

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,

- அட்சரகணிதப் பின்னங்களைக் கொண்ட ஏகபரிமாணச் சமன்பாடுகளை உருவாக்கவும் தீர்க்கவும்
- ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை உருவாக்கவும் தீர்க்கவும்
- இருபடிச் சமன்பாடுகளை காரணிகளைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்கவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்

எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்.

எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பது தொடர்பாக நீங்கள் இதற்கு முன்னர் பெற்றுள்ள அறிவை மீட்டுவதற்காகப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுவோம்.

மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

a. $2x + 8 = x + 12$

b. $2(x - 3) = 4$

c. $5x - 8 = 2(3 - x)$

d. $2(y + 3) = 3(y - 1)$

e. $4 - 5(3 - p) = 2(p - 1)$

f. $\frac{x}{2} + 1 = 3$

g. $5 - \frac{x}{4} = 1$

h. $3 - \frac{2x}{5} = 1$

i. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 7$

j. $\frac{5x - 2}{4} = 2$

k. $\frac{(a - 3)}{2} + 1 = 4$

l. $\frac{(x + 1)}{2} + \frac{(x - 3)}{4} = \frac{1}{2}$

15.1 மேலும் எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்கி தீர்க்கும் முறையை மேலும் கவனிப்போம். மேலேயுள்ள பயிற்சியிலுள்ள சில சமன்பாடுகளில் பின்ன உறுப்புகள் சேர்ந்துள்ளன. சில பின்ன உறுப்புகளில் தெரியாக் கணியமாகிய x உம் உள்ளடங்கியுள்ளது, ஆயினும் x எப்போதுமே அப்பின்னங்களில் தொகுதியில் அமைந்திருந்ததை நீங்கள் அவதானித்தீர்களா? இனி நாம் தயாராவது தெரியாக் கணியமாகிய x பின்னங்களில் பகுதியில் உள்ளபோது சமன்பாட்டைத் தீர்க்கும் முறையைக் கவனத்தில்

கொள்வதற்காகும். அதற்காக முதலில் அவ்வாறான ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்கி அதனைத் தீர்ப்போம்

யாதாயினும் இரண்டு எண்களினால் பன்னிரண்டு வகுக்கப்படுகின்றதுடன், வகுக்கப்படும் எண்களில் ஓர் எண் மற்றைய எண்ணின் இரண்டு மடங்காகும். அவற்றை வகுக்கும்போது கிடைக்கும் விடைகளுக்கிடையிலான வித்தியாசம் 2 ஆகும். இரண்டு எண்களையும் காண்க.

இதனை மாணவர் ஒருவர் மனக்கணிதம் மூலம் தீர்க்கும் முறையைப் பார்ப்போம்.

முயற்சி ① : இரண்டு எண்களும் 2,4 ஆக இருக்க முடியுமா?

$$\frac{12}{2} = 6, \quad \frac{12}{4} = 3; \text{ அப்போது } 6 - 3 = 3 \text{ ஆகும். இது பொருத்தமற்றது.}$$

முயற்சி ② : இரண்டு எண்களும் 6,12 ஆக இருக்க முடியுமா?

$$\frac{12}{6} = 2, \quad \frac{12}{12} = 1; \text{ அப்போது } 2 - 1 = 1 \text{ ஆகும். இது பொருத்தமற்றது.}$$

முயற்சி ③ : இரண்டு எண்களும் 3,6 ஆக இருக்க முடியுமா?

$$\frac{12}{3} = 4, \quad \frac{12}{6} = 2; \text{ அப்போது } 4 - 2 = 2 \text{ ஆகும். இது பொருந்தும்.}$$

மேற்குறித்த முறைகளில் முயன்று தவறுதல் மூலம் அதனைத் தீர்க்கலாம். ஆயினும் முயன்று தவறுதல் முறையில் எல்லாப் பிரசினங்களையும் தீர்க்க முடியுமா? சில பிரசினங்களையும் முறையில் தீர்ப்பது மிகநீளமானதாகும். இன்னும் சில பிரசினங்களையும் முறையில் தீர்க்க முடியாது. மேற்குறித்தவாறான பிரசினம் தீர்த்தலுக்கான மிகப் பொருத்தமான முறையாக அட்சரகணிதத்தில் வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தலைக் குறிப்பிடலாம். இனி நாம் ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்கி அதனைத் தீர்க்கும் முறையை ஆராய்ந்து பார்ப்போம். 12 ஆனது x என்னும் எண்ணால் வகுக்கப்பட்டது எனக் கருதுவோம். அப்போது மற்றைய எண்ணை $2 \times x = 2x$ எனக் குறிப்பிடலாம்.

அப்போது, 12 ஐ x ஆல் வகுத்துப் பெறப்படும் விடை $\frac{12}{x}$ ஆகும்.

12 ஐ x இன் இருமடங்காகிய $2x$ ஆல் வகுத்துப் பெறப்படும் விடை $\frac{12}{2x}$ ஆகும்.

இரண்டு விடைகளுக்கிடையிலான வித்தியாசம் 2 என்பதால்,

$$\frac{12}{x} - \frac{12}{2x} = 2 \text{ ஆகும்.}$$

இச் சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதால் பெறப்படும் x இன் பெறுமானமானது எமக்குத் தேவையான எண் ஆகும். இப்போது இச்சமன்பாட்டைத் தீர்ப்போம்.

இது பகுதியில் அட்சரகணித உறுப்பைக் கொண்ட ஒரு சமன்பாடாகும். முதல் பின்னத்தில் பகுதியில் x உண்டு. இரண்டாம் பின்னத்தில் பகுதியில் $2x$ உண்டு. இப்பின்னங்களின் பகுதிகளைச் சமப்படுத்திக் கொள்வோம். இதற்கு இலகுவான வழி $\frac{12}{x}$ இற்குப் பதிலாக அதற்குச் சமவலுப் பின்னமாகின்ற $\frac{12 \times 2}{x \times 2}$ அதாவது $\frac{24}{2x}$ ஐ எழுதுவதாகும்.

$$\frac{24}{2x} - \frac{12}{2x} = 2$$

இனி சமன்பாட்டின் இடது கைப்பக்கத்தை ஒரு தனிப்பின்னமாக எழுதும்போது பெரும்பாலும் எளிமையான ஒரு சமன்பாடு பெறப்படும்.

$$\frac{12}{2x} = \frac{2}{1}$$

இச் சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்கான தீர்க்கக் கூடிய பல முறைகள் உண்டு. நாம் அதனை இவ்வாறு தீர்போம்.

$$\text{அதாவது } 12 \times 1 = 2 \times 2x$$

$$4x = 12$$

சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்காக இரு பக்கமும் 4 ஆல் வகுப்போம்.

$$\frac{4x}{4} = \frac{12}{4}$$

$$x = 3$$

\therefore 12 ஆனது 3 ஆல் வகுக்கப்பட்டது என்பது தெளிவாகும்.

இப்போது இன்னுமொரு சந்தர்ப்பத்தைப் பார்ப்போம்.

60 மாங்காய்கள் சில நண்பர்களுக்குச் சமமாகப் பகிர்ந்தளிக்கப்பட்டது. அவர்களில் ஒருவரான அமலன் தனக்குக் கிடைத்த காய்களில் 3 ஐ விற்ற பின்னர் அவனிடம் 2 காய்கள் எஞ்சியிருந்தன. 60 மாங்காய்களையும் பகிர்ந்து கொண்ட நண்பர்களின் எண்ணிக்கை யாது?

உண்மையாகவே இப்பிரசினத்தை மனக்கணித ரீதியில் மிக இலகுவாகத் தீர்க்கலாம். ஆயினும், சமன்பாடுகளை உருவாக்குதல், தீர்த்தல் என்பவற்றுக்கு உதாரணமாக இப்பிரசினத்தை இவ்வாறு தீர்ப்போம்.

நண்பர்களின் எண்ணிக்கை x என்போம்.

$$\text{அப்போது ஒருவருக்குக் கிடைத்த மாங்காய்களின் எண்ணிக்கை} = \frac{60}{x}$$

$$= 3$$

அமலன் விற்பனை செய்த மாங்காய்களின் எண்ணிக்கை

$$\text{அப்போது அவனிடம் எஞ்சிய மாங்காய்களின் எண்ணிக்கை} = \frac{60}{x} - 3$$

மேலும் அவனிடம் எஞ்சிய மாங்காய்களின் எண்ணிக்கை 2 என்பதால் $\frac{60}{x} - 3 = 2$ ஆகும்.

$$\frac{60}{x} - 3 + 3 = 2 + 3$$

$$\frac{60}{x} = 5$$

$$5x = 60$$

$$x = 12$$

∴ நண்பர்களின் எண்ணிக்கை 12 ஆகும்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளைத் தீர்த்துள்ள முறையை அவதானிக்க.

உதாரணம் 1

$$\frac{3}{a} + \frac{2}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{a} = \frac{1}{2}$$

$$a = 10$$

உதாரணம் 2

$$\frac{3}{(x+2)} = \frac{1}{2}$$

$$1 \times (x+2) = 2 \times 3$$

$$x+2 = 6$$

$$x = 4$$

உதாரணம் 3

$$\frac{2}{(x+5)} = \frac{3}{2(x-3)}$$

$$4(x-3) = 3(x+5)$$

$$4x-12 = 3x+15$$

$$4x-3x = 15+12$$

$$x = 27$$

உதாரணம் 4

$$\frac{2}{(x-1)} - \frac{1}{(x+2)} = 0$$

$$\frac{2(x+2)-1(x-1)}{(x-1)(x+2)} = 0$$

$$2(x+2) - (x-1) = 0$$

$$2x+4-x+1 = 0$$

$$x = -5$$

15.1 பயிற்சி

- ஒரு தந்தை ரூ. 270 ஐத் தனது பிள்ளைகளுக்குச் சமமாகப் பகிர்ந்தளித்தார். அப்போது அவரிடம் எஞ்சியிருந்த பணம் ரூ. 45 ஆகும். அவரது பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையை x எனக் கொண்டு ஒரு சமன்பாட்டை உருவாக்குக. சமன்பாட்டைத் தீர்த்து அவரது பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- $\frac{3}{5}$ என்னும் பின்னத்தில் பகுதியிலும் தொகுதியிலும் ஒரே எண்ணைக் கூட்டுவதன் மூலம் பெறப்படும் பின்னம் $\frac{8}{10}$ ஆகும். கூட்டிய எண் யாது?

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்சரகணிதச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

a. $\frac{5}{m} + \frac{2}{m} = \frac{1}{2}$

b. $\frac{3}{5x} + \frac{1}{x} = 2$

c. $\frac{5}{6x} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{6}$

d. $\frac{4}{5x} - \frac{1}{3x} = \frac{7}{30}$

e. $\frac{21}{4m+1} = 3$

f. $\frac{3}{x+2} = \frac{3}{7}$

g. $\frac{10}{a-3} = \frac{5}{8}$

h. $\frac{4}{x+1} = \frac{3}{x-2}$

i. $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x+8}$

j. $\frac{1}{a+1} + \frac{3}{a+1} = \frac{2}{3}$

k. $\frac{5}{x-2} + \frac{3}{x-2} = 2$

l. $\frac{5}{2(p+1)} + \frac{1}{p+1} = \frac{7}{8}$

m. $\frac{3}{x+2} - \frac{1}{3(x+2)} = \frac{8}{15}$

n. $\frac{1}{2x-3} + \frac{4}{x+3} = 0$

o. $\frac{15}{2(p+1)} - \frac{3}{p+1} = 2$

p. $\frac{1}{a-1} + \frac{3}{4} = \frac{4}{a-1}$

q. $\frac{2x}{x+1} + \frac{2}{3} = 2$

r. $\frac{x+1}{x+3} = \frac{4}{5}$

15.3 ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்

தெரியாக் கணியங்களின் குணகங்கள் சமமாகவுள்ள சந்தர்ப்பங்களில் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்த்த முறை உங்களுக்கு நினைவில் உள்ளதா? கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடியைக் கவனிக்க.

$$2x + y = 5$$

$$2x + 3y = 8$$

இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் தெரியாக் கணியம் x இன் குணகம் 2 ஆகும். அவை சமன் என்பது தெளிவாகிறது. இவ்வாறான ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் (அதாவது தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் சமனாகும்). ஒவ்வொரு தெரியாக் கணியத்தின் குணகங்கள் சமனற்றவையாயிருப்பின் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் முறை பற்றி ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

கமலா, மாலா ஆகியோரிடம் ஒரு குறித்த தொகைப் பணம் உண்டு. கமலாவிடம் உள்ள பணத்துடன் மாலாவிடம் உள்ள பணத்தின் இரு மடங்கைக் கூட்டும்போது ரூ. 110 ஆகும். கமலாவிடம் உள்ள பணத்தின் இரு மடங்குடன் மாலாவிடம் உள்ள பணத்தின் மூன்று மடங்கைக் கூட்டும்போது ரூ. 190 பெறப்படும். இருவரிடமும் உள்ள பணத்தை வெவ்வேறாகக் காண்க. இப்பிரச்சினத்தைத் தீர்ப்பதற்கு ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைப் பயன்படுத்தும் முறை பற்றி ஆராய்வோம். கமலாவிடம் உள்ள பணம் ரூ. x எனவும் மாலாவிடம் உள்ள பணம் ரூ. y எனவும் கொள்வோம்.

அப்போது, கமலாவிடம் உள்ள பணத்துடன் மாலாவிடம் உள்ள பணத்தின் இரு மடங்கைக் கூட்டும்போது, ரூ. $x + 2y$ எனப் பெறப்படும் .

அது ரூ. 110 யிற்கு சமம் என்பதால் $x + 2y = 110$ ஆகும்.
 அப்போது, $x + 2y = 110$ ——— ①

கமலாவிடம் உள்ள பணத்தின் இரு மடங்குடன் மலாவிடம் உள்ள பணத்தின் மூன்று மடங்கினைக் கூட்டும்போது, $2x + 3y = 190$ ஆகும்.

அப்போது,
 $2x + 3y = 190$ ——— ②

இச் சமன்பாடுகளில் x உறுப்புகளின் குணகங்களோ y உறுப்புகளின் குணகங்களோ சமனானவை அல்ல. எனவே முதலில் ஒரு தெரியாக் கணியத்தின் குணகத்தைச் சமப்படுத்த வேண்டும். சமன்பாடு ① இல் x குணகத்தை 2 ஆக மாற்றுவதற்கு 2 ஆல் பெருக்குவோம். $\therefore 2x + 4y = 220$ ——— ③

இப்போது இரண்டு சமன்பாடுகளிலும் x இன் குணகம் சமனாக உள்ளது. இனி இரண்டாம் மூன்றாம் சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்போம்.

\therefore ③ - ② இதிலிருந்து $2x + 4y - (2x + 3y) = 220 - 190$
 $2x + 4y - 2x - 3y = 30$
 $y = 30$

y யின் பெறுமானத்தை சமன்பாடு ① இல் பிரதியிடுவோம்.

$x + 2y = 110$
 $x + 2 \times 30 = 110$
 $x + 60 = 110$
 $x = 110 - 60$
 $x = 50$

\therefore கமலாவிடம் உள்ள பணம் = ரூ. 50

\therefore மாலாவிடம் உள்ள பணம் = ரூ. 30

உதாரணம் 2

தீர்க்க. $2m + 3n = 13$
 $3m + 5n = 21$

$2m + 3n = 13$ ——— ①
 $3m + 5n = 21$ ——— ② எனக் கொள்வோம்.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \times 3, 6m + 9n &= 39 \text{ ————— } \textcircled{3} \\ \textcircled{2} \times 2, 6m + 10n &= 42 \text{ ————— } \textcircled{4} \\ \textcircled{4} - \textcircled{3} \quad 6m + 10n - (6m + 9n) &= 42 - 39 \\ 6m + 10n - 6m - 9n &= 3 \\ n &= 3 \end{aligned}$$

$n = 3$ ஐ சமன்பாடு $\textcircled{1}$ இல் பிரதியிடுவதால்

$$2m + 3n = 13$$

$$2m + 3 \times 3 = 13$$

$$2m = 13 - 9$$

$$2m = 4$$

$$\therefore m = 2$$

$$n = 3$$

உதாரணம் 3

இரண்டு தோடம்பழங்களினதும் ஒரு செவ்விளநீரினதும் விலை ரூ. 80 ஆகும். இரண்டு தோடம்பழங்களுக்குச் செலவாகும் பணத்தைக் கொண்டு மூன்று செவ்விள நீர்களை வாங்கலாம். ஒரு தோடம்பழத்தினதும் செவ்விளநீரினதும் விலையை வேவ்வேறாகக் காண்போம்.

மேலேயுள்ள தகவல்களிலிருந்து இரண்டு சமன்பாடுகளை உருவாக்குவோம்.

ஒரு தோடம்பழத்தின் விலையை ரூ. x எனவும். ஒரு செவ்விளநீரின் விலையை ரூ. y எனவும் கொள்வோம்.

அப்போது இரண்டு தோடம்பழங்களினதும் ஒரு செவ்விளநீரினதும் விலை $= 2x + y$ ஆகும்.

அது ரூ. 80 என்பதால், $2x + y = 80$.

இரண்டு தோடம்பழங்களின் விலை மூன்று செவ்விளநீர்களின் விலைக்குச் சமன் என்பதால்,

$$2x = 3y \text{ ஆகும்.}$$

இனி, $2x + y = 80$ ————— $\textcircled{1}$ எனவும்

$$2x = 3y \text{ ————— } \textcircled{2} \text{ எனவும் கொள்வோம்.}$$

இவ்வொருங்கமை சமன்பாடுகளை மேலேயுள்ள உதாரணத்திலுள்ளவாறு செய்ய முடியுமெனினும் அதை விட இலகுவான ஒரு முறை இங்கு தரப்பட்டுள்ளது. அது ஒரு சமன்பாட்டை மற்றைய சமன்பாட்டில் பிரதியிடுவதாகும்.

சமன்பாடு $\textcircled{1}$ இல் $2x$ இற்குப் பதிலாக $3y$ ஐப் பிரதியிடுவதால்

$$3y + y = 80$$

$$4y = 80$$

$$y = 20$$

y யின் பெறுமானத்தை சமன்பாடு $\textcircled{1}$ இல் பிரதியிடுவதால்

$$2x + 20 = 80$$

$$2x = 60$$

$$x = 30$$

எனவே, ஒரு தோடம்பழத்தின் விலை = ரூ. 30
ஒரு செவ்விளநீரின் விலை = ரூ. 20

உதாரணம் 4

தீர்க்க.

$$x = 3y$$

$$2x + 3y = 18$$

$$x = 3y \text{ ———— } \textcircled{1}$$

$$2x + 3y = 18 \text{ ———— } \textcircled{2} \text{ எனக் கொள்வோம்.}$$

சமன்பாடு $\textcircled{1}$ இன் x இன் பெறுமானத்தைச் சமன்பாடு $\textcircled{2}$ இல் பிரதியிடுவதால்

$$2 \times (3y) + 3y = 18$$

$$6y + 3y = 18$$

$$9y = 18$$

$$y = 2$$

$y = 2$ ஐ சமன்பாடு $\textcircled{1}$ இல் பிரதியிடுவதால்

$$x = 3y$$

$$x = 3 \times 2$$

$$x = 6$$

பயிற்சி 15.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

$$(i) \quad x + 2y = 10$$

$$(ii) \quad x = 3y$$

$$(iii) \quad 2m + n = 5$$

$$2x - 5y = 2$$

$$x + 3y = 12$$

$$m + 2n = 4$$

$$(iv) \quad 3x + y = 14$$

$$(v) \quad 2x + 5y = 9$$

$$(vi) \quad 4m - 3n = 7$$

$$2x + 3y = 21$$

$$3x + 2y = 8$$

$$7m - 2n = 22$$

$$(vii) \quad 8x - 3y = 1$$

$$(viii) \quad 6x + 5y = 5$$

$$(ix) \quad 3x - 4y = 8(2 - y) + 1$$

$$3x + 2y = 16$$

$$9x - 4y = 19$$

$$2(2x + 3y) = 26 - y$$

$$(x) \quad 3x + 4y = 9$$

$$2x - 5y + 17 = 0$$

2. சிறுவர் மேற்சட்டைகள் இரண்டினதும் காற்சட்டைகள் மூன்றினதும் மொத்த விலை ரூ. 1 150 ஆகும். சிறுவர் மேற்சட்டைகள் மூன்றினதும் ஒரு சிறுவர் காற்சட்டையினதும் மொத்த விலை ரூ. 850 ஆகும். ஒரு சிறுவர் மேற்சட்டையின் விலை ரூ. x எனவும் ஒரு சிறுவர் காற்சட்டையின் விலை ரூ. y எனவும் கொண்டு இரண்டு ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை உருவாக்கி ஒரு சிறுவர் மேற்சட்டையினதும் ஒரு சிறுவர் காற்சட்டையினதும் விலையைக் காண்க.

3. ராதிகாவின் தந்தை அவளிடம் இவ்வாறு கூறினார். “தற்போது எனது வயது உமது வயதின் நான்கு மடங்காகும் 8 ஆண்டுகளுக்கு முன்னர் நான் உங்களைப் போல் பன்னிரண்டு மடங்கு வயதுடையவனாயிருந்தேன்.” தந்தையின் தற்போதைய வயது x வருடங்கள் எனவும் ராதிகாவின் தற்போதைய வயது y வருடங்கள் எனவும் கொண்டு இரண்டு ஒருங்கமை சமன்பாடுகளை உருவாக்கி ராதிகாவினதும் தந்தையினதும் வயதுகளைத் தனித்தனியே காண்க.

15.4 இருபடிச் சமன்பாடுகள்

$ax^2 + bx + c = 0$ வடிவிலான ஒரு சமன்பாடு இருபடிச் சமன்பாடாகும் $a \neq 0$ ($b = 0$ அல்லது $c = 0$ ஆயிருக்க முடியும்). இதற்காகக் கீழேயுள்ள சமன்பாடுகளை அவதானிப்போம்.

(i) $x^2 + 5x + 6 = 0$

(ii) $2x^2 - 5x = 0$

(iii) $x^2 - 9 = 0$

மேலேயுள்ள மூன்று சமன்பாடுகளிலும் $a \neq 0$ ஆகும். ஆயினும் இரண்டாவது சமன்பாட்டில் $c = 0$ உம் மூன்றாவது சமன்பாட்டில் $b = 0$ உம் ஆகும். இம் மூன்று சமன்பாடுகளும் இருபடிச் சமன்பாடுகளாகும்.

இச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க முன்னர் பின்வரும் விடயங்களைக் கவனிப்போம்.

- எந்த ஓர் எண்ணையும் பூச்சியத்தால் பெருக்கும்போதும் பூச்சியம் பெறப்படும்.
- இரண்டு எண்களின் பெருக்கம் பூச்சியமாயின் அவற்றுள் குறைந்தது ஓர் எண் பூச்சியமாகும்.

இதற்கேற்ப, $(x - 1)(x - 3)$ என்னும் கோவை எச்சந்தரப்பங்களில் பூச்சியமாகிறது என்பதை ஆராய்வோம்.

அப்போது, $(x - 1)(x - 3)$ என்னும் கோவை பூச்சியமாவது $x - 1 = 0$ அல்லது $x - 3 = 0$ ஆகும். போது மாத்திரமேயாகும். அதாவது, $x = 1$ அல்லது $x = 3$ ஆகும் போது மாத்திரமேயாகும்.

இதற்கேற்ப, $(x - 1)(x - 3) = 0$ எனும் சமன்பாட்டைக் கவனிப்போம். $x = 1$ அல்லது $x = 3$ இச்சமன்பாட்டைத் திருப்தி செய்கின்றது. அப்போது 1, 3 என்பன $(x - 1)(x - 3) = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எனப்படும்.

இனி, $x^2 + 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டைக் கவனிப்போம்.

$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$ என்பதால், $x^2 + 5x + 6 = 0$ எனும் சமன்பாட்டை $(x + 3)(x + 2) = 0$ என எழுதலாம்.

எனவே, $x + 3 = 0$ அல்லது $x + 2 = 0$ ஆகும்.

அப்போது, $x = -3$ அல்லது $x = -2$, $x^2 + 5x + 6 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டைத்

திருப்தி செய்கின்றன.

அதனைப் பின்வருமாறு வாய்ப்புப் பார்க்கலாம்.

$$\begin{aligned}x = (-3) \text{ ஆகும்போது, } x^2 + 5x + 6 &= (-3)^2 + 5(-3) + 6 \\ &= 9 + (-15) + 6 \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x = (-2) \text{ ஆகும்போது, } x^2 + 5x + 6 &= (-2)^2 + 5(-2) + 6 \\ &= 4 + (-10) + 6 \\ &= 0\end{aligned}$$

இதற்கேற்ப $x = -3$, $x = -2$ என்பன $x^2 + 5x + 6 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும். அதாவது அவை சமன்பாட்டின் தீர்வுகளாகும்.

உதாரணம் 1

தீர்க்க: $x^2 + 2x = 0$

$$x(x + 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ அல்லது } x + 2 = 0$$

$$x = 0 \text{ அல்லது } x = -2$$

ஆகவே, $x = 0$ உம் $x = -2$ உம் இச்சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும்.

உதாரணம் 2

தீர்க்க: $x^2 - 3x + 2 = 0$

$$(x - 1)(x - 2) = 0$$

$$x - 1 = 0 \text{ அல்லது } x - 2 = 0$$

$$x = 1 \text{ அல்லது } x = 2 \text{ ஆகும்.}$$

ஆகவே, $x = 1$ உம் $x = 2$ உம் இச்சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும்.

உதாரணம் 3

தீர்க்க: $x^2 - 4x - 21 = 0$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x - 7)(x + 3) = 0$$

$$x - 7 = 0 \text{ அல்லது } x + 3 = 0$$

$$x = 7 \text{ அல்லது } x = -3$$

$\therefore x = 7$ உம் $x = -3$ உம் இச்சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும்.

குறிப்பு: நிறைவர்க்கச் சமன்பாடுகளுக்குத் தீர்வானது இரண்டு தரம் எழுதப்பட வேண்டும்.

பயிற்சி 15.1

1. கீழே தரப்பட்டள்ள இருபடிச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

a. $(x - 2)(x - 3) = 0$

e. $y(2y - 3) = 0$

h. $x^2 + 15x + 36 = 0$

k. $x^2 - 16 = 0$

n. $x^2 = 9x + 36$

q. $2x^2 = 6x$

r. $2x^2 - 5x = 0$

u. $\frac{x+3}{2} = \frac{3x+2}{x}$

b. $(x - 1)(2x - 1) = 0$

f. $(x + 2)(x - 5) = 0$

i. $2x^2 - 5x + 2 = 0$

l. $(x + 3)^2 = 16$

o. $(x - 4)(x - 4) = 0$

r. $(x - 1)(x - 2) = 2x^2 - 3x - 2$

t. $2x^2 - 8x + 5 = x^2 - 4x - 2$

c. $x(x + 3) = 0$

g. $9x^2 - 27x = 0$

j. $4x^2 - 1 = 0$

m. $x^2 = 25$

p. $(2x - 3)^2 = 0$