ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ (පා.කෝ.පා. අවස්ථාව)

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව ABO ත්‍රිකෝණය සහ PQO ත්‍රිකෝණය අංගසම බව පෙන්වා $AB = PQ$ බව පෙන්වන්න.



$ABO\Delta$ සහ $PQO\Delta$ සලකමු.

$AO = OP$ (දත්තය)

$BO = OQ = 8$ cm (දත්තය)

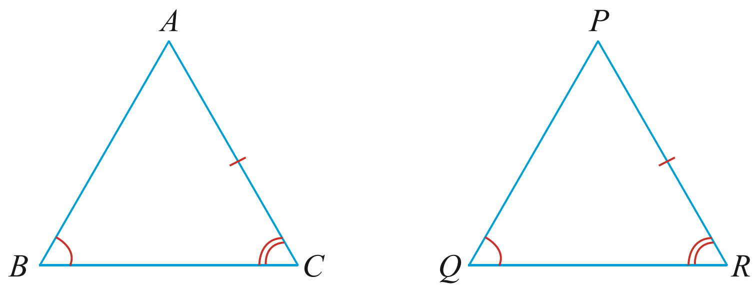
$A\hat{O}B = P\hat{O}Q$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$\therefore ABO\Delta \equiv PQO\Delta$ (පා.කෝ.පා. අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්, $AB = PQ$

2. කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.



එහි ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණ දෙකක් සහ පාදයක් PQR ත්‍රිකෝණයේ කෝණ දෙකකට සහ අනුරූප පාදයට සමාන වේ. එනම්,

$A\hat{B}C = P\hat{Q}R$ (දත්තය)

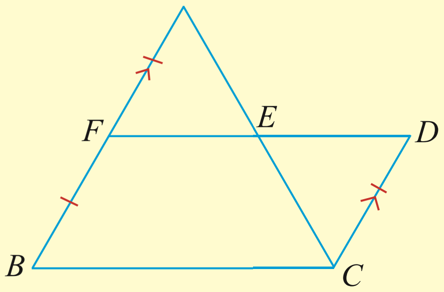
$A\hat{C}B = P\hat{R}Q$ (දත්තය)

$AC = PR$ (දත්තය)

$\therefore ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ (කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව)

නිදසුන 2

ABC ත්‍රිකෝණයේ AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය F වේ. $BF = CD$ හා $BF // CD$ ද වේ. මෙම තොරතුරු හා රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව AEF ත්‍රිකෝණය සහ CDE ත්‍රිකෝණය අංගසම බව පෙන්වන්න.



$BF = FA$ (AB පාදයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය F බැවින්)

$BF = CD$ (දත්තය)

$\therefore\ FA = CD$

$AEF\Delta$ සහ $CDE\Delta$ සලකමු.

$F\hat{A}E = E\hat{C}D$ (ඒකාන්තර කෝණ $AF//CD$ බැවින්)

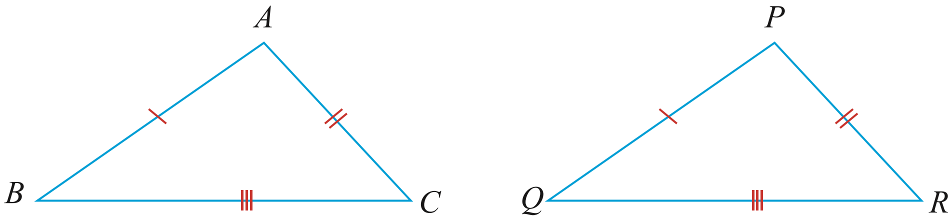
$A\hat{E}F = C\hat{E}D$ (ප්‍රතිමුඛ කෝණ)

$FA = CD$ (සාධිතයි.)

$\therefore\ AEF\Delta \equiv CDE\Delta$ (කෝ.කෝ.පා. අවස්ථාව)

3. පා.පා.පා. අවස්ථාව

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.



එහි ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද තුන PQR ත්‍රිකෝණයේ අනුරූප පාදවලට පහත පරිදි සමාන වේ.

$AB = PQ$ (දී ඇත.)

$BC = QR$ (දී ඇත.)

$AC = PR$ (දී ඇත.)

එනම්, ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද තුන PQR ත්‍රිකෝණයේ පාද තුනට සමාන වන බැවින්,

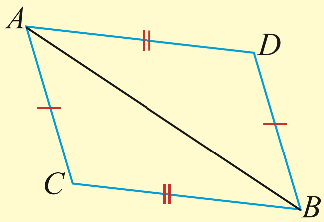
$ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

📖 **සටහන**

දී ඇති ත්‍රිකෝණ දෙකට අයත් සමාන වන අංග හේතු දක්වමින් සමාන බව පෙන්වමින් අංගසම වන අවස්ථාව ද සඳහන් කළ යුතු ය.

නිදසුන 3

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව ABC ත්‍රිකෝණය සහ ABD ත්‍රිකෝණය අංගසම බව පෙන්වා $A\hat{C}B = A\hat{D}B$ බව පෙන්වන්න.



$ABC\Delta$ සහ $ABD\Delta$ සලකමු.

$AC = BD$ (දත්තය)

$BC = AD$ (දත්තය)

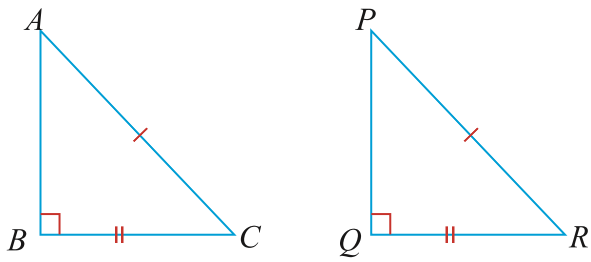
$AB = AB$ (පොදු පාදය)

$\therefore ABC\Delta \equiv ABD\Delta$ (පා.පා.පා. අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්, $A\hat{C}B = A\hat{D}B$

4. කර්ණ.පා. අවස්ථාව

පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණ දෙක සලකමු.



මෙහි ABC සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ කර්ණය සහ පාදයක් PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයේ කර්ණයට සහ පාදයකට සමාන වේ.

$A\hat{B}C = P\hat{Q}R = 90^{o}$ (දත්තය)

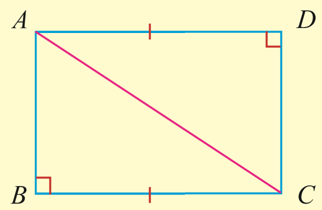
$AC = PR$ (දත්තය)

$BC = QR$ (දත්තය)

$\therefore ABC\Delta \equiv PQR\Delta$ (කර්ණ.පා. අවස්ථාව)

නිදසුන 4

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව ABC ත්‍රිකෝණය සහ ACD ත්‍රිකෝණය අංගසම බව පෙන්වා $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් බව පෙන්වන්න.



$ABC\Delta$ සහ $ACD\Delta$ සලකමු.

$A\hat{B}C = A\hat{D}C = 90^{\circ}$ (දත්තය)

$BC = AD$ (දත්තය)

$AC = AC$ (පොදු පාදය)

$\therefore\ ABC\Delta \equiv ACD\Delta$ (කර්ණ.පා. අවස්ථාව)

අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන බැවින්, $A\hat{C}D = B\hat{A}C$ —— (1)

තවද, $D\hat{A}C + A\hat{C}D + A\hat{D}C = 180^{\circ}$

$D\hat{A}C + A\hat{C}D + 90^{\circ} = 180^{\circ}$

$D\hat{A}C + A\hat{C}D = 90^{\circ}$

$D\hat{A}C + B\hat{A}C = 90^{\circ}$ ((1) මගින්)

$D\hat{A}B = 90^{\circ}$

$B\hat{C}D + C\hat{D}A + D\hat{A}B + A\hat{B}C = 360^{\circ}$ (චතුරස්‍රයක කෝණවල එකතුව)

$B\hat{C}D + 90^{\circ} + 90^{\circ} + 90^{\circ} = 360^{\circ}$

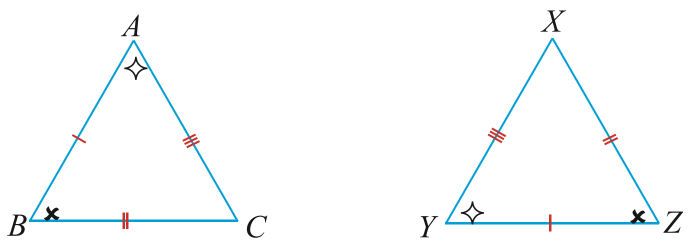
$B\hat{C}D = 360^{\circ} - 270^{\circ}$

$= 90^{\circ}$

$ABCD$ චතුරස්‍රයේ ශීර්ෂ කෝණ 90° බැවින්, $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයකි.

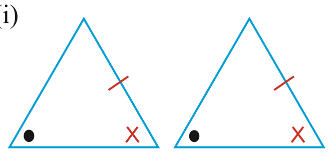
4.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් රූප යුගලය අංගසම වේ. ඒවායේ සමාන වන අනුරූප අංග ලියා දක්වන්න.

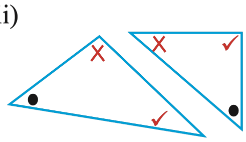


2. රූපවල දක්වා ඇති දත්ත අනුව පහත සඳහන් එක් එක් ත්‍රිකෝණ යුගල අතරින් අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරන්න. එම අංගසම අවස්ථාව ද සඳහන් කරන්න.

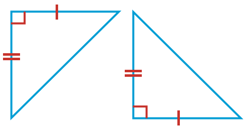
(i)



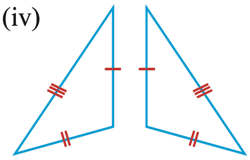
(ii)



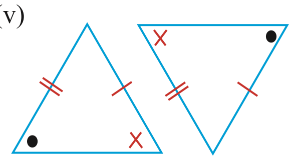
(iii)



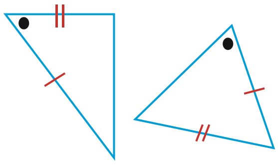
(iv)



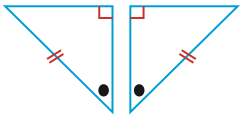
(v)



(vi)



(vii)



3. පහත සඳහන් ත්‍රිකෝණ යුගලවල දළ රූප සටහන් ඇඳ අංගසම ත්‍රිකෝණ යුගල තෝරා ඒවා අංගසම වන අවස්ථා ලියන්න.

(i) PQR හා XYZ ත්‍රිකෝණ යුගලයේ $PQ = YZ, PR = XY$ හා $Q\hat{P}R = X\hat{Y}Z$ වේ.

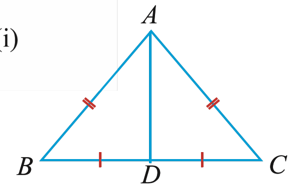
(ii) ABC හා KLM ත්‍රිකෝණ යුගලයේ $AC = KL, AB = LM$ හා $A\hat{B}C = K\hat{M}L = 90^o$ වේ.

(iii) PQR හා ABC ත්‍රිකෝණ යුගලයේ $P\hat{Q}R = A\hat{B}C$, $Q\hat{P}R = A\hat{C}B$ හා $P\hat{R}Q = C\hat{A}B$ වේ.

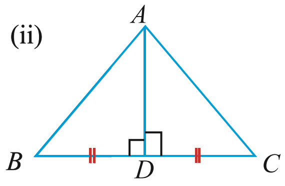
(iv) QRS හා TUV ත්‍රිකෝණ යුගලයේ $QR = TV, QS = UV$ හා $RS = TU$ වේ.

4 පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ ADB හා ADC ත්‍රිකෝණ යුගල අංගසම වන අවස්ථා ලියන්න.

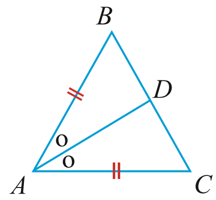
(i)



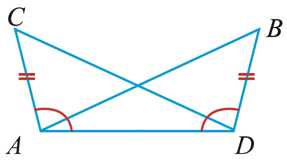
(ii)



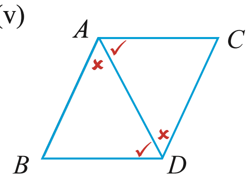
(iii)



(iv)



(v)



5. ABC ත්‍රිකෝණයේ BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය D වේ. $AD = DE$ වන සේ AD රේඛාව E දක්වා දිගු කර ඇත.
   (i) ABD හා DCE ත්‍රිකෝණ අංගසම බව පෙන්වන්න.
   (ii) ABD කෝණයට සමාන වන්නේ DCE ත්‍රිකෝණයේ කිනම් කෝණය ද?

6. PQR ත්‍රිකෝණයේ $PQ = PR$ වේ. QR ට ලම්බව PS ඇඳ ඇත්තේ QR මත S පිහිටන සේය.
   (i) PSR හා PSQ ත්‍රිකෝණ අංගසම බව පෙන්වන්න.
   (ii) QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය S බව පෙන්වන්න.

සාරාංශය

- ත්‍රිකෝණ යුගලක් අංගසම වන ප්‍රධාන අවස්ථා හතරක් ඇත.
- ත්‍රිකෝණ දෙකක් අංගසම වන බව " ≡ " ලකුණ යොදා දක්වනු ලැබේ.
- අංගසම ත්‍රිකෝණවල අනුරූප අංග සමාන වේ.