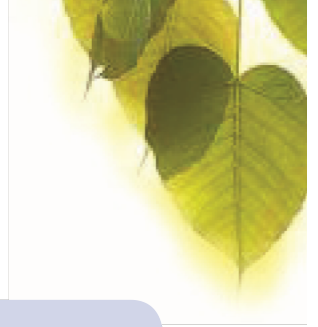




සමගාමී සමීකරණ



මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,
 ➤ සමගාමී සමීකරණ හඳුනා ගැනීමට,
 ➤ සමගාමී සමීකරණ ගොඩනැගීමට,
 ➤ සමාන සංගුණක සහිත සමගාමී සමීකරණ විසඳීමට
 හැකියාව ලැබේ.

22.1 සමගාමී සමීකරණ

$x + 3 = 8$ මෙම සමීකරණයේ අඥාන පදය x වේ. සමීකරණය විසඳීමෙන් x හි අගය 5 ලෙස ලැබේ.

$x + y = 11$ යන සමීකරණය සලකමු. x හා y යනුවෙන් මෙහි අඥාන පද දෙකක් පවතී. ඉහත අවශ්‍යතාව සපුරාලන x හා y ට ලබා ගත හැකි අගයන් රාශියක් ඇති බව පහත අවස්ථාවලින් ඔබට පැහැදිලි වේ.

- $x + y = 11$
- $3 + 8 = 11$
- $4 + 7 = 11$
- $5 + 6 = 11$
- $-2 + 13 = 11$
- $-3 + 14 = 11$

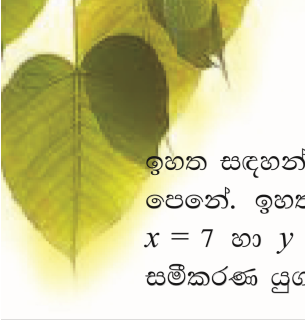
$x + y = 11$ සමීකරණයට අනුව x හා y සඳහා නිශ්චිත පිළිතුරු දෙකක් නොපවතින බව පැහැදිලි ය.

x හා y ලෙස අඥාන දෙකක් ඇති විට x ට හා y ට ගත හැකි අගයන් සෙවීම සඳහා x හා y පිළිබඳ සම්බන්ධතා ඇතුළත් සමීකරණ දෙකක් අවශ්‍ය වේ. විචල්‍ය දෙකකින් යුත් මෙවැනි සමීකරණ යුගලක් සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ලෙස හැඳින්වේ.

$x + y = 11$ හා $x - y = 3$ සමීකරණ දෙක සලකමු.

$x + y = 11$	$x - y = 3$
$10 + 1 = 11$	$10 - 1 = 9$
$9 + 2 = 11$	$9 - 2 = 7$
$8 + 3 = 11$	$8 - 3 = 5$
$7 + 4 = 11$	$7 - 4 = 3$
$6 + 5 = 11$	$6 - 5 = 1$





ඉහත සඳහන් සමීකරණ දෙක සපුරාලන අගය යුගල දෙකක් පමණක් පවතින බව ඔබට පෙනේ. ඉහත කොටු කර දක්වා ඇත්තේ x හා y හි අගයන් සහිත විසඳුමයි. එනම් $x = 7$ හා $y = 4$ යන විසඳුම් දී ඇති සමීකරණ දෙක තෘප්ත කරයි. මිලඟට සමගාමී සමීකරණ යුගල ගොඩනගන ආකාරය විමසා බලමු.

22.2 සමගාමී සමීකරණ ගොඩනැගීම

නිදසුන 1

සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව 11කි. අන්තරය 5කි. එක් සංඛ්‍යාවක් x ලෙස ද අනෙක් සංඛ්‍යාව y ලෙස ද ගෙන සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගන්න.

සංඛ්‍යා දෙක x හා y නිසා සංඛ්‍යා දෙකේ එකතුව $x + y$ වේ.

එවිට, $x + y = 11$ වේ.

සංඛ්‍යා දෙකෙහි අන්තරය $x - y$ වේ.

එවිට, $x - y = 5$ වේ.

ඒ අනුව, ඉහත තොරතුරුවලට අදාළ සමගාමී සමීකරණ යුගලය වන්නේ,

$$x + y = 11$$

$$x - y = 5 \text{ වේ.}$$

නිදසුන 2

නිමල් සහ ඔහුගේ පුතාගේ වයස්වල එකතුව අවුරුදු 60කි. ඔවුන් දෙදෙනාගේ වයස්වල වෙනස අවුරුදු 30කි. ඔවුන් දෙදෙනාගේ වයස් ඇතුළත් වන සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගන්න.

නිමල්ගේ වයස x හා පුතාගේ වයස y ලෙස ගනිමු.

දෙදෙනාගේ වයස්වල එකතුව $x + y$ වේ.

වයස්වල එකතුව 60 නිසා $x + y = 60$ වේ.

දෙදෙනාගේ වයස්වල වෙනස $x - y$ වේ.

නමුත් දෙදෙනාගේ වයස්වල වෙනස 30 බව දී ඇත.

$$x - y = 30$$

එබැවින් ඉහත තොරතුරුවලට අදාළ සමගාමී සමීකරණ යුගල වන්නේ,

$$x + y = 60$$

$$x - y = 30 \text{ වේ.}$$

22.1 අභ්‍යාසය

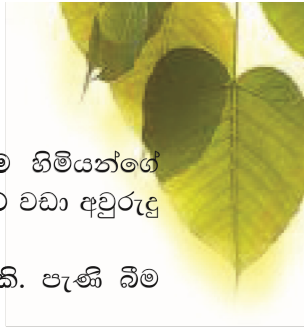
1. සුදුසු අඥාන යොදා ගනිමින්, පහත එක් එක් අවස්ථාවලට අදාළ ව සමගාමී සමීකරණ යුගල බැගින් ගොඩනගන්න.

(i) සංඛ්‍යා දෙකක එකතුව 17කි. අන්තරය 7කි.

(ii) පිරිවෙනක සිටින ශිෂ්‍යයන් හා ගුරුවරුන්ගේ එකතුව 85කි. සිසු හා ගුරු වෙනස 65කි.

(iii) සිවුරක හා අඳනයක මිල රු. 3500කි. සිවුරක මිල අඳනයක මිලට වඩා රු. 1500ක් වැඩි ය.





- (iv) 3 ශ්‍රේණියේ ඉගෙනුම ලබන රත්නපාල හිමියන්ගේ හා ධම්මාරාම හිමියන්ගේ වයස්වල එකතුව අවුරුදු 33කි. රත්නපාල හිමියන් ධම්මාරාම හිමියන්ට වඩා අවුරුදු 6ක් වැඩිමල් ය.
- (v) පැණි බීම බෝතලයක හා යෝගට් එකක මිලෙහි එකතුව රු. 105කි. පැණි බීම බෝතලයක් යෝගට් එකක මිල මෙන් දෙගුණයක් වේ.
- (vi) සෘජුකෝණාස්‍ර හැඩැති ධර්ම ශාලාවක දිගෙහි හා පළලෙහි එකතුව 40 m වේ. එහි දිග පළලට වඩා 10 mකින් වැඩි ය.
- (vii) කෙසෙල් ගෙඩියක හා අඹ ගෙඩියක මිල රු. 50කි. කෙසෙල් ගෙඩි දෙකක හා අඹ ගෙඩියක මිල රු. 80කි.
- (viii) රූපියල් දෙකේ හා පහේ කාසි පමණක් 11ක් තිබේ. එම කාසිවල වටිනාකම රු. 31 වේ.

22.3 සමගාමී සමීකරණ විසඳීම

සමගාමී සමීකරණ යුගලක් විසඳීමේ දී මූලින් එක් අඥානයක අගය සොයා, එය එක් සමීකරණයකට ආදේශ කර අනෙක් අඥානයේ අගය සෙවිය හැකි ය. පහත සමීකරණ යුගල විසඳන ආකාරය විමසා බලමු.

$$x + y = 11 \text{ ————— } \textcircled{1}$$

$$x - y = 3 \text{ ————— } \textcircled{2}$$

ඉහත $\textcircled{1}$ සමීකරණය හා $\textcircled{2}$ සමීකරණය එකතු කරමු.

$$\textcircled{1} + \textcircled{2},$$

$$(x + y) + (x - y) = 11 + 3$$

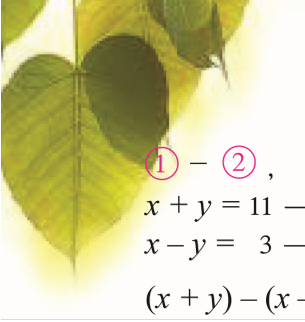
$$\begin{aligned} x + \cancel{y} + x - \cancel{y} &= 14 \\ x + x &= 14 \\ 2x &= 14 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{14}{2} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

x හි අගය ඉහත $\textcircled{1}$ සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$\begin{aligned} x + y &= 11 \\ 7 + y &= 11 \\ 7 + y - 7 &= 11 - 7 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

∴ විසඳුම $x = 7, y = 4$ වේ.

ඉහත සමගාමී සමීකරණ යුගලේ x හි සංගුණක සමාන නිසා පළමු ව x ඉවත් කිරීමෙන් ද විසඳීම සිදු කළ හැකි වේ. එහි දී x හි ලකුණ සමාන නිසා එක් සමීකරණයකින් අනෙක් සමීකරණය අඩු කළ යුතු වේ.



$$\begin{aligned} \textcircled{1} - \textcircled{2}, \\ x + y = 11 \text{ ————— } \textcircled{1} \\ x - y = 3 \text{ ————— } \textcircled{2} \end{aligned}$$

$$(x + y) - (x - y) = 11 - 3$$

$$\begin{aligned} \cancel{x} + y - \cancel{x} + y &= 8 \\ 2y &= 8 \end{aligned}$$

$$\frac{2y}{2} = \frac{8}{2}$$

$$y = 4$$

y හි අගය ඉහත $\textcircled{1}$ සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$x + y = 11$$

$$x + 4 = 11$$

$$x + 4 - 4 = 11 - 4$$

$$x = 7$$

\therefore විසඳුම $x = 7, y = 4$ වේ.

ඒ අනුව ඉහත සමීකරණ යුගල එකතු කිරීමෙන් හෝ අඩු කිරීමෙන් විසඳුම් ලබා ගත හැකි බව පෙනේ.

පහත සමීකරණ යුගල සලකමු.

$$a + b = 6 \text{ ————— } \textcircled{1}$$

$$3a - b = 2 \text{ ————— } \textcircled{2}$$

සමීකරණ දෙක එකතු කර බලමු.

$$\textcircled{1} + \textcircled{2},$$

$$(a + b) + (3a - b) = 6 + 2$$

$$a + b + 3a - b = 8$$

$$4a = 8$$

$$\frac{4a}{4} = \frac{8}{4}$$

$$a = 2$$

a හි අගය ඉහත $\textcircled{1}$ සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$a + b = 6$$

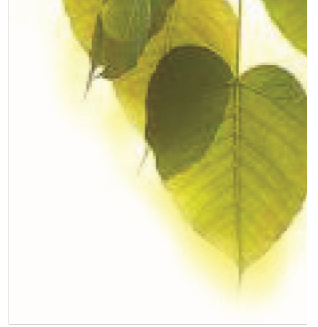
$$2 + b = 6$$

$$2 + b - 2 = 6 - 2$$

$$b = 4$$

\therefore විසඳුම $a = 2, b = 4$ වේ.





මිලගට ඉහත සමීකරණ දෙක අඩු කර බලමු.

$$\textcircled{1} - \textcircled{2},$$

$$(a + b) - (3a - b) = 6 - 2$$

$$a + b - 3a + b = 4$$

$$2b - 2a = 4$$

මෙවිට සමීකරණ යුගලෙහි එක් අඥානයක්වත් ඉවත් නොවේ. එමගින් විසඳුම් සොයා ගත නොහැකි වේ. මෙහි දී පැහැදිලි වන්නේ අපට අවශ්‍ය පරිදි සමීකරණ යුගල එකතු කිරීම හෝ අඩු කිරීම මගින් එම සමීකරණ යුගලයෙහි විසඳුම් සොයා ගත නොහැකි බව ය.

මෙහි දී අප පළමු ව සමීකරණ යුගල හොඳින් නිරීක්ෂණය කළ යුතු ය. ඉන්පසු සමීකරණ යුගලෙහි සංගුණක සමාන අඥාන පද තෝරා ගත යුතු ය. එම සංගුණක සමාන අඥානවල ලකුණු අසමාන නම් එකතු කිරීම ද ලකුණ සමාන නම් අඩු කිරීම ද කළ යුතු ය. එවිට සමීකරණ යුගලෙහි එක් අඥානයක් ඉවත් වී ගොස් සරල සමීකරණයක් ගොඩනැගේ. එම සරල සමීකරණය විසඳා එක් අඥානයක අදාළ අගය ද එම අගය $\textcircled{1}$ හෝ $\textcircled{2}$ සමීකරණයට ආදේශයෙන් අනෙක් අඥානයේ අදාළ අගය ද ලබා ගත හැකි වේ.

$$a + b = 6$$

$$3a - b = 2$$

සමීකරණ යුගල අඩු කර විසඳීමට ගත් උත්සාහයේ දී $2b - 2a = 4$ ලෙස සමීකරණයක් ගොඩනැගුණේ a වල සංගුණක සමාන නොවන නිසා බව ඔබට වැටහෙන්නට ඇත.

මේ අනුව පැහැදිලි වන්නේ සමාන අඥානවල සංගුණක සමාන වීම පමණක් එම අඥානය ඉවත් කර විසඳුම් කරා යොමු වීමට හැකි බව ය.

නිදසුන 1

$$x + y = 7$$

$$x - y = 5 \quad \text{විසඳන්න.}$$

$$x + y = 7 \quad \text{—————} \textcircled{1}$$

$$x - y = 5 \quad \text{—————} \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2},$$

$$(x + y) + (x - y) = 7 + 5$$

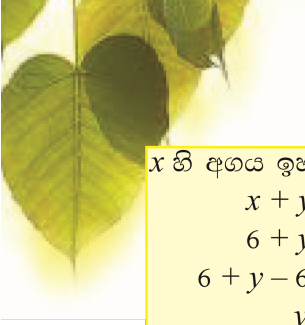
$$x + y + x - y = 12$$

$$2x = 12$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{12}{2}$$

$$x = 6$$





x හි අගය ඉහත ① සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$x + y = 7$$

$$6 + y = 7$$

$$6 + y - 6 = 7 - 6$$

$$y = 1$$

∴ විසඳුම $x = 6, y = 1$ වේ.

ඉහත සමීකරණ යුගල තවත් ක්‍රමයකින් විසඳිය හැකි ය. එය ආදේශ ක්‍රමය ලෙස අපි හඳුන්වමු. මෙහි දී සිදු කරන්නේ එක් අඥානයක් සමීකරණය තුළ උක්ත කර එහි අගය අනෙක් සමීකරණයට ආදේශ කිරීම ය.

$$x + y = 7 \text{ ————— ①}$$

$$x - y = 5 \text{ ————— ②}$$

① න් $x = 7 - y$ ————— ③

③ හි අගය ② සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$x - y = 5$$

$$(7 - y) - y = 5$$

$$7 - y - y = 5$$

$$7 - 2y = 5$$

$$7 - 2y - 7 = 5 - 7$$

$$-2y = -2$$

$$\frac{-2y}{-2} = \frac{-2}{-2}$$

$$y = 1$$

y හි අගය ඉහත ② සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$x - y = 5$$

$$x - 1 = 5$$

$$x - 1 + 1 = 5 + 1$$

$$x = 6$$

∴ විසඳුම $x = 6, y = 1$ වේ.

නිදසුන 2

$$a + b = 9$$

$$2a + b = 16 \text{ විසඳන්න.}$$

I ක්‍රමය

$$a + b = 9 \text{ ————— ①}$$

$$2a + b = 16 \text{ ————— ②}$$





$$\textcircled{2} - \textcircled{1},$$

$$(2a + b) - (a + b) = 16 - 9$$

$$2a + \cancel{b} - a - \cancel{b} = 7$$

$$a = 7$$

a හි අගය ඉහත $\textcircled{1}$ සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$a + b = 9$$

$$7 + b = 9$$

$$7 + b - 7 = 9 - 7$$

$$b = 2$$

\therefore විසඳුම $a = 7, b = 2$ වේ.

II ක්‍රමය

$$a + b = 9 \text{ ————— } \textcircled{1}$$

$$2a + b = 16 \text{ ————— } \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \text{ න් } b = 9 - a \text{ ————— } \textcircled{3}$$

$\textcircled{3}$ හි අගය $\textcircled{2}$ සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$2a + b = 16$$

$$2a + (9 - a) = 16$$

$$2a + 9 - a = 16$$

$$a + 9 = 16$$

$$a + 9 - 9 = 16 - 9$$

$$a = 7$$

$a = 7$ ඉහත $\textcircled{3}$ සමීකරණයට ආදේශ කිරීමෙන්,

$$b = 9 - a$$

$$b = 9 - 7$$

$$b = 2$$

\therefore විසඳුම $a = 7, b = 2$ වේ.

22.2 අභ්‍යාසය

1. පහත සමගාමී සමීකරණ යුගල විසඳන්න.

(i) $a + b = 5$

$a - b = 1$

(ii) $x + y = 11$

$x - y = 5$

(iii) $p - q = 7$

$p + q = 13$

(iv) $m + 2n = 10$

$3m - 2n = 6$

(v) $4x - 3y = 10$

$x + 3y = 10$

(vi) $m - 2n = 1$

$m - n = 1$

(vii) $2c - d = 9$

$2c - 3d = 3$

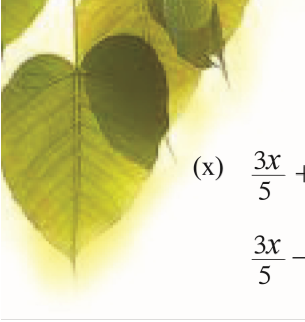
(viii) $2a - b = 5$

$3b - 2a = -3$

(ix) $x + 2y = 3$

$3x - 2y = 1$





$$(x) \quad \frac{3x}{5} + \frac{1}{2}y = 5$$

$$(xi) \quad \frac{a}{3} + b = 5$$

$$\frac{3x}{5} - y = -1$$

$$b - \frac{a}{3} = 3$$



මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

- 3 වන ශ්‍රේණියේ ඉගෙනුම ලබන ගුණරතන හිමියන්ගේ පසුගිය වාර විභාගයේ දී සිංහල හා ගණිතය විෂයන්වල ලකුණුවල එකතුව 120කි. උන් වහන්සේ ගණිතයට වඩා සිංහලවලට ලකුණු 10ක් ලබා ගත්තේ නම් විෂයන් දෙකට ලබා ගත් ලකුණු වෙන වෙන ම සොයන්න.
- ඓකාය පරිපූරක කෝණයක් වන කෝණ යුගලක විශාලත්ව අතර වෙනස 30° කි. කෝණ දෙකෙහි විශාලත්ව වෙන වෙන ම සොයන්න.
- සිසුන් 18ක් සිටින පන්ති කාමරයක වැඩිපුර සිටින්නේ පැවිදි සිසුන් ය. පැවිදි හා ගිහි සිසුන් අතර වෙනස 10කි. පන්තියේ සිටින පැවිදි සිසුන් හා ගිහි සිසුන් ගණන සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගා විසඳීමෙන් සොයන්න.
- පහත දැක්වෙන සමගාමී සමීකරණ විසඳන්න.

(i) $3m + 3n = 27$	(ii) $3a - 2b = 2$	(iii) $3x + y = 4$
$m - n = 1$	$3a - b = 17$	$x + y = 0$
- ඉලක්කම් දෙකකින් සෑදුණ සංඛ්‍යාවක ඉලක්කම් දෙකේ එකතුව 12 වේ. දසස්ථානයේ ඉලක්කම 3න් ගුණ කළ විට එකස්ථානයේ ඉලක්කමට සමාන වේ. දහස්ථානයේ ඉලක්කම a හා එකස්ථානයේ ඉලක්කම b ලෙස ගෙන a හා b අඩංගු සමගාමී සමීකරණ යුගලක් ගොඩනගා එය විසඳා අදාළ සංඛ්‍යාව ලියන්න.
- විසඳන්න.

$$2a + b = 25$$

$$3b + a = 35 \quad (\text{ඉඟිය: සමීකරණ දෙපස ගුණකර සංගුණක සමාන කර ගත හැකි ය.})$$

සාරාංශය

- එදිනෙදා ජීවිතය හා සම්බන්ධ වූ ගැටලු විසඳා ගැනීමේදී සමගාමී සමීකරණ යොදා ගත හැකි ය.
- සමගාමී සමීකරණ යුගලෙහි සංගුණක සමාන අඥාතවල ලකුණ සමාන නම් අඩු කිරීම ද ලකුණු අසමාන නම් එකතු කිරීම ද සිදු කරයි.
- ආදේශ ක්‍රමය මගින් ද සමගාමී සමීකරණ යුගලක් විසඳීමට හැකි ය.

