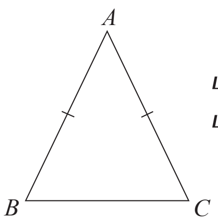
9 முக்கோணிகள் II

இப்பாடத்தைக் கற்ற பின்னர் நீங்கள்

- இருசமபக்க முக்கோணிகள் பற்றிய தேற்றத்தையும் அதன் மறுதலையையும் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்குத் தேவையான ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள்

9.1 இருசமபக்க முக்கோணிகள்

ஒரு முக்கோணியின் இரு பக்கங்கள் சமனெனின், அது இருசமபக்க முக்கோணி எனப்படும். பின்வரும் உருவில் முக்கோணி ABC ஆனது ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியாகும். அதில் $AB = AC$ ஆகும். முக்கோணியின் ஒவ்வொரு பக்கத்திற்கும் எதிரேயுள்ள கோணம் அப்பக்கத்தின் எதிர்க் கோணம் எனப்படும்.



பக்கம் AB யின் எதிர்க் கோணம் $A\hat{C}B$ உம்
பக்கம் AC யின் எதிர்க் கோணம் $A\hat{B}C$ உம்
பக்கம் BC யின் எதிர்க் கோணம் $B\hat{A}C$ உம் ஆகும்.

இருசமபக்க முக்கோணிகள் பற்றிய ஒரு தேற்றம் கீழே காணப்படுன்றது.

தேற்றம் : யாதாயினும் ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியின் இரு பக்கங்கள் சமமெனின் சம பக்கங்களின் எதிர்க் கோணங்கள் சமனாகும்.

இத்தேற்றத்திற்கேற்ப மேற்குறித்த இருசமபக்க முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$ எனின், $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ஆகும்.
மேற்குறித்த இருசமபக்க முக்கோணித் தேற்றம் உண்மையென வாய்ப்புப் பார்ப்பதற்கு பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுவோம்.

செயற்பாடு

- $AB = AC = 5$ cm ஆக இருக்குமாறு ABC என்னும் (ஒரே கோட்டில் இல்லாத) மூன்று புள்ளிகளைக் குறிக்க
- A, B, C ஆகிய புள்ளிகளை இணைத்து முக்கோணி ABC யைப் பூரணப்படுத்துக.
- முக்கோணி ABC யின் வடிவத்தைக் கடதாசியில் வெட்டி வேறுபடுத்துக.
- பக்கம் AB யின் மீது AC இருக்குமாறு முக்கோண வடிவக் கடதாசியை மடிக்க.
- $A\hat{B}C$ உம் $A\hat{C}B$ யும் சமம் என்பதை அவதானிக்க.

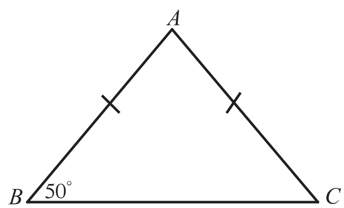
மேற்குறித்த தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி தீர்க்கத்தக்க சில பிரசினங்களை இப்போது பார்ப்போம் .

உதாரணம் 1

முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$, $A\hat{B}C = 50^{o}$ ஆகும்.

(i) $A\hat{C}B$

(ii) $B\hat{A}C$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



(i) $A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ஆகும். ($AB = AC$, ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணியின் சம பக்கங்களின் எதிர்க் கோணங்கள்)

$\therefore A\hat{C}B = 50^{\circ}$

(ii) முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால்,

$$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^{\circ}$$

$$\therefore\ B\hat{A}C + 50^{\circ} + 50^{\circ} = 180^{\circ}$$

$$\therefore\ B\hat{A}C = 180^{\circ} - (50^{\circ} + 50^{\circ})$$

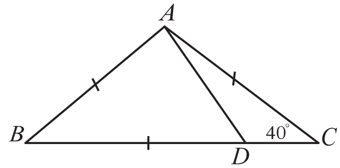
$$= 180^{\circ} - 100^{\circ}$$

$$= 80^{\circ}$$

உதாரணம் 2

முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$, $A\hat{C}B = 40^{\circ}$ ஆகும். $AB = BD$ ஆக இருக்குமாறு பக்கம் BC மீது புள்ளி D குறிக்கப்பட்டு, AD இணைக்கப்பட்டுள்ளது. முக்கோணி ABD யின் அகக் கோணங்களின் பெறுமானத்தை வெவ்வேறாகக் காண்க.

முதலில், தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கமைய உரிய உருவை வரைவோம்.



உருவின்படி

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ (முக்கோணி ABC யின் சம பக்கங்களின் எதிர்க் கோணங்கள்)

$A\hat{B}C = 40^\circ$

$\therefore A\hat{B}D = 40^\circ$

$B\hat{A}D = B\hat{D}A$ (முக்கோணி ABD யின் சம பக்கங்களின் எதிர்க் கோணங்கள்)

$A\hat{B}D + B\hat{A}D + B\hat{D}A = 180^\circ$ (முக்கோணி ABD யின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180°)

$40^\circ + 2B\hat{A}D = 180^\circ$ ($B\hat{A}D = B\hat{D}A$ ஆகையால்)

$2B\hat{A}D = 180^\circ - 40^\circ$

$2B\hat{A}D = 140^\circ$

$B\hat{A}D = 70^\circ$

$B\hat{D}A = 70^\circ$ ($\because B\hat{A}D = B\hat{D}A$ ஆகையால்)

$\therefore$ முக்கோணி ABD யின் கோணங்களின் பெறுமானங்கள் $= 70^\circ, 70^\circ, 40^\circ$

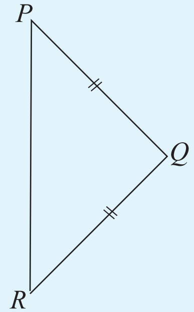
இருசமபக்க முக்கோணி தொடர்பான தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

பயிற்சி 9.1

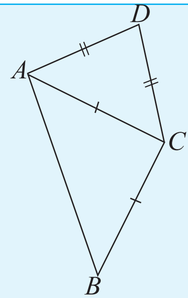
1. பின்வரும் பகுதிகள் ஒவ்வொன்றிலும் தரப்பட்டுள்ள உருவில் அடங்கியுள்ள எல்லா இருசமபக்க முக்கோணிகளையும் இனங்கண்டு, கீழே உள்ள அட்டவணையைப் பூர்த்திசெய்க.

உரு	முக்கோணி	சம பக்கச் சோடி	சம பக்கங்களின் எதிர்க் கோணச் சோடி
(i)	PQR	PQ, RQ	$Q\hat{P}R, Q\hat{R}P$
(ii)	ACD	AD, DC	$A\hat{C}D, D\hat{A}C$
	ABC		
(iii)	KLM		
	LMN		
(iv)	PQR		
	RST		
(v)	ABD		
	BCD		

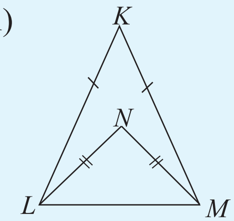
(i)



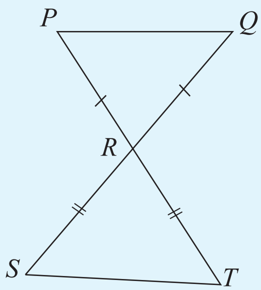
(ii)



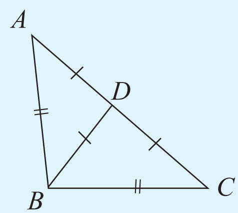
(iii)



(iv)

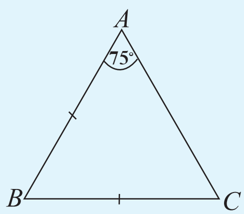


(v)

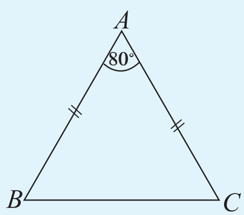


2. பின்வரும் முக்கோணிகள் ஒவ்வொன்றிலும் ஒரு கோணத்தின் பெறுமானம் தரப்பட்டுள்ளது. எஞ்சியுள்ள கோணங்களை வெவ்வேறாகக் காண்க.

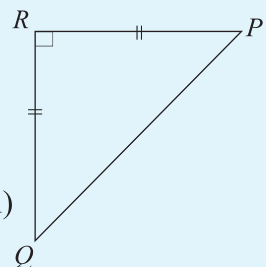
(i)



(ii)

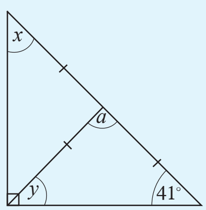


(iii)

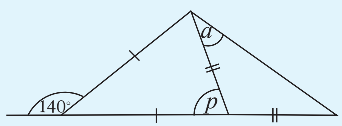


3. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் தெரியாக் கணியத்தின் மூலம் காட்டப்படும் கோணங்களின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

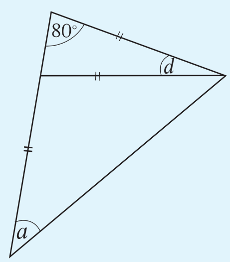
(i)

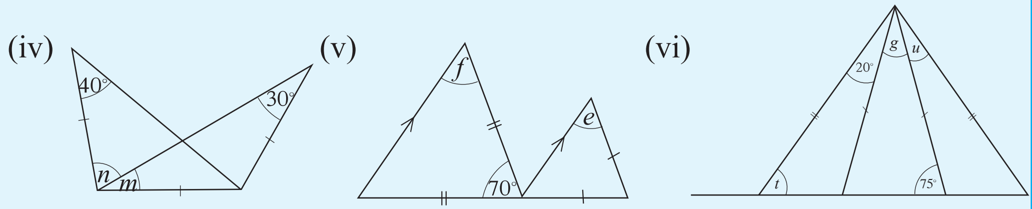


(ii)



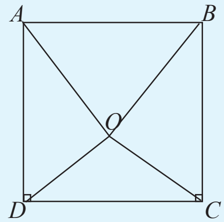
(iii)





4. ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியின் ஒன்றுக்கொன்று சமமான பக்கங்களுக்கிடையே உள்ள கோணம் 110° ஆகும். முக்கோணியின் எஞ்சியுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

5. AOB ஒரு சமபக்க முக்கோணியாக இக்குமாறு $ABCD$ யில் புள்ளி O உள்ளது. $D\hat{O}C$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



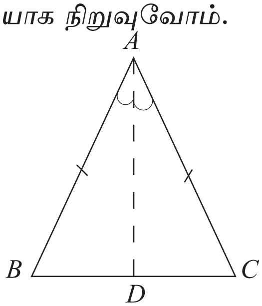
6. ஒரு முக்கோணி ABE யில் $AB = AE$ ஆகும். $AC = BC$ ஆக இருக்குமாறு புள்ளி C ஆனது BE யின் மீது உள்ளது. அகக் கோணம் $C\hat{A}E$ ஆனது உள்ளே இருசமகூறிடுமாறு வரையப்பட்ட கோடானது BE யை D யில் சந்திக்கின்றது.

(i) இத்தகவல்களை வரிப்படம் ஒன்றில் காட்டுக.

(ii) $A\hat{B}C = 40^\circ$ எனின், $D\hat{A}E$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

9.2 இருசமபக்க முக்கோணிகளுடன் தொடர்புபட்ட தேற்றத்தின் முறைமையான நிறுவலும் அதன் பிரயோகமும்

''ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியின் சமபக்கங்களின் எதிர்க் கோணங்களும் சமம்'' என்னும் தேற்றத்தை முறையாக நிறுவுவோம்.



தரவு : முக்கோணி ABC இல் $AB = AC$ ஆகும்.

நிறுவ வேண்டியது : $A\hat{B}C = A\hat{C}B$

அமைப்பு : பக்கம் BC யை D யிற் சந்திக்குமாறு $B\hat{A}C$ யின் அகக் கோணத்தை இருசமகூறிடுமாறு AD யை வரைதல்

நிறுவல் : ABD, ACD என்னும் இரு முக்கோணிகளில்

$AB = AC$ (தரப்பட்டுள்ளது)

$B\hat{A}D = D\hat{A}C$ ($B\hat{A}C$ யின் இருசமகூறாக்கி AD ஆகையால்)

AD ஆனது இரு முக்கோணிகளுக்கும் பொதுவாகும்

$\therefore \Delta ABD \equiv \Delta ACD$ (ப.கோ.ப.)

ஒருங்கிசைவான முக்கோணிகளின் ஒத்த உறுப்புகள் சமமாகையால்,

$A\hat{B}D = A\hat{C}D$

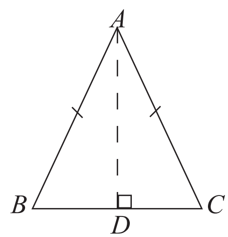
$\therefore \quad A\hat{B}C = A\hat{C}B$

மேற்குறித்த தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி முக்கோணிகளுடன் தொடர்புபட்ட சில பேறுகளை நிறுவும் விதத்தை இப்போது ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

உருவில் உள்ள முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$. அதில்

- $B\hat{A}C$ யின் கோண இருகூறாக்கியும்
- A யிலிருந்து BC யிற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்து இருசமகூறாக்கியும்
- பக்கம் BC யின் செங்குத்து இருசமகூறாக்கியும்
- A யையும் BC யின் நடுப் புள்ளியையும் தொடக்கும் கோடும் (இடையம்) ஒன்றுடனொன்று பொருந்துகின்றன எனக் காட்டுக.



இதற்காக முதலில் உச்சி A யிலிருந்து எதிர்ப் பக்கத்திற்கு ஒரு செங்குத்தை வரைவோம்.

அமைப்பு : A யிலிருந்து BC யிற்குச் செங்குத்தை வரைதல்.

நிறுவல் : $\Delta ABD, \Delta ACD$ ஆகியவற்றில்

$$AB = AC \text{ (தரப்பட்டுள்ளது)}$$

$$A\hat{D}B = A\hat{D}C = 90^\circ \text{ (அமைப்பு)}$$

$$AD = AD \text{ (பொதுப் பக்கம்)}$$

$$\therefore \Delta ABD \equiv \Delta ACD \text{ (செ.ப.ப.)}$$

ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகளின் ஒத்த உறுப்புகள் சமமாகையால்

$$B\hat{A}D = C\hat{A}D$$

அதாவது AD ஆனது $B\hat{A}C$ இன் கோண இருசமகூறாக்கியாகும்

$$B\hat{A}D = D\hat{A}C \text{ ஆகையால்}$$

$$B\hat{D}A = C\hat{D}A = 90^\circ$$

$$\therefore BD = DC$$

அதாவது, AD ஆனது BC யின் செங்குத்து இருசமகூறாக்கியாகும்

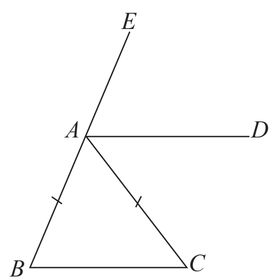
ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியின்

உச்சிக் கோணத்தின் கோண இருசமகூறாக்கியும்
உச்சியின் எதிர்ப் பக்கத்தின் நடுப் புள்ளியையும் உச்சியையும் தொடுக்கும் கோடும்
உச்சிக்கு எதிர்ப் பக்கத்தின் செங்குத்து இருசமகூறாக்கியும்
உச்சியிலிருந்து எதிர்ப் பக்கத்திற்கு வரையப்பட்டுள்ள செங்குத்தும் ஒன்றுடனொன்று பொருந்துகின்றன.

கேத்திரகணித ஏறிகளை சில சந்தர்ப்பங்களில் பல முறைகளில் நிறுவலாம். அத்தகைய ஒரு கேத்திரகணிதப் ஏறியை இப்போது ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 2

முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$ ஆகும். பக்கம் BA ஆனது E வரை நீட்டப்பட்டுள்ளது. AD யின் மூலம் $C\hat{A}E$ ஆனது இருசமகூறிடுகின்றது. AD யும் BC யும் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமென நிறுவுக.



நிறுவல்: $AD // BC$ எனக் காட்டுவதற்கு ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடி ஒன்றை அல்லது ஒத்த கோணச் சோடி ஒன்றை சமமெனக் காட்டுவோம்.

முறை (i)

முக்கோணி ABC யில்

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ $(AB = AC)$

முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BA ஆனது E வரை நீட்டப்படுவதால்),

$E\hat{A}C = A\hat{B}C + A\hat{C}B$ (புறக் கோணத் தேற்றம்)

$E\hat{A}C = 2A\hat{C}B$ ($A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ஆகையால்) ——— ①

$E\hat{A}C = E\hat{A}D + D\hat{A}C$ (அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$E\hat{A}D = D\hat{A}C$ (AD ஆனது $E\hat{A}C$ யை இருசமகூறிடுகின்றமையால்)

ஆகவே $E\hat{A}C = 2\,D\hat{A}C$ ——— ②

① , ② ஆகியவற்றிலிருந்து

$2\,A\hat{C}B = 2\,D\hat{A}C$

$A\hat{C}B = D\hat{A}C$ (இக்கோணச் சோடி ஒன்றுவிட்ட கோணங்களாகும்)

$\therefore BC \,//\, AD$

முறை (ii)

மேலேயுள்ள உருவில் $A\hat{B}C$ யும் $E\hat{A}D$ யும் சமன் எனக் காட்டலாம். ஆனால் இவை ஒத்த கோணச் சோடியாக இருப்தனால் $BC \,//\, AD$ ஆகும் எனவும் நிறுவலாம்.

முறை (iii)

மேற்குறித்த நிறுவலை அட்சரகணிதக் குறியீடுகளைப் பயன்படுத்திப் பின்வருமாறு நிறுவலாம்.

முக்கோணி ABC யில்

$A\hat{B}C = x$ எனக் கொள்வோம் ——— ①

$A\hat{B}C = A\hat{C}B$ ($AB = AC$ஆகையால்)

$\therefore\ A\hat{B}C = x$

முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BA ஆனது E வரை நீட்டப்பட்டிருப்பதனால்,

$E\hat{A}C = A\hat{B}C + A\hat{C}B$ (புறக் கோணத் தேற்றம்)

$E\hat{A}C = x + x$

$= 2x$

$\therefore\ E\hat{A}D = x$ ($E\hat{A}C$ இன் இருசமகூறாக்கி AD ஆகையால்) ——— ②

①,② இலிருந்து

$A\hat{B}C = E\hat{A}D$ ஆகும்.

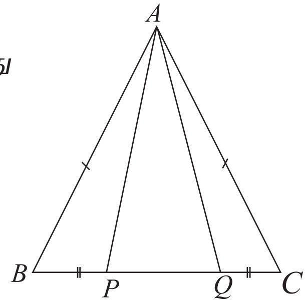
ஆனால் இவை ஒத்த கோணங்கள் ஆகும். ஒத்த கோணங்கள் சமமாகையால் $AD//BC$

உதாரணம் 3

முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$ ஆகும். $BP = CQ$ ஆக இருக்குமாறு P , Q ஆகிய புள்ளிகள் பக்கம் BC மீது உள்ளன.

(i) $\Delta\, APB \equiv \Delta\, AQC$ என்வும்

(ii) $A\hat{P}Q = A\hat{Q}P$ எனவும் நிறுவுக.



நிறுவல்:

(i) $\Delta\, ABP$, ΔAQC ஆகியவற்றில்

$AB = AC$ (தரப்பட்டுள்ளது)

$A\hat{B}P = A\hat{C}Q$ ($AB = AC$ ஆகையால்)

$BP = CQ$ (தரப்பட்டுள்ளது)

$\therefore \Delta\, ABP \equiv \Delta\, AQC$ (ப.கோ.ப)

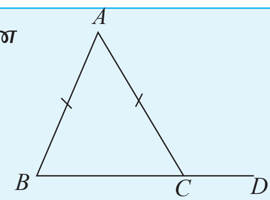
(ii) $\therefore\ \Delta ABP = \Delta AQC$ ஆகையால் $AP = AQ$ (ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகளின் ஒத்த உறுப்புகள்)

உருவில் APQ முக்கோணியில் $A\hat{P}Q = A\hat{Q}P$ ($AP = AQ$ சமபக்கங்களின் எதிர்க் கோணங்கள்)

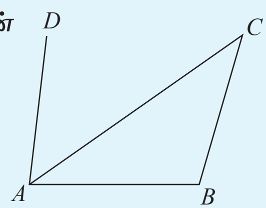
இருசமபக்க முக்கோணிகளுக்குரிய மேற்குறித்த தேற்றத்தையும் இதுவரை கற்ற ஏனைய தேற்றங்களையும் பயன்படுத்தி பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்க.

பயிற்சி 9.2

1. உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப $A\hat{B}C + A\hat{C}D = 180^\circ$ என நிறுவுக.



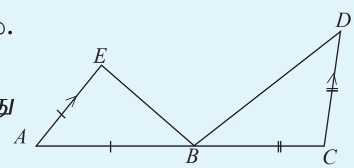
2. உருவில் $AB = BC$, $AD//BC$ ஆகும். $D\hat{A}B$ யின் இருசமகூறாக்கி AC என நிறுவுக.



3. தரப்பட்டுள்ள உருவில் ABC ஒரு நேர்கோடாகும். அதில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

(i) $B\hat{A}E + B\hat{C}D$ யின் பெறுமானம் யாது ? உங்களது விடைக்கான காரணத்தைத் தருக.

(ii) $D\hat{B}E = 90^\circ$ எனக் காட்டுக.



4. ஒரு முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BC யின் நடுப் புள்ளி D ஆகும். $BD = DA$ எனின், $B\hat{A}C$ ஆனது செங்கோணமென நிறுவுக.

5. முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$ ஆகும். பக்கம் AB மீது P யும், BC மீது Q வும் பக்கம் AC இன் மீது R உம் , $BP = CQ$, $BQ = CR$ ஆகுமாறு உள்ளன.
   (i) இத்தகவல்கள் அடங்கிய ஒரு வரிப்படத்தை வரைக.
   (ii) $\Delta PBQ \equiv \Delta QRC$ என நிறுவுக.
   (iii) $Q\hat{P}R = Q\hat{R}P$ என நிறுவுக.

6. ஒரு முக்கோணி ABC யில் $\hat{B}$ ஆனது செங்கோணமாகும். AC ற்குச் செங்குத்தாக BD வரையப்பட்டுள்ளது. $CE = CB$ ஆக இருக்குமாறு AC இன்மீது ஒரு புள்ளி E உள்ளது.
   (i) இத்தகவல்களை அடக்கிய ஒரு வரிப்படத்தை வரைக.
   (ii) கோடு BE யினால் $A\hat{B}D$ இருசமகூறிடப்படுகின்றதென நிறுவுக.

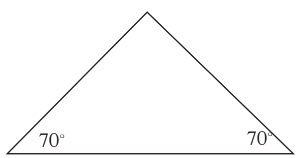
7. சமபக்க முக்கோணியின் ஒரு அகக் கோணம் 60° எனக் காட்டுக.

9.3 இருசமபக்க முக்கோணித் தேற்றத்தின் மறுதலை

ஒரு முக்கோணியின் இரு கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்போது அக்கோணங்களின் எதிர்ப் பக்கங்கள் சமமாகுமா எனச் சோதித்துப் பார்ப்போம்.

செயற்பாடு

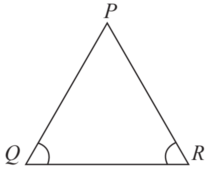
- ஏறத்தாழ 5 cm நீளமுள்ள ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை வரைந்து, அதன் ஓர் அந்தத்தில் 70° கோணம் ஒன்றை பாகைமானியைப் பயன்படுத்திக் குறித்து வரைக.



- மற்றைய அந்தத்திலும் 70° கோணம் ஒன்றை வரைக.
- இரு பக்கங்களிலும் கோணங்களின் புயங்கள் இடைவெட்டுமாறு நீட்டுக.
- அப்போது இவ்வுருவில் காணப்படுகின்றவாறு ஒரு முக்கோணி கிடைக்கும்.
- அம்முக்கோணியை வெட்டி வேறுபடுத்திச் சம கோணங்கள் ஒன்றோடொன்று பொருந்துமாறு மடிக்க.
- இப்போது முக்கோணியின் சம பக்கங்களை இனங் காண்க.
- சம கோணங்களின் எதிர்ப் பக்கங்கள் பற்றிக் கூறத்தக்க சிறப்பியல்பு யாது?
- இவ்வாறு கோணத்தை மாற்றிக் கொண்டு பல்வேறு முக்கோணிகளை வெட்டி எடுத்து, மேற்குறித்த இயல்பு இருக்கின்றதாவெனப் பார்க்க.

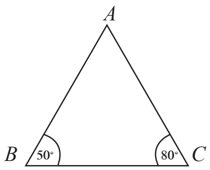
மேற்குறித்த செயற்பாட்டிலிருந்து பெற்ற பேறு பொதுவாக உண்மையாக இருப்பதுடன் அது ஒரு தேற்றமாகக் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

தேற்றம் : (இருசமபக்க முக்கோணித் தேற்றத்தின் மறுதலை)
யாதாயினும் ஒரு முக்கோணியின் இரு கோணங்கள் சமமெனின், அச்சம கோணங்களின் எதிர்ப் பக்கங்கள் சமமாகும்.



தேற்றத்திற்கேற்ப முக்கோணி PQR யில்
$P\hat{Q}R = P\hat{R}Q$ ஆக இருக்கும்போது $PR = PQ$ ஆகும்.

உதாரணம் 1



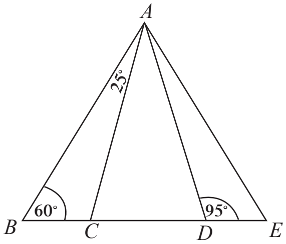
உருவில் உள்ள முக்கோணி ABC யில் சம பக்கச் சோடியைக் காண்க.

முக்கோணி ABC யில்

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \text{ (முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)}$$
$$\hat{A} + 50^\circ + 80^\circ = 180^\circ$$
$$\hat{A} = 180^\circ - (50^\circ + 80^\circ)$$
$$= 180^\circ - 130^\circ$$
$$= 50^\circ$$
$$\hat{A} = \hat{B}$$

$AC = BC$ (இரு சமபக்க முக்கோணியின் தேற்றத்தின் மறுதலை)

உதாரணம் 2



உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப $AC = AD$ எனக் காட்டுக.

முக்கோணி ABC யைக் கருதும்போது
$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ (புறக்கோணம் = அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$= 60^\circ + 25^\circ$

$= 85^\circ$

CDE ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்

$A\hat{D}C + A\hat{D}E = 180^\circ$ (ஒருகோட்டில் அடுத்துள்ள கோணங்கள்)

$A\hat{D}C = 180^\circ + 95^\circ$

$= 85^\circ$

முக்கோணி ACD யில்

$A\hat{C}D = 85^\circ$

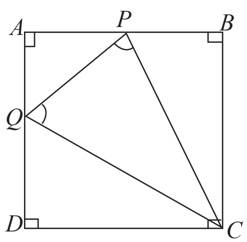
$A\hat{D}C = 85^\circ$

$A\hat{C}D = A\hat{D}C$

$AC = AD$ (சம கோணங்களின் எதிர்ப் பக்கங்கள்)

உதாரணம் 3

சதுரம் $ABCD$ யில் AB இன் மீது P யும் , AD மீது Q வும் $Q\hat{P}C = P\hat{Q}C$ ஆக இருக்குமாறு உள்ளன. $BP = QD$ என நிறுவுக.



முக்கோணி PQC யில்,

$Q\hat{P}C = P\hat{Q}C$ (தரப்பட்டுள்ளது)

$\therefore QC = PC$ (சம கோணங்களின் எதிர்ப் பக்கங்கள்)

PBC , DQC ஆகிய முக்கோணிகளில்

$P\hat{B}C = Q\hat{D}C = 90^\circ$ (சதுரத்தின் உச்சிக் கோணங்கள்)

$BC = DC$ (சதுரத்தின் பக்கங்கள்)

$CP = CQ$ (நிறுவப்பட்டது)

$\therefore \Delta PBC \equiv \Delta DQC$ (செ.ப.ப)

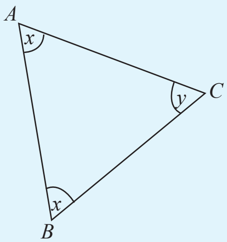
ஒருங்கிசையும் முக்கோணிகளின் ஒத்த உறுப்புகள் சமமாகையால்

$\therefore \; BP = QD$

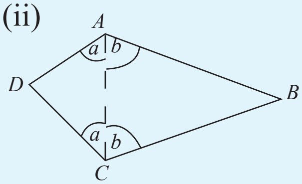
பயிற்சி 9.3

1. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப இருசமபக்க முக்கோணிகளைத் தெரிந்தெடுக்க.

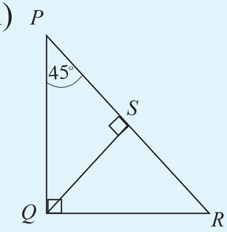
(i)



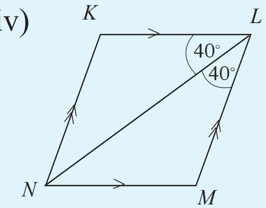
(ii)



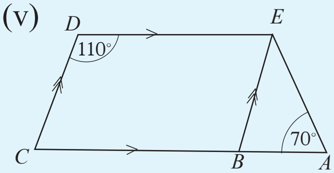
(iii)



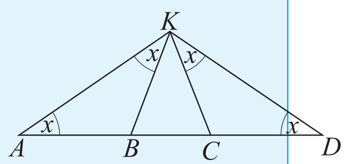
(iv)



(v)

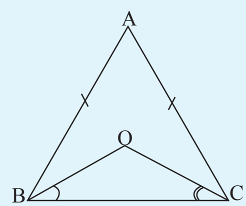


(vi)



2. முக்கோணி ABC யில் $A\hat{B}C = B\hat{C}A = C\hat{A}B$ எனின், ABC ஒரு சமபக்க முக்கோணியென நிறுவுக.

3. உருவில் $AB = AC$ ஆகும். $A\hat{B}C$ யினதும், $A\hat{C}B$ யினதும் இருசமகூறாக்கிகள் O விற் சந்திக்கின்றன. BOC ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியென நிறுவுக.

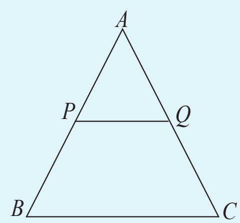


4. உருவில் $AB = AC$, $BC//PQ$ ஆகும்.

(i) $AP = AQ$ எனவும்

(ii) $BP = CQ$ எனவும்

நிறுவுக

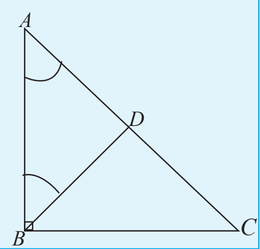


5. உருவில் பக்கம் AC இன் மீது புள்ளி D ஆனது $B\hat{A}D = D\hat{B}A$ ஆகுமாறு உள்ளது.

(i) $D\hat{B}C = D\hat{C}B$ எனவும்

(ii) AC யின் நடுப்புள்ளி D எனவும்

நிறுவுக.

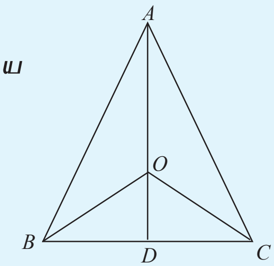


6. முக்கோணி ABC யில் $\hat{B}$ யினதும் $\hat{C}$ யினதும் இருசமகூறாக்கிகள் BC யிற்குச் சமாந்தரமாக வரையப்பட்டுள்ள கோடு PQ வை R இற் சந்திக்கின்றன.
(i) $PB = PR$ எனவும்
(ii) $PQ = QB + QC$ எனவும் எனவும் நிறுவுக.

7. முக்கோணி ABC இல் $A\hat{C}B = A\hat{B}P$ ஆகுமாறு புள்ளி P ஆனது AC இன் மீது உள்ளது. $P\hat{B}C$ யின் இருசமகூறாக்கி பக்கம் AC யை Q இற் சந்திக்கின்றது. $AB = AQ$ என நிறுவுக.

8. நாற்பக்கல் $PQRS$ இல் $PQ = SR$ ஆகும். நீளத்தில் ஒன்றுக்கொன்று சமமான PR, QS ஆகிய மூலைவிட்டங்கள் T யில் இடைவெட்டுகின்றன.
(i) $\Delta PQR = \Delta SQR$ எனவும்
(ii) $QT = RT$ எனவும் நிறுவுக.

9. முக்கோணி ABC யில் $AB = AC$ ஆகும். $A\hat{B}C$,$A\hat{C}B$ ஆகிய கோணங்களின் இரு கூறாக்கிகள் O வில் சந்திக்கின்றன.
(i) BOC ஓர் இரு சமபக்க முக்கோணி எனவும்
(ii) $\Delta AOB \equiv \Delta AOC$ எனவும்
(iii) AD ஆனது BC யிற்கு செங்குத்து எனவும் நிறுவுக.



10. O வை மையமாக் கொண்ட ஒரு வட்டம் உருவிற் காணப்படுகின்றது. $B\hat{O}C = 2B\hat{A}C$ என நிறுவுக.