ත්‍රිකෝණයක කෝණ

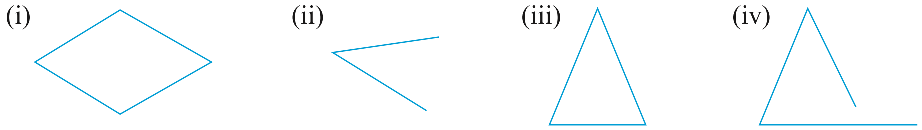
මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- ත්‍රිකෝණ ආශ්‍රිත ප්‍රමේයය කිහිපයක් භාවිත කර ගණනය කිරීම් සිදු කිරීමට,
- එම ප්‍රමේයයන් විධිමත්ව සාධනය කිරීමට

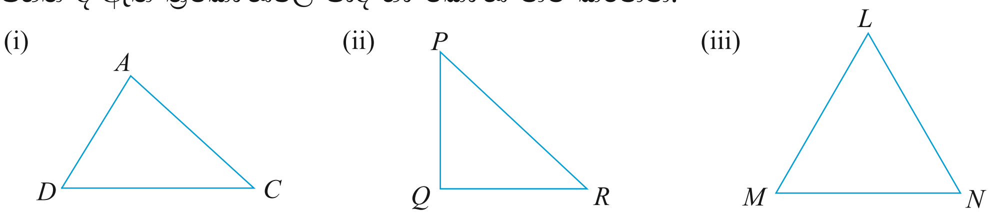
හැකියාව ලැබේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

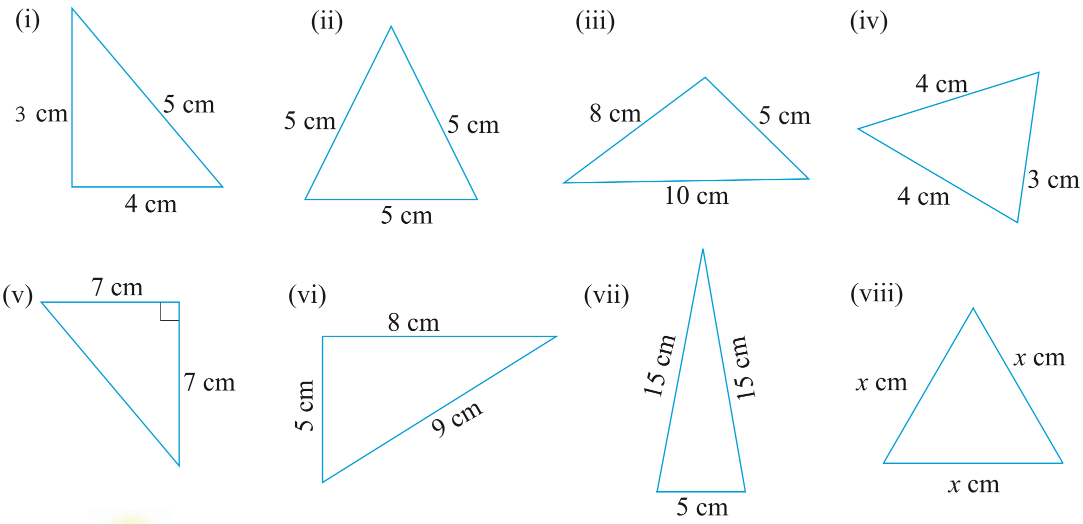
1. පහත දී ඇති රූප අතුරින් ත්‍රිකෝණ වන රූපවලට අදාළ අංකය ලියා දක්වන්න.

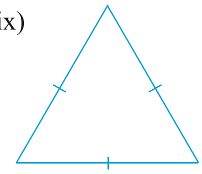


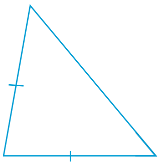
2. පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණවල පාද හා කෝණ නම් කරන්න.

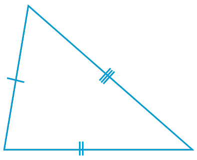


3. පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණ පාද අනුව සමපාද, සමද්විපාද හෝ විෂම ත්‍රිකෝණ ලෙස වෙන් කර ලියා දක්වන්න.

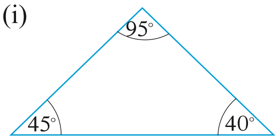


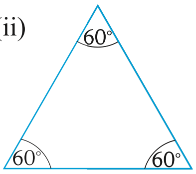
(ix)


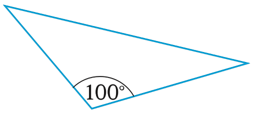
(x)


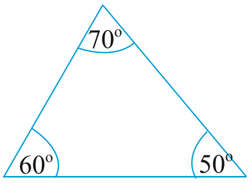
(xi)


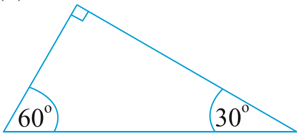
4. පහත දක්වා ඇති එක් එක් ත්‍රිකෝණය සුළු කෝණික, මහා කෝණික හෝ ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණ ලෙස නම් කරන්න.

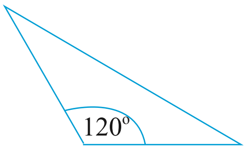
(i)


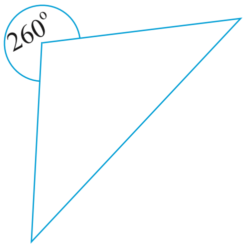
(ii)


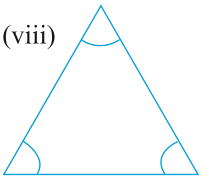
(iii)


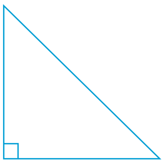
(iv)


(v)


(vi)


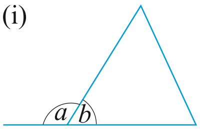
(vii)


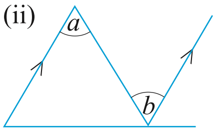
(viii)


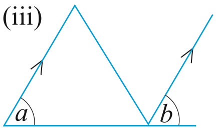
(ix)


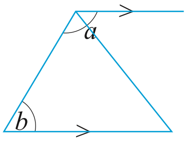
5. දී ඇති එක් එක් රූපයේ දක්වා ඇති කෝණ යුගල පහත දී ඇති කෝණ යුගල අතරින් කවර අවස්ථාවට ගැළපේ ද යන්න සඳහන් කරන්න.

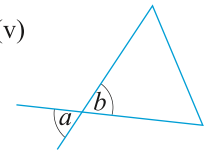
- අනුරූප කෝණ වේ.
- මිත්‍ර කෝණ වේ.
- ඒකාන්තර කෝණ වේ.
- ප්‍රතිමුඛ කෝණ වේ.
- පරිපූරක බද්ධ කෝණ වේ.

(i)


(ii)


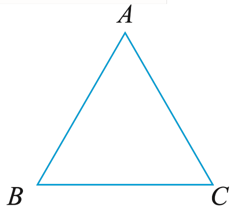
(iii)


(iv)


(v)


10.1 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ හා බාහිර කෝණ

ත්‍රිකෝණය සංවෘත තල රූපයකි. එය සරල රේඛා ඛණ්ඩ තුනකින් සමන්විත ය. ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයකට ශීර්ෂ 3ක් ඇති හෙයින් එයට කෝණ 3ක් ද ඇත.



මෙහි ශීර්ෂ A, B සහ C වේ.
පාද AB හෝ BA,
AC හෝ CA,
BC හෝ CB ලෙස නම් කළ හැකි ය.

කෝණ තුන පහත ආකාරයට නම් කළ හැකි ය.

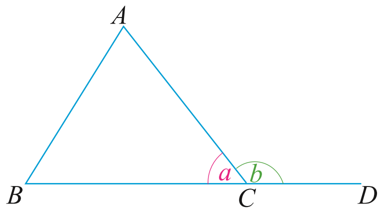
- $B\hat{A}C$ සුළු කෝණය
- $A\hat{B}C$ සුළු කෝණය
- $A\hat{C}B$ සුළු කෝණය

සටහන

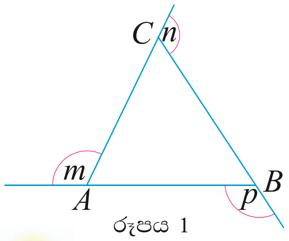
BAC කෝණය CAB කෝණය ලෙස ද නම් කළ හැකි ය.
ABC කෝණය CBA කෝණය ලෙස ද නම් කළ හැකි ය.
ACB කෝණය BCA කෝණය ලෙස ද නම් කළ හැකි ය.

ඉහත දක්වා ඇති සුළු කෝණ සියල්ල ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටා ඇත. එනම් ඒවා ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ වේ. මේ අනුව ABC ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් ශීර්ෂයෙහි අභ්‍යන්තර කෝණය බැගින් ඇත.

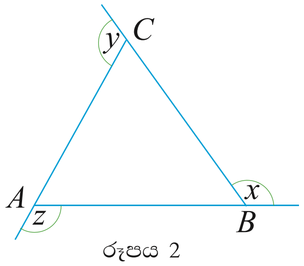
ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D දක්වා දික් කර ඇත. පහත රූප සටහන බලන්න. එහි අභ්‍යන්තර කෝණයක් a ලෙස නම් කර ඇති අතර b ලෙස නම් කර ඇත්තේ අභ්‍යන්තර නොවන කෝණයකි. එසේ දක්වා ඇති කෝණය ABC ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයක් වේ.



ABC ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් පාදය එකම අතට දිගු කළ විට සෑදෙන බාහිර කෝණ සියල්ල පහත රූප සටහන්හි දක්වා ඇත.

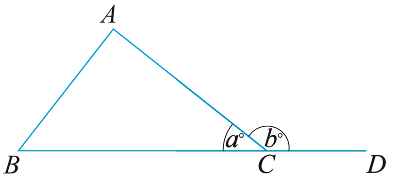


රූපය 1



රූපය 2

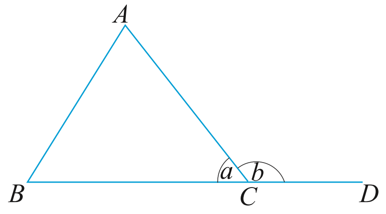
ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර හා බාහිර කෝණ යුගලක එකතුවෙහි අගය



ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D දක්වා දික් කර ඇත. එහි දක්වා ඇති a° කෝණය ABC ත්‍රිකෝණයෙහි අභ්‍යන්තර කෝණයකි. b° එහි බාහිර කෝණයකි. මෙම a° සහ b° පරිපූරක බද්ධ කෝණ යුගලයකි. මේ අනුව $a^\circ + b^\circ = 180^\circ$ වේ. එය මෙලෙස ද ලියා දැක්විය හැකි ය.

$$A\hat{C}B + A\hat{C}D = 180^\circ$$

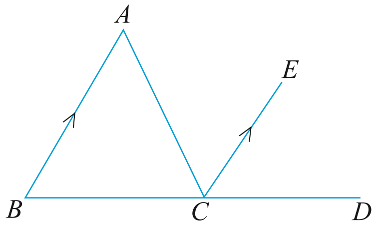
බාහිර කෝණයක් අනුව අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ හඳුනා ගැනීම



රූපයේ දක්වා ඇති බාහිර කෝණය සහ අභ්‍යන්තර කෝණය සලකමු. $A\hat{C}D$ බාහිර කෝණයෙහි අභ්‍යන්තර කෝණය $A\hat{C}B$ වේ. එවිට ABC ත්‍රිකෝණයෙහි ඉතිරි අභ්‍යන්තර කෝණ $A\hat{C}D$ හි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ නම් වේ.

මේ අනුව ACD බාහිර කෝණයෙහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ $A\hat{B}C$ හා $B\hat{A}C$ වේ.

10.2 ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණය හා අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙක අතර පවතින සම්බන්ධය



ABC ත්‍රිකෝණයෙහි BC පාදය D දක්වා දික්කර ඇත. එවිට $A\hat{C}D$, ABC ත්‍රිකෝණයෙහි බාහිර කෝණයකි. මෙම රූපයෙහි BA පාදයට සමාන්තරව CE පාදය ඇඳ ඇත.

CE පාදයෙන් $A\hat{C}D$ කෝණය කෝණ දෙකකට වෙන් වී ඇත. එම කෝණ දෙක $A\hat{C}E$ හා $E\hat{C}D$ ලෙස නම් කළ හැකි ය. එවිට සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ අනුව,

$A\hat{C}E = B\hat{A}C$ (ඒකාන්තර කෝණ යුගලයකි.)

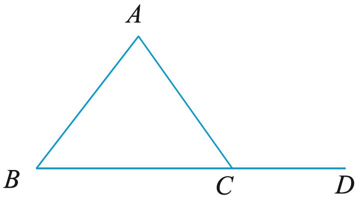
එසේම $E\hat{C}D = A\hat{B}C$ (අනුරූප කෝණ යුගලයකි.)

ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි එකතුවට සමාන වේ.

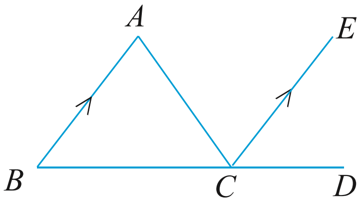
ප්‍රමේයයෙහි විධිමත් සාධනය

දත්තය : ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය D දක්වා දික් කර ඇත.



සාධනය කළ යුත්ත : $A\hat{C}D = B\hat{A}C + A\hat{B}C$

නිර්මාණය : BA පාදයට සමාන්තර ව C හරහා සරල රේඛාවක් ඇඳ එය CE ලෙස නම් කිරීම.



සාධනය : $B\hat{A}C = A\hat{C}E$ (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{B}C = E\hat{C}D$ (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත අනුරූප කෝණ)

එවිට, $B\hat{A}C + A\hat{B}C = A\hat{C}E + E\hat{C}D$

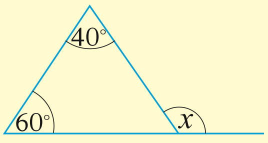
නමුත් $A\hat{C}E + E\hat{C}D = A\hat{C}D$

$\therefore \; A\hat{C}D = B\hat{A}C + A\hat{B}C$

ප්‍රමේයය භාවිතය

නිදසුන 1

පහත දක්වා ඇති ත්‍රිකෝණයෙහි xහි අගය ගණනය කරන්න.



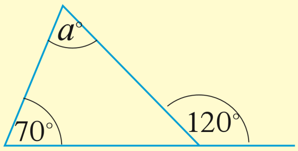
ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන වන බැවින්,

$x = 40^\circ + 60^\circ$

$= 100^\circ$

නිදසුන 2

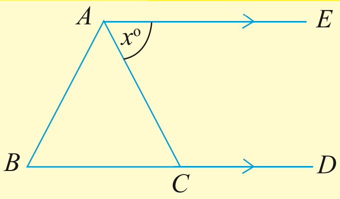
පහත දක්වා ඇති ත්‍රිකෝණයෙහි aහි අගය ගණනය කරන්න.



ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන වන බැවින්,

$$a + 70^\circ = 120^\circ$$
$$a = 120^\circ - 70^\circ$$
$$a = 50^\circ$$

නිදසුන 3



රූපය අනුව, $x^o = 180^o - (A\hat{B}C + B\hat{A}C)$ බව සාධනය කරන්න.

සාධනය:

$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ —— (1) (ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකේ එකතුවට සමාන වන බැවින්,)

නමුත් $A\hat{C}D + E\hat{A}C = 180^o$ (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත මිත්‍ර කෝණ)

$$A\hat{C}D + x^o = 180^o$$
$$x^o = 180^o - A\hat{C}D$$

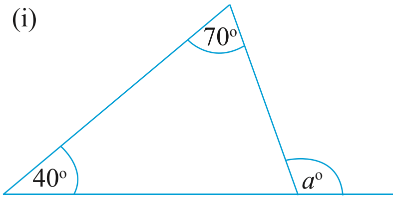
ඉහත (1) දක්වා ඇති ප්‍රතිඵලය ආදේශයෙන්,

$$x^o = 180^o - (A\hat{B}C + B\hat{A}C)$$

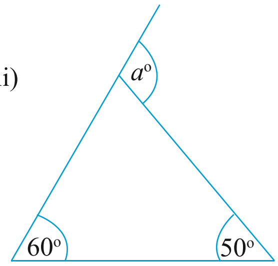
10.1 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ සඳහන් a^o හි අගය සොයන්න.

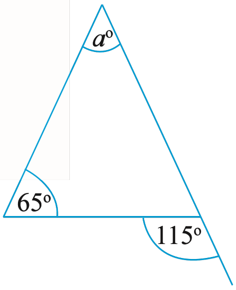
(i)



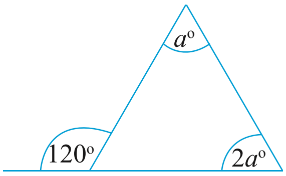
(ii)



(iii)

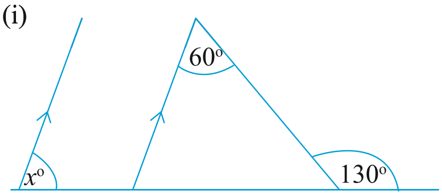


(iv)

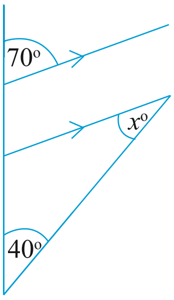


2. පහත දී ඇති එක් එක් රූපයෙහි x^o හි අගය සොයන්න.

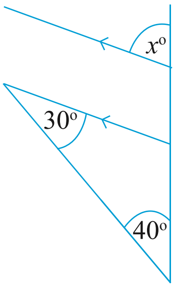
(i)



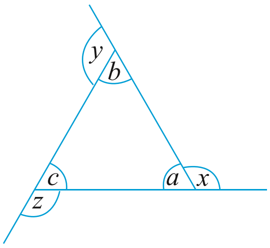
(ii)



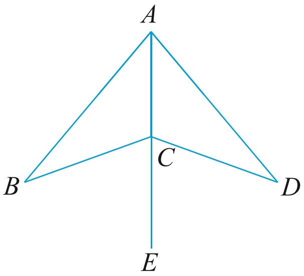
(iii)



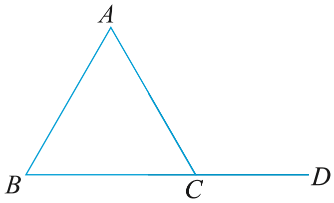
3. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
$x + y + z = 2a + 2b + 2c$
බව සාධනය කරන්න.



4. රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව,
$B\hat{C}D = B\hat{A}D + A\hat{B}C + A\hat{D}C$
බව සාධනය කරන්න.



10.3 ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව



ABC ත්‍රිකෝණයේ *BC* පාදය *D* දක්වා දික් කර ඇත.

$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ —— (1) (ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි එකතුවට සමාන වේ.)

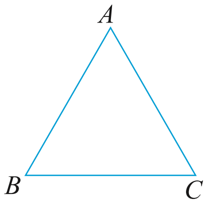
$A\hat{C}D + A\hat{C}B = 180^\circ$ —— (2) (පරිපූරක බද්ධ කෝණ)

(1) හි අගය (2) ට ආදේශයෙන්

$$A\hat{C}D + A\hat{C}B = 180^\circ$$

$$(A\hat{B}C + B\hat{A}C) + A\hat{C}B = 180^\circ$$

මේ අනුව, *ABC* ත්‍රිකෝණයේ අභ්‍යන්තර කෝණ තුනේ එකතුව 180°කි.

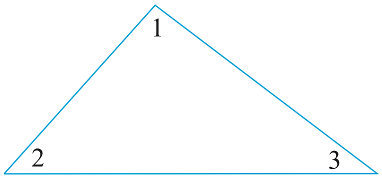


එනම්, $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

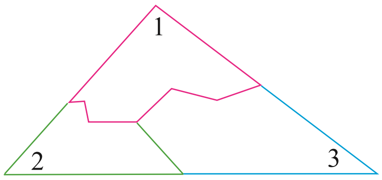
තවදුරටත් පහත ක්‍රියාකාරකමෙහි නිරත වී ඕනෑ ම ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය සොයා ගැනීමට උත්සාහ කරමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

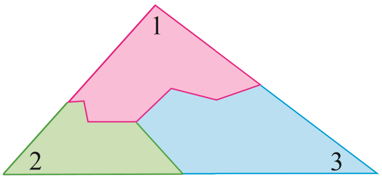
පියවර 1 - කාඩ්බෝඩ් කැබැල්ලක ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ එය කපා ගන්න.



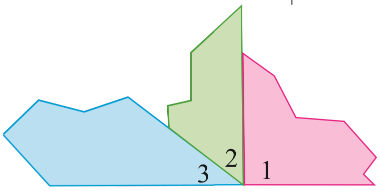
පියවර 2 - රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට ත්‍රිකෝණය කොටස් තුනකට බෙදා ගන්න.



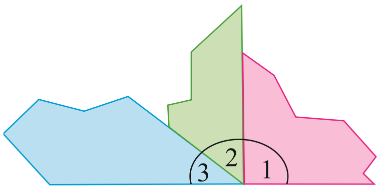
පියවර 3 - එක් එක් කොටස වර්ණ තුනකින් වර්ණ ගන්වන්න.



පියවර 4 - එම කොටස් එකිනෙක වෙන් කර පහත ආකාරයට තබන්න.



1, 2, හා 3 මගින් දැක්වෙන කෝණ තුන සරල රේඛාවක් මත පිහිටයි.



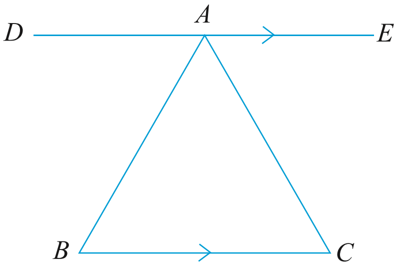
මෙමගින් තහවුරු වන්නේ කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180° ට සමාන වන බවයි.

ප්‍රමේයය

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180°ක් වේ.

ප්‍රමේයය විධිමත් සාධනය

දත්තය: ABC ත්‍රිකෝණයකි.
සාධනය කළ යුත්ත: $A\hat{B}C + A\hat{C}B + B\hat{A}C = 180^{\circ}$
නිර්මාණය: BC පාදයට සමාන්තරව A හරහා DAE ඇඳීම.



සාධනය: $A\hat{B}C = B\hat{A}D$ —— (1) (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත ඒකාන්තර කෝණ)

$A\hat{C}B = C\hat{A}E$ —— (2) (සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත ඒකාන්තර කෝණ)

(1) + (2)

$\therefore \quad A\hat{B}C + A\hat{C}B = B\hat{A}D + C\hat{A}E$

දෙපසට ම, $B\hat{A}C$ එකතු කළ විට

$A\hat{B}C + A\hat{C}B + B\hat{A}C = B\hat{A}D + C\hat{A}E + B\hat{A}C$

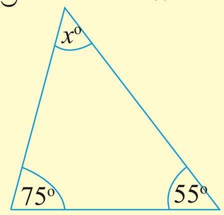
මෙහි, $B\hat{A}D + C\hat{A}E + B\hat{A}C = 180^\circ$ (A ලක්ෂ්‍යයේ දී DAE සරල රේඛාව මත පිහිටි කෝණ)

මේ අනුව, $A\hat{B}C + A\hat{C}B + B\hat{A}C = 180^\circ$

ප්‍රමේයය භාවිතය

නිදසුන 1

රූපයේ දී ඇති තොරතුරු අනුව, ත්‍රිකෝණයේ x° හි අගය සොයන්න.



$x^\circ + 75^\circ + 55^\circ = 180^\circ$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව 180° කි.)

$x^\circ + 130^\circ = 180^\circ$

$x^\circ = 180^\circ - 130^\circ$

$x^\circ = 50^\circ$

නිදසුන 2

ත්‍රිකෝණයක කෝණ දෙකක් 54° සහ 72°, වේ. ඉතිරි කෝණයේ අගය සොයන්න. මෙම දත්ත ඇතුළත් වන සේ රූපයක් අඳිමු. ඉතිරි කෝණය x ලෙස නම් කරමු.

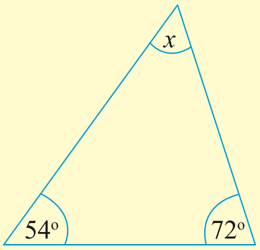
ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල එකතුව $= 180^\circ$

$x + 54^\circ + 72^\circ = 180^\circ$

$x + 126^\circ = 180^\circ$

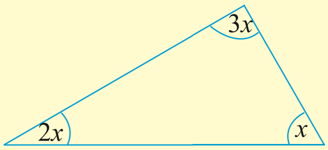
$x + 126^\circ - 126^\circ = 180^\circ - 126^\circ$

$x = 54^\circ$



නිදසුන 3

පහත දී ඇති ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් වන බව පෙන්වන්න.



$x + 2x + 3x = 180^{o}$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි එකතුව 180° කි)

$$6x = 180^{o}$$

$$x = \frac{180^{o}}{6}$$

$$x = 30^{o}$$

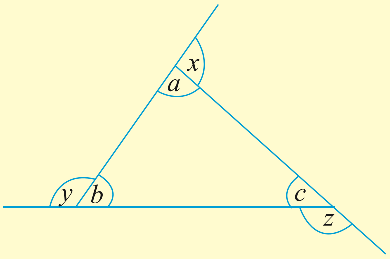
එවිට, $3x = 30^{o} \times 3 = 90^{o}$

විශාලම කෝණය වන $3x$, 90°ක් වන බැවින් දී ඇති ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයකි.

නිදසුන 4

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනේ එකතුව 180° වේ. මේ අනුව ත්‍රිකෝණයක පාද එකම අතට දික් කළ විට සෑදෙන බාහිර කෝණවල එකතුව 360° වන බව සාධනය කරන්න.

සාධනයः



රූපය අනුව,

$a + x = 180^{o}$ —— (1)

(සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$b + y = 180^{o}$ —— (2)

(සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

$c + z = 180^{o}$ —— (3)

(සරල රේඛාවක් මත පිහිටි බද්ධ කෝණ)

(1) + (2) + (3),

$$a + x + b + y + c + z = 180^{o} + 180^{o} + 180^{o}$$

$$\therefore (a + b + c) + (x + y + z) = 540^{o}$$

නමුත් $a + b + c = 180^{o}$ (ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනේ එකතුව 180°කි.)

$$\therefore 180^{o} + (x + y + z) = 540^{o}$$

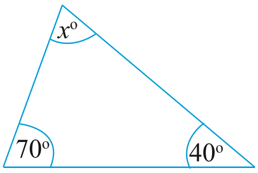
$$(x + y + z) = 540^{o} - 180^{o}$$

$$= 360^{o}$$

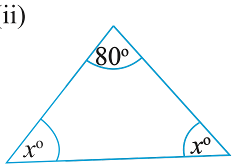
10.2 අභ්‍යාසය

1. දී ඇති තොරතුරු අනුව, එක් එක් රූපයේ දක්වා ඇති x^o හි අගය සොයන්න.

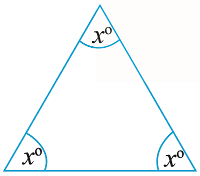
(i)



(ii)

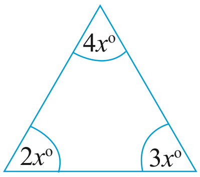


(iii)

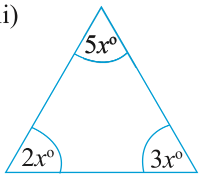


2. පහත දී ඇති එක් එක් ත්‍රිකෝණයේ විශාලත ම කෝණය ගණනය කර, එම ත්‍රිකෝණය, කෝණ අනුව වර්ගීකරණය කරන්න.

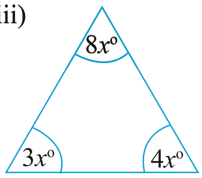
(i)



(ii)

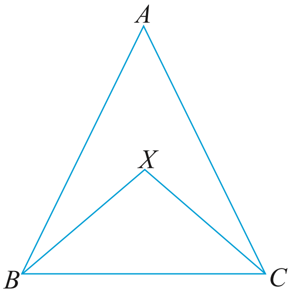


(iii)



3. $ABCD$ චතුරස්‍රයෙහි AC විකර්ණය ඇඳීමෙන් චතුරස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණ හතරෙහි එකතුව 360° වන බව සාධනය කරන්න.

4. ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{B}$ හි හා $\hat{C}$ හි කෝණ සමච්ඡේදක Xහි දී හමු වේ. $B\hat{X}C = 90^o + \frac{1}{2}\hat{A}$ බව සාධනය කරන්න.



සාරාංශය

- ත්‍රිකෝණයක පාදයක් දික් කිරීමෙන් සෑදෙන බාහිර කෝණය එහි අභ්‍යන්තර සම්මුඛ කෝණ දෙකෙහි ඓක්‍යයට සමාන වේ.
- ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණ තුනෙහි ඓක්‍යය 180°ක් වේ.