8

முக்கோணிகள் I

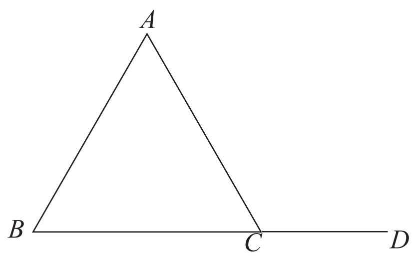
இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்

- ஒரு முக்கோணியின் கோணங்களுடன் தொடர்புபட்ட தேற்றங்களைக் கொண்டு ஏறிகளை நிறுவுவதற்குத்

தேவையான ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள்.

ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களும் புறக் கோணங்களும்

ஒரு முக்கோணி $A\hat{C}B$ யினுள்ளே இருக்கும் $A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$, $A\hat{C}B$ ஆகிய கோணங்கள் அம்முக்கோணியின் அகக் கோணங்கள் அல்லது சுருக்கமாக முக்கோணியின் கோணங்கள் எனப்படும்.



முக்கோணி ABC யின் பக்கம் BC ஆனது உருவில் உள்ளவாறு D யிற்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது. அப்போது உண்டாகும் $A\hat{C}D$ ஆனது முக்கோணி யின் ஒரு **புறக் கோணம்** ஆகும். BCD ஆனது ஒரே நேர் கோடு ஆகையால் $A\hat{C}B$ ஆனது $A\hat{C}D$ இற்கு மிகைநிரப்பும் அடுத்துள்ள கோணம் ஆகும். $A\hat{C}B$ தவிர மற்றைய இரண்டு கோணங்களான $B\hat{A}C$, $A\hat{B}C$ ஆகியன புறக் கோணம் $A\hat{C}D$ யின் **அகத்தெதிர்க் கோணங்கள்** எனப்படும். இவ்வாறே முக்கோணியின் எஞ்சியுள்ள பக்கங்களை நீட்டும்போது உண்டாகும் புறக் கோணங்கள் தொடர்பாகவும் அகத்தெதிர் கோணச் சோடி வீதம் உள்ளன.

பின்வரும் தேற்றங்கள் ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணத்திற்கும் அகத்தெதிர்க் கோணத்திற்குமிடையே உள்ள ஒரு தொடர்பைக் காட்டுகின்றன.

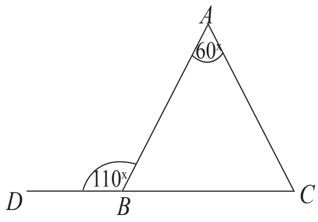
தேற்றம் - ஒரு முக்கோணியின் யாதாயினும் ஒரு பக்கத்தை நீட்டும்போது உண்டாகும் புறக் கோணம் அதன் அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத் தொகைக்குச் சமம்

இதற்கேற்ப மேற்குறித்த முக்கோணி ABC யிற்கு

$$A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$$

இத்தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்கள் தீர்க்கப்படும் முறை பற்றிப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 1



உருவில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்ப $A\hat{C}B$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

மேற்குறித்த தேற்றத்திற்கேற்ப

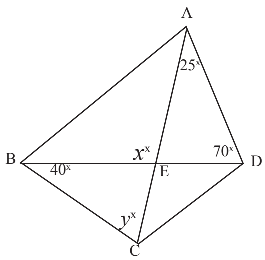
$B\hat{A}C + A\hat{C}B = A\hat{B}D$ (புறக் கோணம் = அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$\therefore A\hat{C}B + 60^\circ = 110^\circ$

$\therefore A\hat{C}B = 110^\circ - 60^\circ$

$\underline{\underline{A\hat{C}B = 50^\circ}}$

உதாரணம் 2



உருவில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்ப $A\hat{E}B$, $B\hat{C}E$ ஆகியவற்றின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$A\hat{E}B = x^\circ$ எனவும்

$B\hat{C}E = y^\circ$ எனவும் கொள்வோம்

$A\hat{E}B$ ஆனது முக்கோணி AED யின் ஒரு புறக் கோணம் என்பது தெளிவாகும்.

இதற்கேற்ப,

$x = 25^\circ + 70^\circ$ (புறக் கோணம் = அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$= \underline{\underline{95^\circ}}$

மேலும் $A\hat{E}B$ ஆனது முக்கோணி BCE யின் ஒரு புறக் கோணம் ஆகையால்,

$y + 40^\circ = x$ (புறக் கோணம் = அகத்தெதிர்க் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$\therefore y + 40^\circ = 95^\circ$

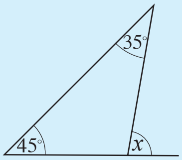
$\therefore y = 95^\circ - 40^\circ$

$\underline{\underline{y = 55^\circ}}$

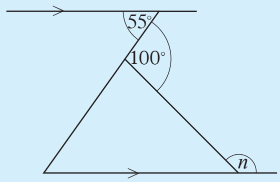
மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் வரிப்படங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் தெரியாக் கணியம் மூலம் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

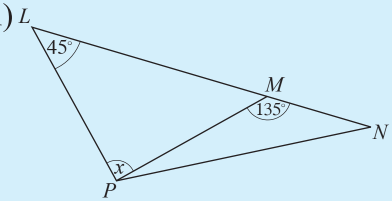
(i)



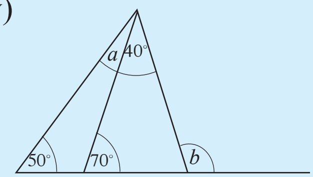
(ii)



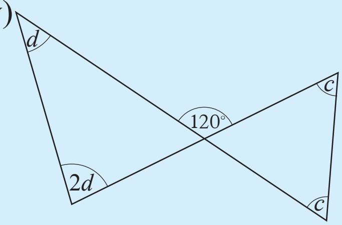
(iii)



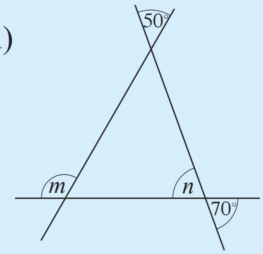
(iv)



(v)

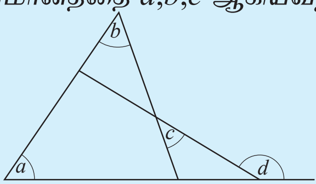


(vi)

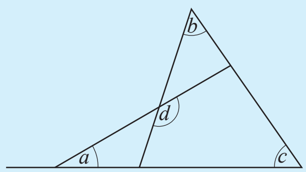


2. பின்வரும் வரிப்படங்கள் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப, d யின் பெறுமானத்தை a,b,c ஆகியவற்றின் சார்பில் தருக.

(i)

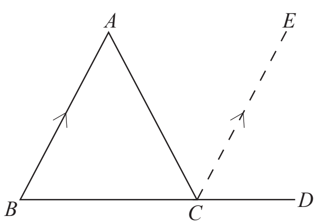


(ii)



8.1 ஒரு முக்கோணியின் புறக் கோணம் பற்றிய தேற்றத்தின் முறைமையான நிறுவலும் அதன் பிரயோகமும்

முறைமையான நிறுவல் :



தரவு: முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BC ஆனது D யிற்கு நீட்டப்பட்டுள்ளது.

நிறுவ வேண்டியது : $A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$

அமைப்பு : AB யிற்குச் சமாந்தரமாக CE யை வரைக

$E\hat{C}D = A\hat{B}C$ ($BA // CE$ (ஆகையால் ஒத்த கோணங்கள்) — ①

$A\hat{C}E = B\hat{A}C$ ($BA // CE$ (ஆகையால் ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)— ②

① ,② இலிருந்து

$E\hat{C}D + A\hat{C}E = A\hat{B}C + B\hat{A}C$ (வெளிப்படையுண்மைகளை பயன்படுத்தும் போது)

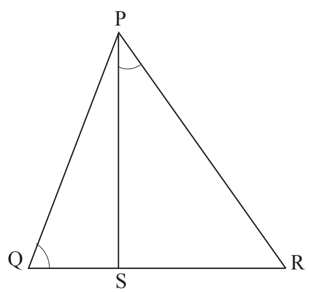
ஆனால் உருவிற்கேற்ப $E\hat{C}D$, $A\hat{C}E$ ஆகிய அடுத்துள்ள கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை $A\hat{C}D$ ஆகும்.

$\therefore A\hat{C}D = A\hat{B}C + B\hat{A}C$

முறைமையாக நிறுவப்பட்ட புறக் கோணத் தேற்றத்துடன் இதுவரைக்கும் கற்ற வேறு தேற்றங்களையும் பயன்படுத்திச் சில பிரசினங்களைத் தீர்ப்போம்.

உதாரணம் 1

முக்கோணி PQR இல் பக்கம் QR இன் மீது புள்ளி S ஆனது $P\hat{Q}S = S\hat{P}R$ ஆகுமாறு உள்ளது. $Q\hat{P}R = P\hat{S}R$ என நிறுவுக.
முதலில் தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப வரிப்படத்தை வரைவோம்



நிறுவல் : முக்கோணி PQS இல் பக்கம் QS ஆனது R வரை நீட்டப்பட்டுள்ளதால்

$\therefore Q\hat{P}S + P\hat{Q}S = P\hat{S}R$ (தேற்றம்)

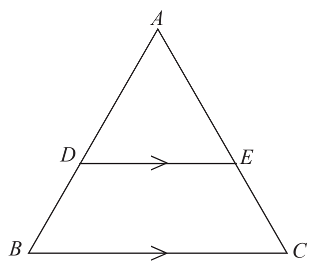
$\therefore Q\hat{P}S + S\hat{P}R = P\hat{S}R$ $(\because P\hat{Q}S = S\hat{P}R)$

ஆனால் $Q\hat{P}S + S\hat{P}R = Q\hat{P}R$ (அடுத்துள்ளக் கோணம்)

$\therefore \underline{\underline{Q\hat{P}R = P\hat{S}R}}$

உதாரணம் 2

வரிப்படத்தில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்ப $B\hat{A}C + A\hat{B}C = D\hat{E}C$ என நிறுவுக.



$C\hat{E}D$ ஆனது $\Delta\ ADE$ புறக்கோணமாகும்

$D\hat{E}C = D\hat{A}E + A\hat{D}E$

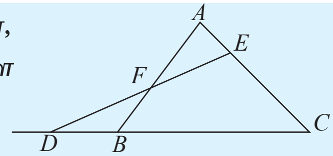
$D\hat{A}E$ யும் $B\hat{A}C$ யும் ஒரே கோணமாகும்

$A\hat{D}E = A\hat{B}C$ (ஒத்த கோணங்கள் $DE//BC$)

ஆகவே, $D\hat{E}C = B\hat{A}C + A\hat{B}C$

பயிற்சி 8.2

1. தரப்பட்டுள்ள உருவில் $B\hat{D}F = F\hat{A}E$ எனின், $F\hat{B}C = F\hat{E}C$ என நிறுவுவதற்குக் கீழே தரப்பட்டுள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.



நிறுவல் : முக்கோணி DFB யில் பக்கம், DB ஆனது C ற்கு நீட்டப்பட்டிருப்பதனால்

$F\hat{B}C = \ldots. + \ldots.$

$B\hat{F}D = \ldots.$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

$B\hat{D}F = \ldots.$ (..........)

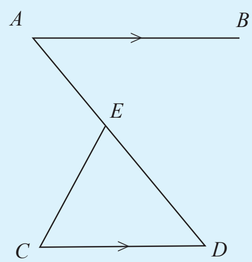
$\therefore\ F\hat{B}C = \ldots. + \ldots.$

மேலும் FEC ஆனது ΔAEF இன் புறக் கோணம் என்பதால்

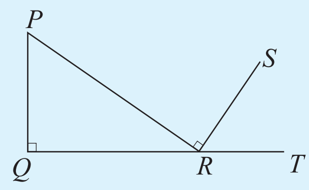
$F\hat{E}C = \ldots. + \ldots.$ (..........)

$\therefore\ F\hat{B}C = F\hat{E}C$

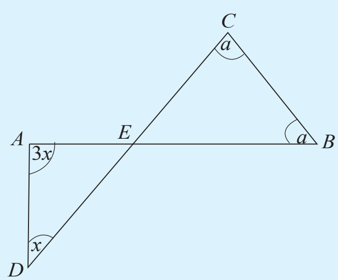
2. உருவில் உள்ளவாறு AB யும் CD யும் சமாந்தர மானவையெனின் $A\hat{E}C = B\hat{A}D + E\hat{C}D$ என நிறுவுக.



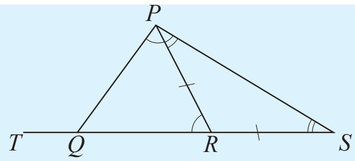
3. உருவில் உள்ளவாறு $P\hat{Q}R$ உம் $P\hat{R}S$ உம் செங் கோணங்கள் ஆகும். QRT ஒரு நேர் கோடு ஆயின். $Q\hat{P}R = S\hat{R}T$ என நிறுவுக.



4. உருவில் உள்ளவாறு AB, CD என்னும் நேர்கோடுகள் E இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன. தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப $a = 2x$ எனக் காட்டுக.



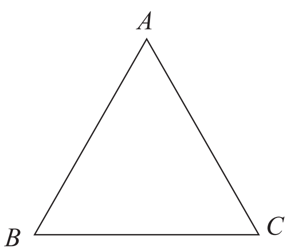
5. தரப்பட்டுள்ள உருவில் $P\hat{R}Q = Q\hat{P}R$ உம் $R\hat{P}S = P\hat{S}R$ உம் ஆகும். தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப $P\hat{Q}T = 4\, P\hat{S}R$ எனக் காட்டுக. (சாடை: $P\hat{S}R = x$ எனக் கொள்க).



6. முக்கோணி PQR இல் PQ இற்குச் செங்குத்தாக SR உம் PR இற்குச் செங்குத்தாக SR , QT என்பன U வில் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன.
$S\hat{Q}U = T\hat{R}U$ என நிறுவுக.

7. முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BC ஆனது E வரைக்கும் நீட்டப்பட்டுள்ளது. $B\hat{A}C = C\hat{A}D$ ஆக இருக்குமாறும் பக்கம் CE யை D சந்திக்குமாறும் AD வரையப்பட்டுள்ளது.
   (i) $A\hat{C}D = 2\, A\hat{B}C$ எனவும்
   (ii) $A\hat{D}E = 3\, A\hat{B}C$ எனவும் நிறுவுக.

8.3 முக்கோணிகளின் அகக் கோணங்களுடன் தொடர்புடைய தேற்றம்



முக்கோணி ABC இல் $A\hat{B}C$, $B\hat{A}C$, $A\hat{C}B$ ஆகியன அகக் கோணங்கள் ஆகும். இம்மூன்று கோணங்களினதும் பெறுமானங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^{o} என்பதை நாம் அறிவோம். இது ஒரு தேற்றமாகப் பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளது.

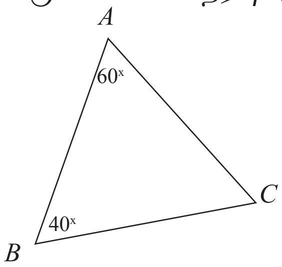
தேற்றம்: யாதாயினும் ஒரு முக்கோணியின் மூன்று அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்கள் ஆகும்.

மேற்குறித்த உருவிற்கேற்ப, $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^{0}$

முக்கோணியின் அகக் கோணத் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்க்கும் விதம் பற்றி ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

உருவில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்ப $A\hat{B}C$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



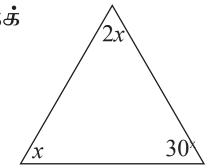
$B\hat{A}C + A\hat{B}C + A\hat{C}B = 180^\circ$ (ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$60^\circ + 40^\circ + A\hat{C}B = 180^\circ$

$\therefore\ A\hat{C}B = 80^\circ$

உதாரணம் 2

உருவில் உள்ள தரவுகளைப் பயன்படுத்தி x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^o ஆகையால்,



$$x + 2x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 30^\circ = 180^\circ$$

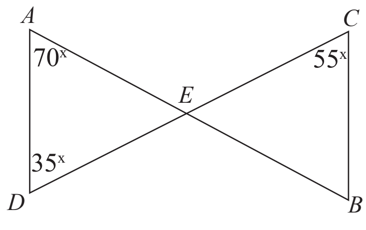
$$3x = 180^\circ - 30^\circ$$

$$3x = 150^\circ$$

$$\therefore\ x = 50^\circ$$

உதாரணம் 3

AB , CD என்னும் நேர் கோடுகள் E யில் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன' $A\hat{D}E = 35^\circ$, $D\hat{A}E = 70^\circ$, $E\hat{C}B = 55^\circ$ ஆயின் $E\hat{B}C$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க. முதலில் மேற்குறித்த தரவுகள் இடம்பெறும் உருவை வரைக.



உருவில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்ப

முக்கோணி ADE யில்

$A\hat{D}E + D\hat{A}E + A\hat{E}D = 180^o$(முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$A\hat{E}D = 180^o - 105^o$

$= 75^o$

$A\hat{E}D = B\hat{E}C$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

$\therefore\ B\hat{E}C = 75^o$

முக்கோணி BEC இல்

$$B\hat{E}C + E\hat{C}B + E\hat{B}C = 180^{o} \text{ (முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)}$$
$$= 180^{o} - (75^{o} + 55^{o})$$
$$E\hat{B}C = 180^{o} - 130$$
$$= 50^{0}$$

உதாரணம் 4

அகக் கோணங்கள் 55^{o} ,60^{o} ,75^{o} ஆகவுள்ள ஒரு முக்கோணி இருக்க முடியுமாவெனத் துணிக.

தரப்பட்டுள்ள மூன்று கோணங்களினதும்

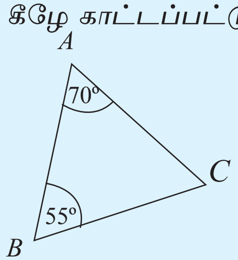
கூட்டுத்தொகை $= 55^{o} + 60^{o} + 75^{o}$

$= 190^{o}$

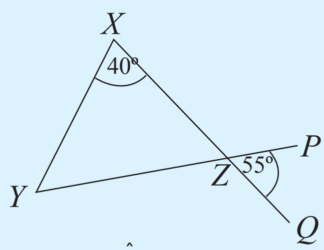
எந்தவொரு முக்கோணியினதும் அகக் கோணங்களின் கூட்டத்தொகை 180^{o} ஆக இருத்தல் வேண்டும். மேற்குறித்த மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180^{o}இலும் பார்க்கக் கூடியதாக இருப்பதனால் தரப்பட்டுள்ள அகக் கோணங்களைக் கொண்ட ஒரு முக்கோணி இருக்கமுடியாது.

பயிற்சி 8.3

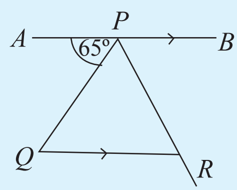
1. பின்வரும் வரிப்படங்கள் ஒவ்வொன்றையும் கொண்டு அவ்வரிப்படத்திற்குக் கீழே காட்டப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பருமனைக் காண்க.



$A\hat{C}B$



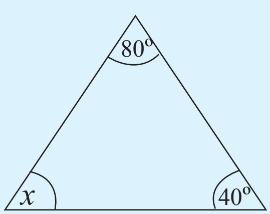
$X\hat{Y}Z$



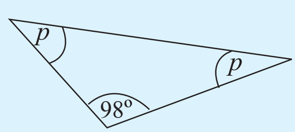
$Q\hat{P}R$

2. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் தெரியாக் கணியத்தின் மூலம் காட்டப்படும் கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

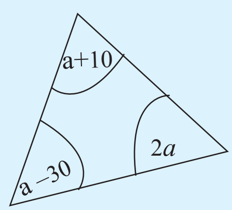
(i)

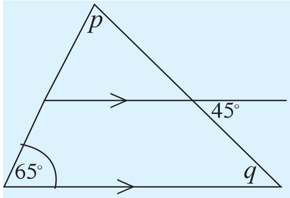


(ii)

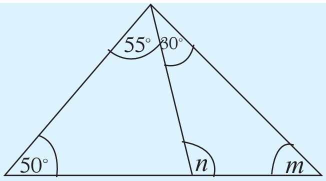


(iii)

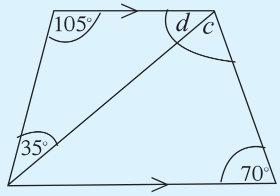




(iv)



(v)



(vi)

3. பின்வரும் பகுதிகள் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள கோணத் திரிதம் முக்கோணியின் அகக் கோணங்களாக இருக்க முடியுமாவெனத் துணிக.

(i) $50^{o}, 40^{o}, 90^{o}$ (ii) $70^{o}, 30^{o}, 75^{o}$ (iii) $55^{o}, 72^{o}, 58^{o}$

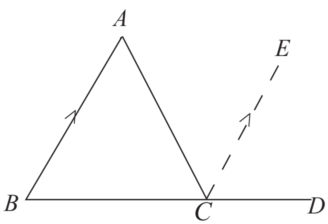
(iv) $60^{o}, 60^{o}, 60^{o}$ (v) $100^{o}, 20^{o}, 65^{o}$ (vi) $53^{o}, 49^{o}, 78^{o}$

4. ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்கள் 2 : 3 : 4 என்னும் விகிதத்தில் உள்ளன. இக்கோணங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

5. ஒரு முக்கோணியின் மிகப் பெரிய கோணத்தின் பெறுமானம் மிகச் சிறிய கோணத்தின் பெறுமானத்தின் மும்மடங்காகும். எஞ்சியுள்ள கோணத்தின் பெறுமானம் மிகச் சிறிய கோணத்தின் பெறுமானத்தின் இரண்டு மடங்காகும். முக்கோணியின் கோணங்களை வேறுவேறாகக் காண்க.

8.4 முக்கோணிகளின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை பற்றிய தேற்றத்தின் முறைமையான நிறுவலும் அதன் பிரயோகமும்

"யாதேனும் ஒரு முக்கோணியின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்களாகும். ஆகும்." என்னும் தேற்றத்தின் முறைமையான நிறுவல் கீழே தரப்படுகின்றது.



தரவு : ABC ஒரு முக்கோணி

நி. வே : $A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^{o}$

அமைப்பு : பக்கம் BC ஐ D வரை நீட்டுக. BA இற்குச் சமாந்தரமாக C இனூடாக CE ஐ வரைக

நிறுவல் : $A\hat{B}C = E\hat{C}D$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் $BA//CE$) —— ①

$B\hat{A}C = A\hat{C}E$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் $BA//CE$) —— ②

①+ ② : இலிருந்து

$A\hat{B}C + B\hat{A}C = E\hat{C}D + A\hat{C}E$

சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களுடனும் ACB ஐ கூட்டும்போது

$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = E\hat{C}D + A\hat{C}E + A\hat{C}B$

ஆனால்

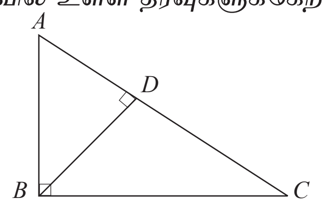
$E\hat{C}D + A\hat{C}E + A\hat{C}B = 180^o$ (நேர்கோடு BCD இன் மீது இருக்கும் கோணங்கள்)

$A\hat{B}C + B\hat{A}C + A\hat{C}B = 180^o$

= இரண்டு செங்கோணங்கள்

உதாரணம் 1

உருவில் உள்ள தரவுகளுக்கேற்ப $A\hat{B}D = B\hat{C}D$ என நிறுவுக



முக்கோணி BDC இல்

நிறுவல் : $B\hat{D}C = 90^o$ (தரப்பட்டுள்ளது)

$B\hat{D}C + D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^o$ (முக்கோணிகளின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

$90^o + D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^o$

$D\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^o - 90^o$

$= 90^o$ ———— ①

முக்கோணி ABC யில்,

$A\hat{C}B = 90^o$ (தரவு)

$A\hat{C}B = A\hat{B}D + D\hat{B}C$ ஆகையால்

$A\hat{B}D + D\hat{B}C = 90^o$ ———— ②

① , ② ஆகிய இரு சமன்பாடுகளுக்கும் 90^o இற்குச் சமமாகையால்

$D\hat{B}C + B\hat{C}D = A\hat{B}D + D\hat{B}C$

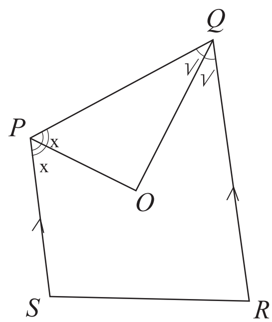
$D\hat{B}C$ ஐ இரண்டு பக்கமும் கழிக்க

$\therefore\ B\hat{C}D = A\hat{B}D$

உதாரணம் 2

நாற்பக்கல் $PQRS$ இல் PS உம் QR உம் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமாகும். P, Q ஆகிய அகக் கோணங்களின் இருகூறாக்கிகள் O வில் சந்திக்கின்றன. $P\hat{O}Q$ ஒரு செங் கோணமென நிறுவுக.

முதலில் நாம் உருவை வரைவோம்



நிறுவல்: $PS//QR$ ஆகையால்

$$S\hat{P}Q + P\hat{Q}R = 180^{\circ}$$ (நேயக் கோணங்கள்)

$$\frac{1}{2}SPQ + \frac{1}{2}PQR = \frac{180^{\circ}}{2}$$ (வெளிப்படையுண்மை)

SPQ வின் இருகூறாக்கி PO ஆகவும் $P\hat{Q}R$ இன் இருகூறாக்கி QO ஆகவும் இருப்பதால்.

$$\frac{1}{2}S\hat{P}Q = Q\hat{P}O$$

$$\frac{1}{2}P\hat{Q}R = P\hat{Q}O$$

$$\therefore\ Q\hat{P}O + P\hat{Q}O = 90^{\circ}$$

முக்கோணி POQ,இல்

$$P\hat{O}Q + Q\hat{P}O + P\hat{Q}O = 180^{\circ}$$ (அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)

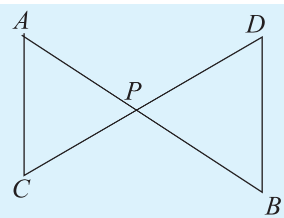
$$P\hat{O}Q = 180^{\circ} - 90^{\circ}$$
$$= 90^{\circ}$$

$P\hat{O}Q$ ஒரு செங்கோணம் ஆகும்.

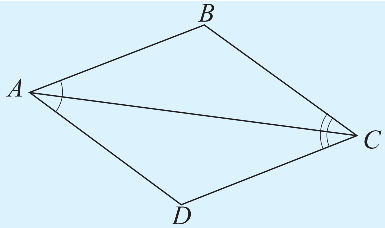
இனி நிறுவ வேண்டிய பிரசினங்களை உள்ளடக்கிய பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

பயிற்சி 8.4

1. தரப்பட்டுள்ள உருவில் $A\hat{C}P = P\hat{B}D$ ஆகும். $C\hat{A}P = P\hat{D}B$ என நிறுவுக.



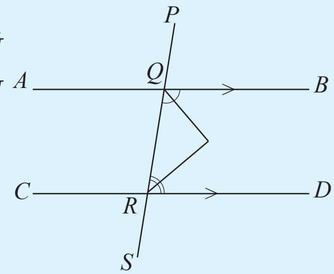
2. தரப்பட்டுள்ள உருவில் நாற்பக்கல் $ABCD$ யின் மூலைவிட்டம் AC யினால் $B\hat{A}D$, $B\hat{C}D$ ஆகியன இருக்கூறிடப்பட்டுள்ளன. $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ என நிறுவுக.



3. தரப்பட்டுள்ள உருவில் AB யும் CD இரு சமாந்தர நேர் கோடுகளாகும் $B\hat{Q}R$, $Q\hat{R}D$ ஆகிய கோணங்களின் இரு கூறாக்கிகள் O இல் சந்திங்கின்றன.

(i) $O\hat{Q}R + Q\hat{R}O$ வின் பெறுமானத்தைக் காண்க

(ii) $Q\hat{O}R$ ஒரு செங்கோண முக்கோணியென நிறுவுக.

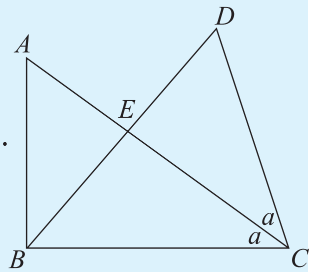


4. தரப்பட்டுள்ள உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

(i) $B\hat{A}E$, யின் பெறுமானத்தை a யின் சார்பில் தருக.

(ii) $B\hat{D}C + D\hat{B}C$ பெறுமானத்தை a யின் சார்பிற் காட்டுக.

(iii) $B\hat{D}C + D\hat{B}C = 2\,B\hat{A}E$ எனக் காட்டுக



5. முக்கோணி ABC யில் $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C}$ ஆகும். $B\hat{A}C$ யின் இருகூறாக்கியானது பக்கம் BC ஐ D இல் சந்திக்கின்றது.

(i) $B\hat{A}C$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க

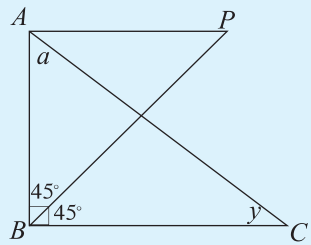
(ii) $A\hat{D}C$ ஒரு செங்கோண முக்கோணியென நிறுவுக

பலவினப் பயிற்சி

1. முக்கோணி ABC யில் $\hat{A}+\hat{B} = 110^{o}$, $\hat{B}+\hat{C} = 120^{o}$ எனின் முக்கோணியின் கோணங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. முக்கோணி ABC இல் $B\hat{A}C$ யின் பெறுமானம் 100^{o} ஆகும். $A\hat{C}B$, $A\hat{B}C$ அகக் கோணங்களின் இருகூறாக்கிகள் O இற் சந்திக்கின்றன. $B\hat{O}C$ யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

3. உருவில் உள்ள முக்கோணி ABC யின் பக்கம் BA யிற்குச் செங்குத்தாக A யில் வரையப்பட்ட கோடு $A\hat{C}B$ யின் இருகூறாக்கியை P யிற் சந்திக்கின்றது. $B\hat{A}C + A\hat{C}B = 2\,A\hat{P}B$ என நிறுவுக.



4. முக்கோணி ABC யின் $B\hat{A}C$ யின் இருகூறாக்கியானது பக்கம் BC ஐ E யில் சந்திக்கின்றது. நீட்டப்பட்ட AE யிற்குச் செங்குத்தாக BD வரையப்பட்டுள்ளது. $A\hat{C}B = 3\,A\hat{B}C$ எனின். $A\hat{B}D$ யின் இருகூறாக்கி BC என நிறுவுக.

(சாடை: $A\hat{C}B = x$ எனவும் $B\hat{A}C = 2a$ எனவும் கொள்க).

5. ஒரு முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BC க்குச் சமாந்தரமாக A யினூடான கோடு PQ வரையப்பட்டுள்ளது. இதை பயன்படுத்தி முக்கோணி ABC யின் அகக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180^{o} என நிறுவுக.