

இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்,

- கூட்டல் விருத்திகளை இனங்காண்பதற்கும் அவற்றுடன் தொடர்புபட்ட பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும் தேவையான ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள்.

கூட்டல் விருத்தி

நீங்கள் முன்னைய வகுப்புக்களில் வெவ்வேறு எண்கோலங்கள் பற்றிக் கற்றுள்ளீர்கள். எண்கோலங்களை எண் தொடர்கள் என்றும் அழைப்போம். கீழே தரப்பட்டுள்ள எண்தொடர் பற்றி ஆராய்வோம்.

3, 8, 13, 18...

இத்தொடரின் முதலாம் உறுப்பு 3 உம் இரண்டாம் உறுப்பு 13 உம் என்றவாறு உள்ளது. யாதேனும் அடுத்துள்ள உறுப்புகள் (அருகருகே அமைந்துள்ள உறுப்புகள்) இரண்டைக் கருத்தில்கொண்டு அவற்றின் பின்னேயுள்ள உறுப்பிலிருந்து முன்னேயுள்ள உறுப்பைக் கழிக்கும்போது ஒரு மாறாப் பெறுமானம் கிடைப்பது இங்குள்ள சிறப்பம்சமாகும். இங்கு அம்மாறாப் பெறுமானம் 5 ஆகும். அவ்வாறான மேலுமொரு தொடர் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

8, 5, 2, -1, -4...

இத்தொடரிலும் இரண்டு அடுத்துள்ள உறுப்புகளை எடுத்து பின்னேயுள்ள உறுப்பிலிருந்து முன்னேயுள்ள உறுப்பைக் கழிக்கும்போது ஒரு மாறாப் பெறுமானம் கிடைகின்றது. இங்கு அம்மாறாப் பெறுமானம் -3 ஆகும்.

இவ்வாறான எண்தொடர்கள் கூட்டல் விருத்தி எனப்படும். முதல் உறுப்புத் தவிர்ந்த எந்தவொரு உறுப்பிலிருந்தும் அதற்கு முன்னேயுள்ள உறுப்பைக் கழிக்கும்போது பெறப்படும் மாறாப் பெறுமானம் பொதுவித்தியாசம் என அழைக்கப்படுவதுடன் அது d இன் மூலம் குறிக்கப்படும்.

இதற்கேற்ப,

ஒரு கூட்டல் விருத்தி எனப்படுவது முதலாம் உறுப்புத் தவிர எந்தவொரு உறுப்பிலிருந்தும் அதற்கு முன்னேயுள்ள உறுப்பைக் கழிக்கும்போது ஒரு மாறாப் பெறுமானம் கிடைக்குமாறுள்ள ஓர் எண் தொடராகும்

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் பொது வித்தியாசமாகிய d ஐப் பின்வருமாறு காணலாம்.

$$\text{பொதுவித்தியாசம் } (d) = (\text{முதல் உறுப்பல்லாத எந்தவொரு உறுப்பு}) - (\text{அதற்கு முன்னேயுள்ள உறுப்பு})$$

பயிற்சி 24.1

- கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடரும் கூட்டல் விருத்தியாகுமா எனத் தீர்மானிக்க.
(i) 9, 11, 13, 16, ... (ii) -8, -5, -1, 2, ...
(iii) 2.5, 2.55, 2.555, 2.5555, ... (iv) $5\frac{1}{2}$, $5\frac{3}{4}$, 6, $6\frac{1}{2}$, ...
(v) 1, -1, 1, -1, ...
- கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கூட்டல் விருத்தியிலும் பொது வித்தியாசத்தைக் காண்க.
(i) 12, 17, 22, ... (ii) 10, 6, 2, ...
(iii) -5, -1, 3, ... (iv) -2, -8, -14, ...
(v) 2.5, 4, 5.5, ...

24.1 ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பைக் காணல்

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் உறுப்புகளைப் பெயரிடப் பின்வரும் குறியீடுகள் பயன்படுத்தப்படும்

T_1 = முதலாம் உறுப்பு

T_2 = இரண்டாம் உறுப்பு

T_3 = மூன்றாம் உறுப்பு

உதாரணமாக 6, 8, 10, 12, 14, ... என்னும் கூட்டல் விருத்தியில்,

$T_1 = 6$, $T_2 = 8$, $T_3 = 10$, $T_4 = 12$, $T_5 = 14$... என்றவாறு எழுதலாம்.

இக்கூட்டல் விருத்தியில் 25 ஆம் உறுப்பு யாது என உங்களால் கூறமுடியுமா? அதாவது T_{25} இன் பெறுமானம் யாது? மேலேயுள்ள கோலத்திற்கேற்பப் பெறப்படும் உறுப்புகளைத் தொடர்ந்தும் எழுதிச் செல்லும்போது குறித்த ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் 25 ஆம் உறுப்பு பெறப்படும் என்பது தெளிவாகும். இதற்கேற்ப 25 உம் உறுப்பு 54 ஆகும்.

அதாவது,

$$T_{25} = 54.$$

இனி இக்கூட்டல் விருத்தியின் 500 ஆம் உறுப்பை காணவேண்டுமாயின் நீங்கள் அதனை எவ்வாறு காண்பீர்கள். அதற்கெனத் தரப்பட்டுள்ள கோலத்திற்கேற்ப 500 உறுப்பு வரை எழுத வேண்டியுள்ளதுடன் அது மிகவும் சிரமமான ஒரு செயலாகும். ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் எந்தவொரு உறுப்பையும் மிக இலகுவாகக் காண்பதற்குப் பயன்படுத்தக்கூடிய ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்கும் முறையை இப்பொழுது ஆராய்வோம்.

இச்சூத்திரத்தை பெறும் முறையை 6, 8, 10, 12, ... என்னும் கூட்டல் விருத்தியை உதாரணமாகக் கொண்டு பார்ப்போம்.

இங்கு முதலாம் உறுப்பு 6 உம் பொது வித்தியாசம் 2 உம் ஆகும். முதலாம் உறுப்பு, பொது வித்தியாசம் என்பவற்றிலிருந்து மேற்குறித்த விருத்தியின் உறுப்புகளை உருவாகியுள்ள முறையை கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையில் நன்கு அவதானிக்க.

எழுதக் கூடிய உறுப்பு	உறுப்பின் பெறுமானம்	உறுப்பின் பெறுமானம், முதலாம் உறுப்பு, பொது வித்தியாசம் சார்பில்
T_1	6	$6 + 0 = 6 + (1 - 1) \times 2$
T_2	8	$6 + 2 = 6 + (2 - 1) \times 2$
T_3	10	$6 + 2 + 2 = 6 + (3 - 1) \times 2$
T_4	12	$6 + 2 + 2 + 2 = 6 + (4 - 1) \times 2$
...
...

இக் கோலத்திற்கேற்ப 500 ஆம் உறுப்பைக் கணிப்போம்.

$$\begin{aligned} T_{500} &= 6 + (500 - 1) \times 2 \\ &= 6 + 499 \times 2 \\ &= 6 + 998 \\ &= 1004 \end{aligned}$$

இதற்கேற்ப 500 ஆம் உறுப்பு 1004 ஆகும்.

மேற்குறித்த கோலத்தை மேலும் பொதுமைப்படுத்தி எழுத முடியுமா? அதாவது முதலாம் உறுப்பு a உம் பொது வித்தியாசம் d உம் உடைய ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்புக்கான ஒரு சூத்திரத்தை $T_{500} = 6 + (500 - 1) \times 2$ என்னும் கோவையின்மீது கவனஞ் செலுத்திக் காண்போம்.

முதலாம் உறுப்பு a உம் பொது வித்தியாசம் d உம் உடைய ஒரு கூட்டல் விருத்தியின் n ஆம் உறுப்பைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக மேலேயுள்ள கோலத்தைப் பின்பற்றினால் $T_n = a + (n - 1) d$ என நீங்கள் காண்பீர்கள் அல்லவா? இச்சூத்திரத்தில் எமது குறிப்பீட்டின்படி T_n மூலம் தரப்படுவது n ஆம் உறுப்பாகும்.

இதற்கேற்ப முதலாம் உறுப்பு a உம் பொது வித்தியாசம் d யும் ஆகவுள்ள கூட்டல் விருத்தியில் n ஆம் உறுப்பாகிய T_n என்பது

$$T_n = a + (n - 1) d \text{ என்னும் சூத்திரத்தின் மூலம் பெறப்படும்.}$$

இச்சூத்திரத்தில் உள்ள முக்கியத்துவம் யாதெனில் ஒரு கூட்டல் விருத்தியிலுள்ள நான்கு தெரியாக் கணியங்களாகிய a, d, n, T_n ஆகியவற்றுக்கிடையே உள்ள தொடர்பாகும்.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் இந்நான்கு தெரியாக் கணியங்களில் யாதேனும் மூன்று கணியங்கள் தெரிகின்றபோது எஞ்சிய தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானத்தை மேற்படி சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் காணலாம். இனி இச்சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கூட்டல் விருத்திகள் பற்றிய பிரசினங்களைத் தீர்க்கும் முறை பற்றி ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

(a, d, n என்பன தரப்படும்போது T_n ஐக் காணல்)

3, 7, 11, 15, ... என்னும் கூட்டல் விருத்தியில் 15 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
இங்கு $a = 3, d = 7 - 3 = 4, n = 15$

இப் பெறுமானங்களை $T_n = a + (n - 1) d$ என்னும் சூத்திரத்தில் பிரதியிடுவதால்,
$$T_{15} = 3 + (15 - 1) \times 4$$
$$= 3 + 56$$
$$= 59$$

\therefore 15 ஆம் உறுப்பு 59 ஆகும்.

உதாரணம் 2

(d, n, T_n என்பன தரப்படும்போது a ஐக் காணல்)

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் பொது வித்தியாசம் 4 உம் 26 ஆம் உறுப்பு 105 உம் ஆகும்.
முதலாம் உறுப்பைக் காண்க.

இங்கு, $d = 4, n = 26, T_n = 105$

$T_n = a + (n - 1) d$ என்னும் சூத்திரத்தில் பிரதியிடுவதால்,
 $\therefore T_{26} = a + (26 - 1) \times 4$
$$105 = a + (26 - 1) \times 4$$
$$\therefore 105 - 100 = a$$
$$a = 5$$

\therefore முதலாம் உறுப்பு 5 ஆகும்.

உதாரணம் 3

(a, n, T_n என்பன தரப்படும்போது d ஐக் காணல்)

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பு -32 உம் 12 ஆம் உறுப்பு 1 உம் ஆகும்.
 $a = -32, n = 12, T_{12} = 1.$

$T_n = a + (n - 1) d$ என்னும் சூத்திரத்தில் பிரதியிடுவதால்,
 $1 = -32 + (12 - 1) \times d$
$$33 = 11 \times d$$
$$\frac{33}{11} = d$$
$$d = 3$$

\therefore பொது வித்தியாசம் 3 ஆகும்.

உதாரணம் 4

(a, d, T_n என்பன தரப்படும்போது n ஐக் காணல்)

30, 25, 10, ... என்னும் கூட்டல் விருத்தியில் -65 எத்தனையாவது உறுப்பாகும்?

இங்கு

$$a = 30, d = -5, T_n = -65$$

$T_n = a + (n-1)d$ என்னும் சூத்திரத்தில் இப்பெறுமானங்களைப் பிரதியிடுவதால்

$$-65 = 30 + (n-1) \times (-5)$$

$$-65 = 30 - 5n + 5$$

$$-65 - 35 = -5n$$

$$\frac{-100}{-5} = n$$

$$n = 20$$

$\therefore -65$ என்பது 20 ஆம் உறுப்பாகும்.

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் a, d, n, T_n ஆகிய தெரியாக் கணியங்களில் இரண்டு தெரியாக் கணியங்கள் தரப்படாதவிடத்து போதுமான தரவுகள் தரப்பட்டுள்ளபோது ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடி ஒன்றைத் தீர்த்து அத்தெரியாக் கணியங்களைக் காணலாம்.

உதாரணம் 5

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் ஏழாவது உறுப்பு 38 உம் பன்னிரண்டாவது உறுப்பு 63 உம் ஆகும். இவ்விருத்தியின்

- முதலாம் உறுப்பினதும் பொது வித்தியாசத்தினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- இவ்விருத்தியில் 20 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(i) இங்கு $n = 7$ ஆகும்போது $T_7 = 38$ $n = 12$ ஆகும்போது $T_{12} = 63$ ஆகும்.

முதலாம் உறுப்பை a எனவும் பொது வித்தியாசத்தை d எனவும் கொண்டு

$$T_n = a + (n-1)d \text{ இல் பிரதியிடுவதால்}$$

$$38 = a + (7-1) \times d$$

$$63 = a + (12-1) \times d$$

$$38 = a + 6d \text{ ————— ①}$$

$$63 = a + 11d \text{ ————— ②}$$

$$\text{②} - \text{①}$$

$$63 - 38 = a + 11d - (a + 6d)$$

$$25 = a + 11d - a - 6d$$

$$25 = 5d$$

$$5 = d$$

$d = 5$ ஐ ① இல் பிரதியிடுவதால்

$$38 = a + 6 \times 5$$

$$38 - 30 = a$$

$$a = 8$$

\therefore முதலாம் உறுப்பு 8 உம் பொது வித்தியாசம் 5 உம் ஆகும்.

(ii) $T_n = a + (n - 1)d$ இல் பிரதியிடுவதால்

$$\begin{aligned} T_{20} &= 8 + (20 - 1) \times 5 \\ &= 8 + 19 \times 5 \\ &= 8 + 95 \\ &= 103 \end{aligned}$$

∴ 20 ஆம் உறுப்பு 103 ஆகும்.

உதாரணம் 6

குறித்த ஒரு தொடரில் n ஆம் உறுப்பானது $T_n = 3n + 4$ இன் மூலம் தரப்படுகின்றது.

(i) இத்தொடரின் முதல் நான்கு உறுப்புகளையும் எழுதுக.

(ii) இவ்விருத்தியில் $n - 1$ ஆம் உறுப்பாகிய T_{n-1} இதற்கான கோவையை எழுதி இத்தொடர் ஒரு கூட்டல் விருத்தி எனக் காட்டுக.

(iii) விருத்தியில் 169 எத்தனையாம் உறுப்பு எனக் காட்டுக.

(iv) பெறுமானம் 95 ஐ உடைய ஓர் உறுப்பு இருக்க முடியாது எனக் காட்டுக.

(i) $T_n = 3n + 4$

$$n = 1 \text{ ஆகும்போது } T_1 = 3 \times 1 + 4 = 7$$

$$n = 2 \text{ ஆகும்போது } T_2 = 3 \times 2 + 4 = 10$$

$$n = 3 \text{ ஆகும்போது } T_3 = 3 \times 3 + 4 = 13$$

$$n = 4 \text{ ஆகும்போது } T_4 = 3 \times 4 + 4 = 16$$

∴ முதல் நான்கு உறுப்புகளும் 7, 10, 13, 16 ஆகும்.

(ii) $T_{n-1} = 3(n - 1) + 4$

$$= 3n - 3 + 4$$

$$= 3n + 1$$

$$T_n - T_{n-1} = (3n + 4) - (3n + 1)$$

$$= 3$$

இது மாறாப் பெறுமானமாகும்.

∴ இது ஒரு கூட்டல் விருத்தியாகும்.

(iii) $T_n = 169$

$$T_n = 3n + 4 \text{ இல் பிரதியிடுவதால்}$$

$$169 = 3n + 4$$

$$169 - 4 = 3n$$

$$\frac{165}{3} = n$$

$$55 = n$$

∴ 169 ஆனது 55 ஆம் உறுப்பாகும்.

(iv) பெறுமானம் 95 ஐ உடைய ஓர் உறுப்பு இருப்பின்

$$T_n = 95 \text{ ஆகுமாறு } n \text{ ஆனது}$$

நேர் நிறைவெண்ணாக இருக்க

வேண்டும்.

அதாவது,

$$95 = 3n + 4$$

$$95 - 4 = 3n$$

$$3n = 91$$

$$\therefore n = \frac{91}{3}$$

எனவே, n இற்கான ஒரு நேர் நிறைவெண் கிடைக்காது. அதனால் பெறுமானம் 95 ஐ உடைய ஓர் உறுப்பு இருக்க முடியாது.

பயிற்சி 24.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திற்குமுரிய கூட்டல் விருத்தியில் முதல் ஐந்து உறுப்புகளையும் எழுதுக.

(i) $a = 5, d = 2$

(ii) $a = -3, d = 4$

(iii) $a = 4.5, d = 2.5$

(iv) $a = 10\frac{1}{4}, d = -\frac{1}{2}$

(v) $a = 2x, d = x + 3$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கூட்டல் விருத்தியிலும் அவற்றிற்கு எதிரே (அடைபிணுள்) தரப்பட்டுள்ள உறுப்பைக் காண்க.

(i) 13, 15, 17, ... (10 ஆம் உறுப்பு)

(ii) 40, 38, 36, ... (21 ஆம் உறுப்பு)

(iii) -2, -7, -12, ... (15 ஆம் உறுப்பு)

(iv) -3, 2, 7, ... (20 ஆம் உறுப்பு)

(v) 6.5, 8, 9.5, ... (12 ஆம் உறுப்பு)

(vi) $3\frac{1}{4}, 3\frac{1}{2}, 3\frac{3}{4}, \dots$ (11 ஆம் உறுப்பு)

(vii) $12\frac{1}{2}, 12, 11\frac{1}{2}, \dots$ (18 ஆம் உறுப்பு)

3. (I) கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளிலிருந்து ஒவ்வொரு கூட்டல் விருத்தியினது முதல் உறுப்பைக் காண்க.

a. $d = 5, T_{21} = 101$

b. $d = -3, T_{35} = -113$

c. $d = 2\frac{1}{2}, T_{37} = 93$

(II) கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளிலிருந்து ஒவ்வொரு கூட்டல் விருத்தியினது பொது வித்தியாசத்தைக் காண்க.

a. $a = 60, T_{15} = 102$

b. $a = -30, T_{35} = -25$

c. $a = 4\frac{1}{4}, T_{37} = -7\frac{3}{4}$

(III) கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளிலிருந்து ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் கூட்டல் விருத்தியின் எத்தனை உறுப்புகள் தரப்பட்டுள்ளது எனக் காண்க.

a. $a = 9, d = 4, T_n = 69$

b. $a = -20, d = \frac{1}{2}, T_n = 35$

c. $a = 7, d = \frac{1}{2}, T_n = 27$

4. கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளிலிருந்து ஒவ்வொரு கூட்டல் விருத்தியிலும் n ஆம் உறுப்பை n இன் சார்பில் இயலுமான வரை எளிய வடிவில் எழுதுக.
- (i) $-15, -12, -11, -8, \dots$
(ii) $7, 12, 17, 22, \dots$
(iii) $3\frac{1}{4}, 4, 4\frac{3}{4}, \dots$
(iv) $67, 64, 61, \dots$
5. n ஆம் உறுப்பு (i) $2n + 1$ (ii) $5n - 1$ (iii) $8 - n$ (iv) $20 - 5n$ ஆகவுள்ள ஒவ்வொரு தொடரிலும்
- (i) முதல் மூன்று உறுப்புகளையும் எழுதுக.
(ii) பொது வித்தியாசத்தைக் காண்க.
(iii) 15 ஆம் உறுப்பின் பெறுமானத்தைக் காண்க.
6. 1 தொடக்கம் 150 வரைக்கும் உள்ள எண்களில்
- (i) 2 இன் மடங்குகள் எத்தனை உண்டு?
(ii) 3 இன் மடங்குகள் எத்தனை உண்டு?
(iii) 5 இன் மடங்குகள் எத்தனை உண்டு?
7. (i) ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் மூன்றாம் உறுப்பு 7 உம் ஆறாம் உறுப்பு 13 உம் ஆகும். விருத்தியின் பதினைந்தாம் உறுப்பைக் காண்க.
(ii) ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் ஐந்தாம் உறுப்பு 34 உம் பதினைந்தாம் உறுப்பு 9 உம் ஆயின் -6 என்பது விருத்தியில் எத்தனையாம் உறுப்பாகும்.
(iii) ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் ஐந்தாம் உறுப்பின் பெறுமானம் 22 உம் பத்தாம் உறுப்பின் பெறுமானம் 47 உம் ஆயின் விருத்தியின் பதினைந்தாம் உறுப்பின் பெறுமானம் மூன்றாம் உறுப்பின் பெறுமானத்தின் ஆறுமடங்கு எனக் காட்டுக.
(iv) ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் மூன்றாம் ஆறாம் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 42 உம் இரண்டாம் பத்தாம் உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை 54 உம் ஆயின் விருத்தியில் 63 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்? பெறுமானம் 30 ஐ உடைய ஓர் உறுப்பு இவ்விருத்தியில் இருக்கமுடியாது எனக் காட்டுக.
(v) இரண்டாம் உறுப்பு 10 ஆகவுள்ள ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் பன்னிரண்டாம் ஆம் உறுப்பானது 10 ஆம் உறுப்பிலும் 12 கூடியதாகும். இவ்விருத்தியில் முதலாவது உறுப்பையும் பொது வித்தியாசத்தையும் கண்டு இருபத்தியாறாம் உறுப்பின் பெறுமானத்தைக் காண்க.
(vi) $3, 7, 11, \dots$ என்னும் கூட்டல் விருத்தியில் எத்தனையாம் உறுப்பு ஏழாம் உறுப்பிலும் 52 கூடியதாகும்.

24.2 ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை

3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ... என்னும் கூட்டல் விருத்தியைக் கவனத்தில் கொள்வோம். இவ்விருத்தியில் முதல் 8 உறுப்புகள் எழுதப்பட்டுள்ளன. இதில் முதல் எட்டு உறுப்புக்களினதும் கூட்டுத்தொகை

$$3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 80 \text{ ஆகும்.}$$

இப்பாடத்தில் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் குறிப்பிடுவதற்கு " S_n " என்னும் குறியீட்டைப் பயன்படுத்துவோம். இதற்கேற்ப மேற்குறித்த விருத்தியில் 8 உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகையைப் பின்வருமாறு முன்வைக்கலாம்.

$$S_8 = 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$$

$$S_8 = 80$$

ஆயினும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை அதிகமாயின் நாம் மேற்குறித்தவாறு எல்லா உறுப்புகளையும் கூட்டுவது சிரமமாகும். இச்சிரமத்தைத் தவிர்க்கக் கொள்வதற்காக கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்கு ஒரு சூத்திரத்தை உருவாக்கும் முறையை இப்போது பார்ப்போம். விருத்தியில் உள்ள ஒழுங்கில் பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$S_8 = 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 \text{ ————— ①}$$

மேலேயுள்ள கோவையிலுள்ள உறுப்புகளை மீண்டும் பின்னிருந்து முன்னாக பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$$S_8 = 17 + 15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 \text{ ————— ②}$$

மேலே எழுதப்பட்ட ①, ② என்பவற்றில் ஒத்த உறுப்புகளைக் கூட்டும்போது பின்வருமாறான ஒரு புதிய கோவை கிடைக்கும்.

$$\text{①} + \text{②} \quad 2S_8 = (3 + 17) + (5 + 15) + (7 + 13) + (9 + 11) + (11 + 9) + (13 + 7) + (15 + 5) + (17 + 3)$$

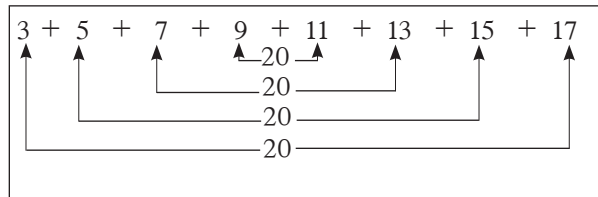
$$2S_8 = 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20$$

$$\therefore 2S_8 = 8 \times 20 \quad (\text{பெறுமானங்கள் } 20 \text{ ஆகவுள்ள } 8 \text{ உறுப்புகள் உண்டு})$$

$$S_8 = \frac{8}{2} \times 20$$

\therefore எட்டு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை = 80

மேலே $\frac{8}{2} \times 20$ ஐப் பெற்ற முறையைப் பின்வரும் முறையிலும் முன்வைக்கலாம்.



இவ்விருத்தியில் 8 உறுப்புகள் உண்டு. இங்கு முதல் உறுப்பையும் இறுதி உறுப்பையும் கூட்டும்போது பெறுமானம் 20 ஆகும். இவ்வாறு மேலே காட்டப்பட்டுள்ள முறையில் நான்கு சோடிகளின் கூட்டுத்தொகையாகக் காட்டலாம்.

இச்சோடிகளின் எண்ணிக்கை விருத்தியிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையின் அரைமடங்காகும். அப்போது எல்லா உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையாக அமைவது உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையின் அரைமடங்கினதும் முதல், கடைசி உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையினதும் பெருக்கமாகும்.

அதாவது, $S_8 = \frac{8}{2} [3+17]$ ஆகும்.

மேலேயுள்ள கணித்தலில் பெற்றுக்கொண்ட விடையிலிருந்து முதலாம் உறுப்பு a உம் பொது வித்தியாசம் d உம் இறுதி உறுப்பு (n ஆம்) l உம் ஆகும்போது விருத்தியில் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத்தொகை (S_n) இற்கான ஒரு கோவையைப் பின்வருமாறு உருவாக்கலாம்.

$$S_n = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d) + \dots + (l - 2d) + (l - d) + l \text{ ———— } \textcircled{1}$$

மேலேயுள்ள விருத்தியின் உறுப்புகளை பின்னிருந்து முன்னாக எழுதும்போது

$$S_n = l + (l - d) + (l - 2d) + (l - 3d) + \dots + (a + 2d) + (a + d) + a \text{ ———— } \textcircled{2}$$

எனப் பெறப்படும்.

மேலேயுள்ள $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ என்பவற்றில் காட்டப்படும் இரண்டு விருத்திகளினதும் உறுப்புகளை முன்னிருந்து ஒழுங்காகக் கூட்டும்போது பின்வருமாறான ஒரு தொடர்பு கிடைக்கின்றது.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} + \textcircled{2} \quad 2S_n &= (a + l) + (a + l) + (a + l) + \dots + (a + l) + (a + l) + (a + l) \\ 2S_n &= n(a + l) \quad [\text{இங்கு உறுப்பு } (a + l) \text{ என்பது } n \text{ தடவைகள் உள்ளதால்}] \\ \therefore S_n &= \frac{n}{2}(a + l) \text{ ஆகும்.} \end{aligned}$$

முதலாம் உறுப்பு a உம் இறுதி உறுப்பு l உம் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை n உம் ஆகும்போது

முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைப் பின்வரும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்திக் கணிக்கலாம்.

$$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

உதாரணமாக 1 இலிருந்து 100 வரையிலான எல்லா முழு எண்களினதும் கூட்டுத்தொகையைக் காணவேண்டுமாயின் மேலேயுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி இலகுவாகச் செய்யக்கூடிய முறையை ஆராய்வோம்.

உரிய விருத்தி 1, 2, 3, 4, ... 99, 99, 100 ஆகும்.

இங்கு $a = 1, l = 100, n = 100$ ஆகும்.

$$\therefore 100 \text{ உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை } S_{100} = \frac{100}{2}(1+100)$$

$$S_{100} = 50 (101)$$

$$\therefore S_{100} = 5050.$$

சில விருத்திகளில் குறிப்பிடப்படும் ஏதேனும் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை வரை (இறுதி உறுப்பு தரப்படாமல்) உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காணவேண்டி ஏற்படும். அவ்வாறான சந்தர்ப்பங்களில் மேலுள்ள சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்த முடியாது. அவ்வாறான பிரசினங்களில் தேவையான விடையைப் பெற்றுக்கொள்வதற்குப் பொருத்தமான ஒரு சூத்திரத்தை மேலேயுள்ள சூத்திரத்திலிருந்து உருவாக்கக்கூடிய முறையைப் பார்ப்போம்.

மேலேயுள்ள சூத்திரத்தில் இறுதி உறுப்புக்குப் பதிலாக $l = a + (n - 1) d$ என்பதை பிரதியிட்டு பின்வரும் முறையில் பொருத்தமான சூத்திரத்தைப் பெறலாம்.

முதலாம் உறுப்பு a , இறுதி உறுப்பு l உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை n ஆகும்போது உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை $S_n = \frac{n}{2}(a+l)$ ஆகும்.

மேலேயுள்ள சூத்திரத்தில் l இற்கு பதிலாக $a + (n - 1) d$ ஐப் பிரதியிடும்போது

$$S_n = \frac{n}{2} \{ a + a + (n-1)d \} \text{ எனப் பெறப்படும்}$$

இதனை $S_n = \frac{n}{2} \{ 2a + (n-1)d \}$ என மேலும் சுருக்கி எழுதலாம்.

இதற்கேற்ப முதலாம் உறுப்பு a உம் பொது வித்தியாசம் d உம் ஆகவுள்ள முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்கு

$$S_n = \frac{n}{2} \{ 2a + (n-1)d \} \text{ என்னும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தலாம்.}$$

உதாரணமாக நாம் மேலே எடுத்த 1 இலிருந்து 100 வரையிலான முழு எண் விருத்தியில் முதல் 30 இரட்டை எண்களின் கூட்டுத்தொகையைப் பின்வரும் முறையில் இலகுவாகக் காணலாம்.

உரிய விருத்தி 2, 4, 6, 8, ... ஆகும்.

இங்கு $a = 2, d = 2, n = 30$ ஆகும்.

$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$ என்னும் சூத்திரத்தில் மேலேயுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிடும்போது.

$$\begin{aligned} S_{30} &= \frac{30}{2} \{2 \times 2 + (30-1) \times 2\} \\ &= \frac{30}{2} \{4 + 29 \times 2\} \\ &= \frac{30}{2} \{62\} \\ &= 15 \times 62 \\ S_{30} &= 930 \end{aligned}$$

∴ இவ்விருத்தியில் முதல் 30 இரட்டை எண்களின் கூட்டுத்தொகை 930 ஆகும்.

இதற்கேற்ப n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்கு நாம் கீழே தரப்படும் சூத்திரங்களில் ஒன்றை அல்லது இரண்டையும் சந்தர்ப்பத்திற்கேற்பப் பயன்படுத்தலாம்.

★ முதலாம் உறுப்பும் இறுதி உறுப்பும் தெரியும்போது n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்கு $S_n = \frac{n}{2}(a+l)$ சூத்திரத்தையும்

★ முதல் உறுப்பும் பொது வித்தியாசமும் தெரியும்போது n உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதற்கு $S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$ சூத்திரத்தையும் பயன்படுத்தலாம்.

மேலே பெற்ற சூத்திரங்களைப் பயன்படுத்தி சில உதாரணங்கள் தீர்ப்பதைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 1

5, 10, 15, 20,... என்னும் கூட்டல் விருத்தியில் முதல் 12 உறுப்புகளின் கூட்டுத் தொகையைக் காண்க.

இங்கு $a = 5$, $d = 5$, $n = 12$

$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$ இல் பிரதியிடுவதால்

$$\begin{aligned}
S_{12} &= \frac{12}{2} \{2 \times 5 + (12-1) \times 5\} \\
&= \frac{12}{2} \{10 + 11 \times 5\} \\
&= 6 \{10 + 55\} \\
&= 6 \times 65 \\
&= 390
\end{aligned}$$

∴ முதல் 12 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 390 ஆகும்.

உதாரணம் 2

16 உறுப்புகளைக் கொண்ட கூட்டல் விருத்தியொன்றில் முதலாம் உறுப்பு 75 உம் பொது வித்தியாசம் -5 உம் இறுதி உறுப்பு பூச்சியமும் ஆகும். அவ்விருத்தியின் எல்லா உறுப்புகளினதும் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க
இங்கு $n = 16$, $a = 75$, $d = -5$, $l = 0$

$$\begin{aligned}
S_n &= \frac{n}{2}(a+l) \text{ இல் பிரதியிடுவதால்,} \\
S_{16} &= \frac{16}{2}(75+0) \\
&= \frac{16}{2} \times 75 \\
&= 8 \times 75 \\
&= 600
\end{aligned}$$

எல்லா உறுப்புகளினதும் கூட்டுத்தொகை 600 ஆகும்.

உதாரணம் 3

70, 66, 62, 58, ... 2 என்னும் கூட்டல் விருத்தியில் எல்லா உறுப்புக்களினதும் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க
இங்கு $a = 70$, $l = 2$, $d = -4$,
முதலில் விருத்தியில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண வேண்டும்.

$$l = a + (n-1)d \text{ இல் பிரதியிடுவதால்,}$$

$$2 = 70 + (n-1) \times (-4)$$

$$2 = 70 - 4n + 4$$

$$2 - 74 = -4n$$

$$\frac{-72}{-4} = n$$

$$18 = n$$

விருத்தியில் 18 உறுப்புகள் உள்ளன. 18 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l) \text{ இல் பிரதியிடுவதால்}$$

$$S_{18} = \frac{18}{2}(70+2)$$

$$= \frac{18}{2} \times 72$$

$$= 9 \times 72$$

$$= 648$$

∴ இவ்விருத்தியின் எல்லா உறுப்புகளினதும் கூட்டுத்தொகை 648 ஆகும்.

உதாரணம் 4

ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் முதலாம் உறுப்பு 12 உம், இறுதி உறுப்பு 99 உம் உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 1665 உம் ஆகும். விருத்தியிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையும் பொது வித்தியாசத்தையும் கண்டு முதல் 15 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

$$\text{இங்கு } a = 12, l = 99, S_n = 1665$$

$$\text{இங்கு } a = 12, T_{30} = 99, n = 30$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l) \text{ இல் பிரதியிடுவதால்}$$

$$T_n = a + (n-1)d \text{ இல் பிரதியிடுவதால்}$$

$$1665 = \frac{n}{2}(12+99)$$

$$99 = 12 + (30-1) \times d$$

$$99 = 12 + 29 \times d$$

$$3330 = n(111)$$

$$99 - 12 = 29 \times d$$

$$\frac{3330}{111} = n$$

$$\frac{87}{29} = d$$

$$30 = n$$

$$3 = d$$

∴ விருத்தியிலுள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 30 ஆகும்.

∴ விருத்தியின் பொது வித்தியாசம் 3 ஆகும்.

தற்போது இவ்விருத்தியில் முதல் 15 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை

$$\text{இங்கு } n = 15, a = 12, d = 3$$

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} \{2 \times 12 + (15-1) \times 3\}$$

$$= \frac{15}{2} \{24 + 14 \times 3\}$$

$$= \frac{15}{2} \{24 + 42\}$$

$$= \frac{15}{2} \{66\}$$

$$= 15 \times 33$$

$$S_{15} = 495$$

∴ முதல் 15 உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 495 ஆகும்.

உதாரணம் 5

13, 11, 9, ... என்னும் கூட்டல் விருத்தியில் கூட்டுத்தொகை 40 ஆவதற்கு முதல் உறுப்பிலிருந்து எத்தனை உறுப்புகளை எடுக்க வேண்டும்.

$$\text{இங்கு } a = 13, d = -2, s_n = 40$$

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$40 = \frac{n}{2} \{2 \times 13 + (n-1) \times (-2)\}$$

$$80 = n \{26 - 2n + 2\}$$

$$80 = 28n - 2n^2$$

$$2n^2 - 28n - 80 = 0$$

$$n^2 - 14n - 40 = 0$$

$$(n-10)(n-4) = 0$$

$$n-10=0 \text{ அல்லது } n-4=0$$

$$n=10 \text{ அல்லது } n=4$$

இங்கு n இற்கு ஏற்றுக்கொள்ளக்கூடிய இரண்டு தீர்வுகள் கிடைத்துள்ளன. $n = 4$ ஆகும்போது

முதல் நான்கு உறுப்புகளின்

$$\text{கூட்டுத்தொகை} = 13 + 11 + 9 + 7 = 40$$

$n = 10$ ஆகும்போது முதல் பத்து

$$\begin{aligned} \text{உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை} &= 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 + (-1) + (-3) + (-5) \\ &= 40 \end{aligned}$$

∴ உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை 4 இற்கும் 10 இற்கும் கூட்டுத்தொகை 40 ஆகும்.

பயிற்சி 24.3

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளிலிருந்து உரிய கூட்டல் விருத்திகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(i) $a = 2$, $l = 62$, $n = 31$

(ii) $a = 95$, $l = 10$, $n = 12$

(iii) $a = 7\frac{1}{2}$, $d = \frac{1}{2}$, $n = 15$

(iv) $a = 3.25$, $d = 1.7$, $n = 21$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கூட்டல் விருத்தியினதும்

(i) 3, 7, 9, ... 11 உறுப்புகளின்

(ii) -10, -9.7, -9.4, ... 20 உறுப்புகளின்

(iii) $1, 1\frac{3}{4}, 2.5, \dots 17$ உறுப்புகளின்

(iv) 67, 65, 63, ... 12 உறுப்புகளின்

கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

3. (i) 2 இற்கும் 180 இற்கும் இடையிலுள்ள ஒற்றை எண்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

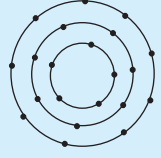
(ii) 200 இலும் குறைந்த 5 ஆல் வகுபடும் எண்களின் எண்ணிக்கையைக் கண்டு அவற்றின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(iii) 3 இற்கும் 200 இற்கும் இடையிலுள்ள 4 ஆல் வகுக்கும்போது 1 மீதியாகும் எண்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(iv) 5 இற்கும் 170 இற்கும் இடையிலுள்ள மூன்றின் மடங்கல்லாத எண்களின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

4. ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் முதல் நான்கு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 36 ஆகும். பதினோராம் உறுப்பின் பெறுமானம் 43 ஆகும். இவ்விருத்தியின் முதலாம் உறுப்பையும் பொது வித்தியாசத்தையும் கண்டு முதல் பதினைந்து உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையையும் காண்க.

5. உருவில், சிறிய நிற மின்குமிழ்களைப் பயன்படுத்தி வட்டவடிவில் தயாரிக்கப்பட்ட வட்ட அலங்காரமொன்றின் முதல் மூன்று சுற்றுக்களில் மின்குமிழ்கள் பொருத்தப்பட்டுள்ள விதம் காட்டப்பட்டுள்ளது. இவ்வாறு தயாரிக்கப்பட்ட ஓர் அலங்காரத்தில் இறுதிச் சுற்றில் 35 மின்குமிழ்கள் உண்டு.



- (i) அலங்காரத்தில் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள சுற்றுகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (ii) எத்தனை மின்குமிழ்கள் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளன?
- (iii) ஒரு மின்குமிழ் ரூ. 50 ஆயின் மின்குமிழ்களுக்கு செலவாகிய தொகையைக் காண்க.

6. P , Q ஆகிய இரண்டு நிறுவனங்களில் ரூ. 50 000 ஐ கடனாகப் பெறும்போது கடனும் வட்டியும் மதாந்தம் அறவிடப்படும் முறையும் செலுத்த வேண்டிய மாதங்களின் எண்ணிக்கையும் பின்வருமாறு.

நிறுவனம் P : 11 000 , 10 000 , 9 000... 11 மாதங்கள்

நிறுவனம் Q : 14 000 , 15 000 , 16 000... 8 மாதங்கள்

எந்நிறுவனத்தில் பணம் பெறுவது இலாபகரமானது என்பதைக் காரணங்களுடன் விளக்குக.

7. ஒரு தந்தை தனது மகளின் 10 வது பிறந்த நாளின்போது ஒரு வங்கியில் ரூ. 500 ஐ வைப்பிலிட்டு கணக்கொன்றைத் தொடங்கினார் ஒவ்வொரு மாதமும் அதற்கு முன்னைய மாதம் வைப்பிலிட்ட பணத்துடன் குறித்த ஒரு தொகையையும் சேர்த்து வைப்பிலிடுகின்றார். தனது மகளின் 18 ஆவது பிறந்த நாளின்போது வட்டி இல்லாத கணக்கில் வைப்பிலிட்ட தொகை ரூ. 504 000 ஆவதற்கு அவர் ஒவ்வொரு மாதமும் முன்னைய மாதம் வைப்பிலிட்ட தொகையிலும் எவ்வளவு பணம் கூடுதலாக வைப்பிலிட வேண்டும்.

8. ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் n ஆம் உறுப்பு $T_n = 63 - 2n$ ஆகும்போது,

(i) முதல் நான்கு உறுப்புகளையும் எழுதுக.

(ii) முதல் இருபத்தியொரு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க.

(iii) இருபத்தியொராம் உறுப்பின் பெறுமானம் காண்க.

(iv) முதலாம் உறுப்பிலிருந்து எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 336 ஆகும்.

9. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் குறிப்பிட்டுள்ள கூட்டுத்தொகையைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு தேவையான உறுப்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

(i) $a = 7$, $l = 10$ ஆகும்போது $S_n = 34$ ஆவதற்குத் தேவையான உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

(ii) $a = 63$, $d = 3$ ஆகும்போது $S_n = 345$ ஆவதற்குத் தேவையான உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

பொழிப்பு

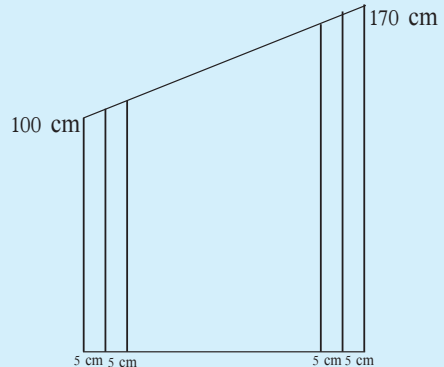
- கூட்டல் விருத்தியொன்றின் பொது வித்தியாசம் $d = T_n - T_{n-1}$ இனால் தரப்படும்.
- முதல் உறுப்பு a ஆகவும் பொதுவித்தியாசம் d ஆகவும் உள்ள கூட்டல் விருத்தியொன்றின் n ஆம் உறுப்பான T_n ஆனது $T_n = a + (n-1)d$ என்னும் கோவையினால் தரப்படும்.
- கூட்டல் விருத்தியொன்றின் முதல் உறுப்பும் (a உம்) கடைசி உறுப்பு (l உம்) தரப்படும்போது உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை S_n ஆனது $S_n = \frac{n}{2}(a+l)$ இனாலும்

கூட்டல் விருத்தியொன்றின் முதலுறுப்பு a உம் பொது வித்தியாசம் d உம் தரப்படும்போது உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை S_n ஆனது $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$ இனாலும் தரப்படும்.

பலவினப் பயிற்சி

1. குறித்த ஒரு விற்பனை நிலையத்தில் ஓர் இறாக்கையில் சவர்க்காரக் கட்டியொன்றின் அகலப்பக்கம் நிலைகுத்தாக நிற்குமாறு கிழேயுள்ள நிரையில் 24 சவர்க்காரக்கட்டிகளும் அதற்கு மேலேயுள்ள நிரையில் 21 சவர்க்காரக் கட்டிகளும் அதற்கு மேலேயுள்ள நிரையில் 18 சவர்க்காரக்கட்டிகளும் என்ற ஒழுங்கில் அடுக்கப்பட்டுள்ளன.
 - (i) 8 நிரைகளில் அடுக்கப்பட்டுள்ள சவர்க்காரக்கட்டிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
 - (ii) இறாக்கையில் மேலேயுள்ள நிரையில் 3 மாத்திரம் உள்ளதாயின் அடுக்கப்பட்டுள்ள நிரைகளின் எண்ணிக்கையையும் சவர்க்காரக்கட்டிகளின் மொத்த எண்ணிக்கையையும் காண்க.
 - (iii) ஒரு சவர்க்காரக்கட்டியின் அகலம் 5 cm ஆயின் மேலே குறிப்பிடப்பட்டவாறு சவர்க்காரக்கட்டிகளை அடுக்குவதற்கு இறாக்கையில் இரண்டு தட்டுகளுக்கிடையில் இருக்க வேண்டிய அதி குறைந்த உயரத்தைக் கணிக்க.

2. உருவில் குறித்தவாறு விவசாயக் காணிக்கு பயன்படுத்துவதற்காக மரக்கீலங்கினால் தயாரிக்கப்பட்ட இரண்டு பக்கங்களும் திறக்கக் கூடிய ஒரு படலையின் ஒரு பக்கத்தின் பருமட்டானப் படம் தரப்பட்டுள்ளது. சகல மரக்கீலங்களும் 5 cm அகலத்தையுடையவனவாகும்.



சிறிய மரக்கீலத்தின் உயரம் 100 cm ஆவதுடன் அடுத்த கீலத்தின் உயரம் முன்னைய கீலத்தின் உயரத்திலும் 5 cm இனால் கூடியதாக மரக்கீலங்கள் ஒழுங்கமைக்கப்பட்டுள்ளன. பெரிய மரக்கீலத்தின் உயரம் 170 cm ஆகும்.

- (i) படலையின் ஒரு பக்கத்திற்குப் பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள மரக்கீலங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (ii) படலையின் அகலத்தின் அதி குறைந்த பெறுமானத்தைக் காண்க.
- (iii) இங்கு முழுப் படலையையும் தயாரிப்பதற்குப் பயன்படுத்தியுள்ள மரக்கீலங்களின் மொத்த நீளத்தைக் காண்க.
- (iv) 30 cm நீளமுடைய மரக்கீலமொன்று ரூ. 50 ஆயின் படலையின் இரண்டு பக்கங்களையும் தயாரிப்பதற்குத் தேவையான மரக்கீலங்களுக்கான செலவைக் காண்க.

3. ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் முதல் n உறுப்புகளின் கூட்டுதொகை $S_n = n^2 - 8n$ ஆகும்.

- (i) விருத்தியில் முதல் நான்கு உறுப்புகளின் பெறுமானங்களை எழுதுக.
- (ii) 31 இவ்விருத்தியின் எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?
- (iii) விருத்தியின் எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை பூச்சியமாகும்?
- (iv) முதல் உறுப்பிலிருந்து எத்தனை உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகை 180 ஆகும்?

4. ஒரு சஞ்சிகையில் 3, 5, 7, ... என்ற பக்கங்கள் விசேட இளஞ்சிவப்பு வர்ணத்தினால் அச்சிடப்பட்டுள்ளன. கார்த்திக் முதலாவது தினத்தில் 5 பக்கங்களையும் பின்னர் ஒவ்வொரு தினமும் முன்னயதை விட 3 பக்கங்கள் கூடுதலாகவும் வாசித்தான்.

- (i) ஐந்தாம் நாளின் இறுதியில் அவன் வாசித்துள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (ii) ஏழாம் நாளின் இறுதியில் அவன் வாசித்து முடிக்கும் பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (iii) 10 தினங்களில் சஞ்சிகையை முற்றாக வாசித்து முடிப்பானாயின் சஞ்சிகையில் அச்சிடப்பட்டுள்ள பக்கங்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- (iv) இச்சஞ்சிகையில் கூடியது எத்தனை இளஞ்சிவப்பு வர்ணப் பக்கங்கள் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன.
- (v) 6 ஆம் நாளின் இறுதியில் வாசிப்பை முடிப்பது ஒரு வர்ணப் பக்கத்தில் என அவன் கூறுகின்றான். இக்கூற்றின் செவ்வைத் தன்மை பற்றி விளக்குக.