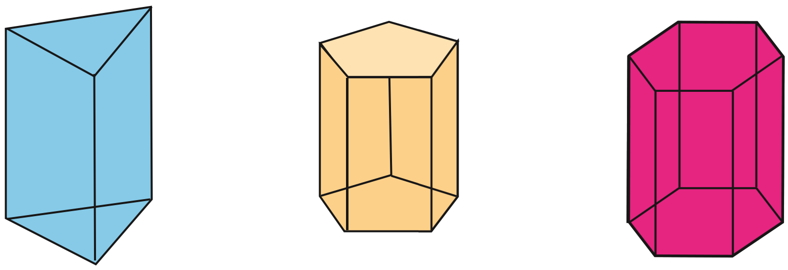
24 පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය හා පරිමාව

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
- ප්‍රිස්ම හඳුනා ගැනීමට,
- හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ ඍජු ප්‍රිස්මවල වර්ගඵලය ගණනය කිරීමට,
- හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ ඍජු ප්‍රිස්මවල පරිමාව ගණනය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

24.1 ප්‍රිස්ම

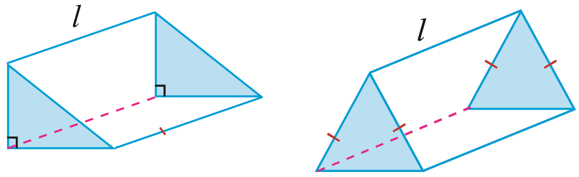


ඉහතින් දක්වා ඇති ඝන වස්තූන් දෙස ඔබගේ අවධානය යොමු කරන්න. එම ඝන වස්තුවල පවතින පොදු ලක්ෂණ කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

- හරස්කඩ මුහුණත් බහුඅස්‍රාකාර වේ.
- දෙපස පිහිටි බහුඅස්‍රාකාර මුහුණත්වලට පැති මුහුණත් ලම්බක වේ.
- හරස්කඩ ඒකාකාර වේ.
- පැති මුහුණත් (පාර්ශ්වීය මුහුණත්) ඍජුකෝණාස්‍රාකාර වේ.

මෙවැනි ලක්ෂණ සහිත ඝන වස්තු ඍජු ප්‍රිස්ම ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ. ඍජු ප්‍රිස්ම අතරින් මෙම කොටසින් අධ්‍යයනය කරනු ලබන්නේ හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන ඍජු ප්‍රිස්ම පිළිබඳවයි.

24.2 හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන ඍජු ප්‍රිස්මයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය සෙවීම



(i) (ii)

ඉහත දක්වා ඇත්තේ හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකර වූ ඍජු ප්‍රිස්ම දෙකකි.
(i) රූපයෙන් හරස්කඩ ඍජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් වන ඍජු ප්‍රිස්මයක් ද
(ii) රූපයෙන් හරස්කඩ සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් වන ඍජු ප්‍රිස්මයක් ද දැක්වේ.

දක්වා ඇති ඍජු ප්‍රිස්ම දෙකෙහි ම ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙක අතර ඇති දුර ප්‍රිස්මයේ දිග නැතහොත් උස ලෙස හැඳින්වෙන අතර එය l මගින් දැක්වේ.

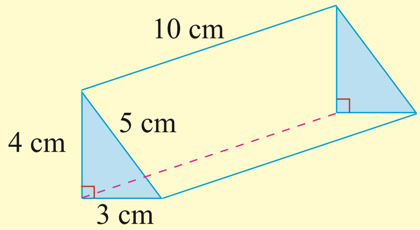
හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන ඍජු ප්‍රිස්මයක පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කිරීම සඳහා ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් යුගලයේ සහ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලයන්ගේ එකතුය ලබා ගත යුතු වේ.

එනම්,

හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන ඍජු ප්‍රිස්මයක වර්ගඵලය = 2 (ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක හරස්කඩ වර්ගඵලය) + (ඍජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලයන්ගේ එකතුය)

නිදසුන 1

රූපයේ දක්වා ඇති ඍජු ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



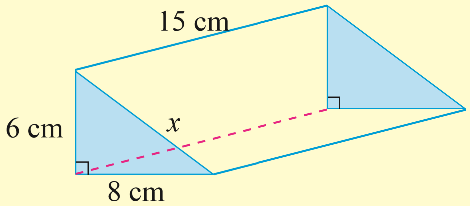
හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙකෙහි වර්ගඵලය $= 2\left(\frac{1}{2} \times 3 \times 4\right) \text{ cm}^2$
$= 12 \text{ cm}^2$

පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලවල එකතුය $= [(3 \times 10) + (4 \times 10) + (5 \times 10)] \text{ cm}^2$
$= (30 + 40 + 50)$
$= 120 \text{ cm}^2$

ඍජු ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= 120 + 12 \text{ cm}^2$
$= 132 \text{ cm}^2$

නිදසුන 2

රූපයේ දක්වා ඇති ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙකෙහි වර්ගඵලය $= 2\left(\frac{1}{2} \times 8 \times 6\right) \text{ cm}^2$

$= 48 \text{ cm}^2$

ත්‍රිකෝණයේ කර්ණයේ දිග එක් සෘජුකෝණාකාර මුහුණතක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා අවශ්‍ය වන බැවින් හරස්කඩ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණය සඳහා පයිතගරස් සම්බන්ධය යොදමු.

කර්ණයේ දිග x නම්,

$x^2 = 8^2 + 6^2$

$x^2 = 64 + 36$

$x^2 = 100$

$x = 10$

කර්ණයේ දිග 10 cm වේ.

දැන් සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් 3හි වර්ගඵලයන් හි එකතුය ලබා ගනිමු.

පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලවල එකතුය $= [(6 \times 15) + (8 \times 15) + (10 \times 15)] \text{ cm}^2$

$= (90 + 120 + 150)$

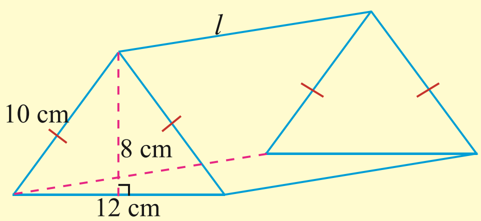
$= 360 \text{ cm}^2$

ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය $= (360 + 48) \text{ cm}^2$

$= 408 \text{ cm}^2$

නිදසුන 3

රූපයේ දක්වා ඇති සමද්විපාද ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 736 cm^2 ක් නම් ප්‍රිස්මයේ දිග ගණනය කරන්න.



ප්‍රිස්මයේ දිග l යැයි සැළකූ විට,

හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන සෘජු ප්‍රිස්මයක වර්ගඵලය = 2 (ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක හරස්කඩ වර්ගඵලය) + (සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලයන්ගේ එකතුය)

$$736 = 2\left(\frac{1}{2} \times 12 \times 8\right) + (12\,l + 10\,l + 10\,l)$$

$$736 = 96 + 32\,l$$

$$736 - 96 = 32\,l$$

$$640 = 32\,l$$

$$\frac{640}{32} = l$$

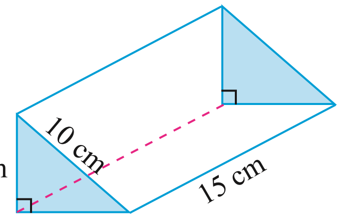
$$20 = l$$

ප්‍රිස්මයේ දිග 20 cm කි.

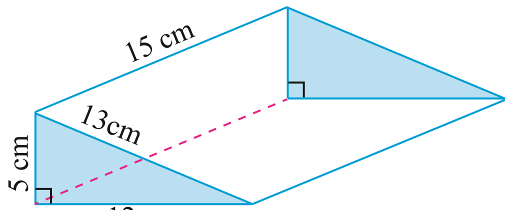
24.1 අභ්‍යාසය

1. පහත රූප මගින් දක්වා ඇති ප්‍රිස්මවල මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය දී ඇති දත්ත ඇසුරින් ගණනය කරන්න.

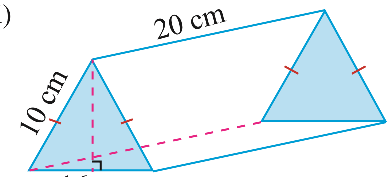
(i)



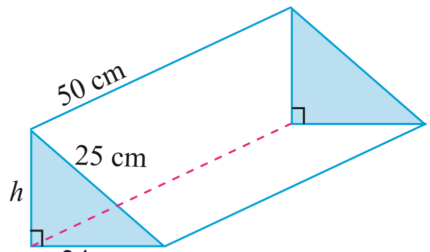
(ii)



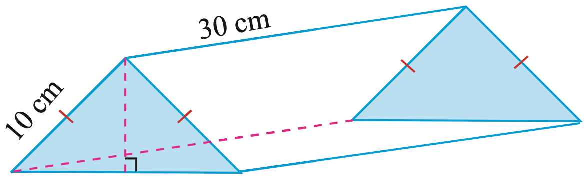
(iii)



2. රූපයේ දක්වා ඇති ප්‍රිස්මයේ,
   (i) හරස්කඩ වූ සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයෙහි h මගින් දැක්වෙන දිග ගණනය කරන්න.
   (ii) ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

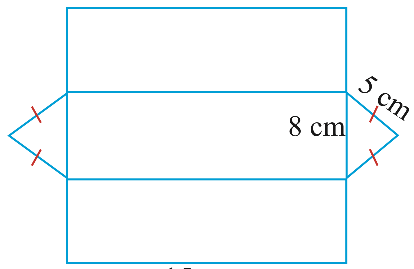


3. රූපයේ දැක්වෙන්නේ එක්තරා පිරිවෙණක තනතුරු නාම ප්‍රදර්ශනය කිරීම සඳහා සකසා තිබූ ඍජු ප්‍රිස්ම හැඩැති ලී කුට්ටියක රූප සටහනකි.

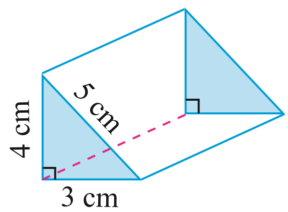


(i) මෙම තනතුරු නාම පුවරුවේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය කොපමණ ද?
(ii) පිරිවෙණෙහි ප්‍රධාන තනතුරු 5ක් සඳහා නාම පුවරු යෙදීමට නියමිතව ඇත. මෙම නාම පුවරුවල තීන්ත ආලේප කිරීම සඳහා වර්ග සෙන්ටිමීටරයකට රුපියල් 2ක් වැය වේ නම් නාම පුවරු සියල්ලේ ම තීන්ත ආලේපයට වැයවන මුදල ගණනය කරන්න.

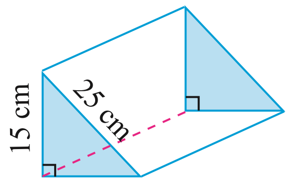
4. රූපයේ දැක්වෙන්නේ ඍජු ප්‍රිස්මයක් සෑදීම සඳහා සකස් කළ පතරමකි. මෙම පතරම මගින් සෑදිය හැකි ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.



5. රූපයේ දැක්වෙන ඍජු ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 156 cm^2 කි. ප්‍රිස්මයේ දිග සොයන්න.



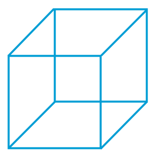
6. රූපයේ දැක්වෙන ඍජු ප්‍රිස්මයේ මුළු පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය 2100 cm^2 කි. ප්‍රිස්මයේ දිග ගණනය කරන්න.



24.3 ප්‍රිස්මයක පරිමාව

හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වූ ප්‍රිස්මයක පරිමාව ගණනය කරන අයුරු අප මෙහි දී සළකා බලමු. ඝනකයක හා ඝනකාභයක පරිමාව සොයන ආකාරය පහත දැක්වේ.

ඝනකයක පරිමාව



පරිමාව = පැත්තක දිග × පැත්තක දිග × පැත්තක දිග

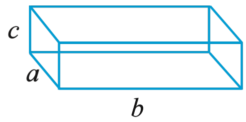
පරිමාව = (පැත්තක දිග)^2 × පැත්තක දිග

පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

ඝනකාභයක පරිමාව

පරිමාව = දිග × පළල × උස

පරිමාව = (දිග × පළල) × උස

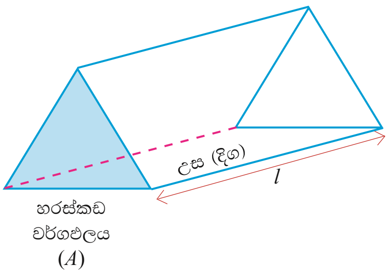


පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × උස

$= ab \times c$

මෙම ආකාරයට සලකා බලන විට ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ඝන වස්තුවක පරිමාව එම ඝන වස්තුවේ හරස්කඩ වර්ගඵලයේත් හරස්කඩ පෘෂ්ඨ අතර ලම්බ දුරෙහිත් (උස) ගුණිතයට සමාන වන බව ඔබට පැහැදිලි වනු ඇත. ඒ අනුව ත්‍රිකෝණාකාර හැඩති ඒකාකාර හරස්කඩක් සහිත ඍජු ප්‍රිස්මයක පරිමාව සෙවීමට ද ඉහත මූලධර්මය ම යොදා ගත් විට,

ප්‍රිස්මයේ පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × ඍජු උස (දිග)

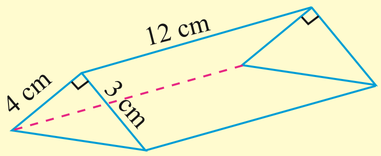


ප්‍රිස්මයේ පරිමාව V මගින් ද හරස්කඩ වර්ගඵලය A මගින් ද ඍජු උස l මගින් ද දැක් වූ විට,

$$V = A\,l$$

නිදසුන 1

රූපයේ දක්වා ඇති ඍජු ප්‍රිස්මයේ,
(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.
(ii) පරිමාව සොයන්න.



(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය × ලම්බ උස

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \text{ cm}^2$

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= 6 \text{ cm}^2$

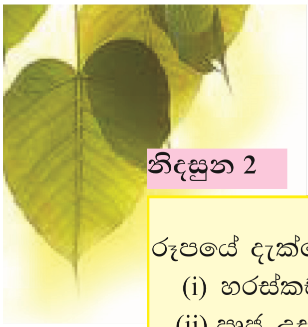
හරස්කඩ වර්ගඵලය 6 cm^2 කි.

(ii) පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය × ඍජු උස

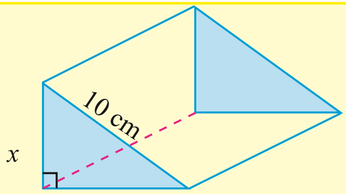
පරිමාව $= 6 \text{ cm}^2 \times 12 \text{ cm}$

$= 72 \text{ cm}^3$

ප්‍රිස්මයේ පරිමාව 72 cm^3 කි.



නිදසුන 2



රූපයේ දැක්වෙන ප්‍රිස්මයේ පරිමාව 480 cm^3 ක් නම්,

(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය ගණනය කරන්න.

(ii) සෘජු උස ගණනය කරන්න.

(i) හරස්කඩ වර්ගඵලය ගණනය කිරීම සඳහා ත්‍රිකෝණයේ ලම්බ උස සොයා ගත යුතු වේ. එම නිසා මෙම සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදීමෙන්,

$$x^2 + 8^2 = 10^2$$
$$x^2 + 64 = 100$$
$$x^2 = 100 - 64$$
$$x^2 = 36$$
$$x = 6 \text{ cm}$$

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ ආධාරකය $\times$ ලම්බ උස

හරස්කඩ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times 8 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$

$= 24 \text{ cm}^2$

(ii) ප්‍රිස්මයේ සෘජු උස l නම්,

පරිමාව = හරස්කඩ වර්ගඵලය $\times$ සෘජු උස

$480 \text{ cm}^3 = 24 \text{ cm}^2 \times l$

$$\frac{480 \text{ cm}^3}{24 \text{ cm}^2} = l$$

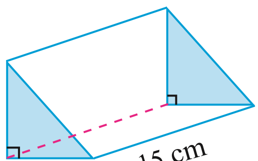
$$20 \text{ cm} = l$$

ප්‍රිස්මයේ සෘජු උස 20 cmකි.

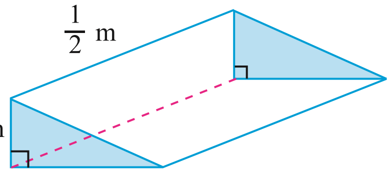
24.2 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති දත්ත ඇසුරින් පහත දැක්වෙන ප්‍රිස්මවල පරිමාව ගණනය කරන්න.

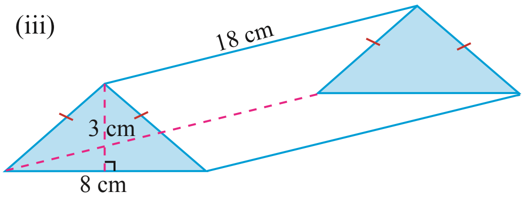
(i)



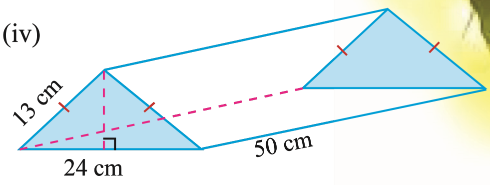
(ii)

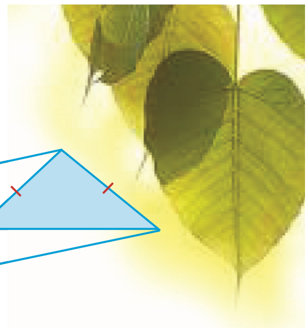


(iii)

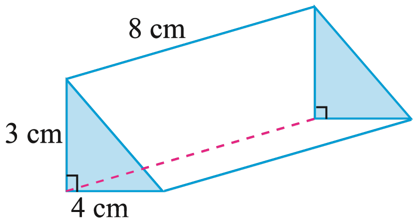


(iv)





2. දිග, පළල සහ උස පිළිවෙළින් 12 cm, 5 cm, 10 cm වූ ඝනකාභාකාර භාජනයක් තුළ රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ ඝෘජු ලී ප්‍රිස්ම 5ක් සීරුවෙන් ගිල්වනු ලැබේ.



   (i) ලී ප්‍රිස්මයක පරිමාව ගණනය කරන්න.
   (ii) ඝනකාභාකාර භාජනයේ 5 cm උසට ජලය පිරී ඇත්නම් ලී ප්‍රිස්ම ගිල් වූ විට භාජනයෙන් ජලය පිටාර නොගලන බව පෙන්වන්න.

3. මුහුණත ත්‍රිකෝණාකාර වූ ප්‍රිස්ම හැඩැති ජල ටැංකියක හරස්කඩෙහි වර්ගඵලය 400 cm^2 වේ. එහි 30 cm උසට ජලය පිරී ඇත. දිග සහ පළල පිළිවෙළින් 60 cm, 20 cm වූ ඝනකාභ හැඩැති වෙනත් ටැංකියකට ජලය අපතේ නොයන පරිදි මෙම ජලය පිර වූ විට එම ඝනකාභාකාර ටැංකියේ කොපමණ උසක් දක්වා ජල මට්ටම ඉහළ නගී ද?

සාරාංශය

- හරස්කඩ ත්‍රිකෝණාකාර වන ඝෘජු ප්‍රිස්මයක වර්ගඵලය = 2 (ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණතක හරස්කඩ වර්ගඵලය) + (ඍජුකෝණාස්‍රාකාර පාර්ශ්වීය මුහුණත් තුනෙහි වර්ගඵලයන්ගේ ඓක්‍යය)
- ප්‍රිස්මයක පරිමාව V මගින් ද හරස්කඩ වර්ගඵලය A මගින් ද ඍජු උස l මගින් ද දැක් වූ විට, $V = Al$ වේ.