7 இருபடிக் கோவைகளின் காரணிகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,

- ஒரு மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையின் காரணிகளைக் காண்பதற்கான
- ஒரு வர்க்க வித்தியாசக் கோவைகளின் காரணிகளைக் காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

அட்சரகணிதக் கோவைகளின் காரணிகள்

$2x + 6$ ஆனது ஓர் ஈருறுப்பு அட்சரகணிதக் கோவை என்பதை நாம் அறிவோம். அதனை $2(x + 3)$ எனக் காட்டலாம். ஆகையால் 2, $x + 3$ ஆகியன அதன் காரணிகள் என்பதையும் நாம் அறிவோம்.

இதற்கேற்ப $4x^2 + 6x = 2x\,(2x + 3)$ ஆகையால், $4x^2 + 6x$ இன் இரண்டு காரணிகள் $2x$, $(2x + 3)$ ஆகும்.
$a^2 - 2a + ab - 2b$ யின் காரணிகளைக் காண்போம்.

$$\begin{aligned} a^2 - 2a + ab - 2b &= a\,(a - 2) + b\,(a - 2) \\ &= (a - 2)(a + b) \end{aligned}$$

எனவே, $a^2 - 2a + ab - 2b$ இன் காரணிகள் $a - 2$, $a + b$ ஆகும்.

இதற்கு முன்னர் கற்ற மேலே காட்டப்பட்ட காரணிகளை வேறுபடுத்துவதற்கான சந்தர்ப்பங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் அட்சரகணிதக் கோவைகள் ஒவ்வொன்றினதும் காரணிகளை வேறுபடுத்துக.

I. a. $3x + 12$ **b.** $p^2 - p$ **c.** $x^2 + 3xy$

d. $2a - 4a^2$ **e.** $p^2q - pq$ **f.** $2pq - 4p^2q$

g. $3m^2n + n^2$ **h.** $2a^2 - 4ab$ **i.** $2a^2 - 8ab - 2b^2$

j. $5x^2 - 10x^2y^2 - 15x^2\,y$ **k.** $3x^2y - 6x^2y^2 + 6xy^2$ **l.** $a^2bc + ab^2c - abc^2$

II. **a.** $x(a+b)+y(a+b)$ **b.** $2a(3x+y)-b(3x+y)$
c. $p(2a-3b)+q(2a-3b)$ **d.** $2(x-3)-xy+3y$
e. $3b+3+a(b+1)$ **f.** $x^2-xy+4x-4y$
g. $a^2-2ab-5a+10b$ **h.** $m-3mn-n+3n^2$

2. கீழே (a) இலும் (b) இலும் உள்ள வெற்றிடங்களைப் பூரணப்படுத்தி, அதற்கேற்ப கீழே தரப்பட்டுள்ள கோவைகளின் காரணிகளை வேறுபடுத்துக.

(I) $a\,(2x-y)+b\,(y-2x)$
$= a\,(2x-y)-b\,(........)$
$= (........)\,(........)$

(II) $p\,(a-b)-q\,(b-a)$
$= p\,(a-b)\;....\;q\,(a-b)$
$= (a-b)\,(........)$

(III)
a. $x\,(2p-q)-y\,(q-2p)$ **b**. $3x\,(2a-b)+2y\,(b-2a)$

c. $m\,(l-2n)-p\,(2n-l)$ **d**. $k\,(2x+y)-l\,(y+2x)$

e. $a\,(x+3y)-b\,(-x-3y)$ **f**. $b\,(m-2n)+d\,(2n-m)$

மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவைகள்

இப்போது நாம் மூவுறுப்புக் கோவை x^2+2x-3 ஐ அவதானிப்போம். இக்கோவை ax^2+bx+c என்னும் வடிவத்தில் உள்ளது, இங்கு a, b, c ஆகியன பூச்சியமல்லாத எண்கள். ax^2+bx+c என்னும் வடிவிலுள்ள கோவை x இலான மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவை எனப்படும். இங்கு a ஆனது x^2 இன் குணகம் எனவும் b ஆனது x இன் குணகம் எனவும் c ஆனது மாறா உறுப்பு எனவும் அழைக்கப்படும்.

ஒரு மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையின் உறுப்புகளை இதே ஒழுங்கில் எழுதும்போது அதன் காரணிகளைக் காணல் எளிதாகும். x^2+2x-3 இல் x^2 இன் குணகம் 1 உம் x இன் குணகம் 2 உம் மாறா உறுப்பு -3 ஆகும். $4+2x-x^2$ என்னும் கோவையும் ஒரு மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையாகும். இக்கோவையை $-x^2+2x+4$ எனவும் எழுதலாம். $x^2+2xb-y^2$ என்னும் மூவுறுப்புக் கோவையானது ஓர் இருபடிக் கோவையா? இதனை x இன் ஒரு மூவுறுப்புக் கோவையாக அல்லது b இன் ஒரு மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையாகக் கருதலாம். y யின் இருபடிக் கோவையாகக் கருதும்போது அதனை $-b^2+2ab+a^2$ என எழுதுவது இலகுவானதாகும்.

உதாரணமாக $3x^2-2x-5,\ a^2+2a+8,\ y^2+2y-5,\ 5-2x-3x^2$ ஆகியன மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவைகளாகும். $a+2x+3$, $2p^3+3p^2-5p$ என்னும் கோவைகள் மூவுறுப்பு கோவைகள் ஆனால் ஈருறுப்புக் கோவைகள் அல்ல.

7.1 மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவைகளின் காரணிகள்

$(x+2)$, $(x+3)$ என்னும் ஈருறுப்புக் கோவைகளின் பெருக்கத்தைப் பெற்ற விதத்தை நினைவுகூர்வோம்.

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3) &= x(x+3)+2(x+3)\\ &= x^2+\underbrace{3x+2x}+6\\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

$(x+2)$, $(x+3)$ ஆகியவற்றின் பெருக்கமாக x^2+5x+6 கிடைக்கின்றமையால் x^2+5x+6 இன் காரணிகள் $(x+2)$, $(x+3)$ ஆகும்.

x^2+5x+6 ஆனது ஒரு மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையாகும். அதன் காரணிகளாக $(x+2)$, $(x+3)$ ஆகியவற்றை எங்ஙனம் வேறுபடுத்தலாம். மேற்குறித்த இரு ஈருறுப்பு கோவைகளினதும் பெருக்கத்தைப் பெறுவதற்குப் பயன்படுத்திய படிமுறைகளை இறுதியிலிருந்து தொடக்கம் வரை பரீட்சித்துப் பார்ப்போம்.

- x^2+5x+6 என்னும் வடிவத்தில் உள்ள மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையில் நடு உறுப்பு $5x$ ஆனது இரு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையாக அதாவது $3x+2x$ ஆகக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

- $3x$, $2x$ ஆகிய உறுப்புகளின் பெருக்கம் $= 3x \times 2x = 6x^2$

- மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவை x^2+5x+6 இன் முதல் உறுப்பினதும் இறுதி உறுப்பினதும் பெருக்கம் $x^2 \times 6 = 6x^2$

மேற்குறித்த அவதானிப்புகளுக்கேற்ப நாம் பின்வரும் முடிவுகளுக்கு வரலாம். நடு உறுப்பை இரு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையாக எழுதுதல் வேண்டும். அவ்விரு உறுப்புகளினதும் பெருக்கம் மூவுறுப்புக் கோவையின் முதல் உறுப்பு, கடைசி உறுப்பு ஆகிய இரு உறுப்புகளினதும் பெருக்கத்திற்குச் சமமாக இருத்தல் வேண்டும். உதாரணமாக $x^2+7x+10$ இன் காரணிகளை வேறுபடுத்துவோம். இங்கு நடு உறுப்பு $7x$ ஆகும். அதனை இரு உறுப்புகளின் கூட்டுத்தொகையாக எழுதுதல் வேண்டும். அவ்வாறே அவ்விரு உறுப்புகளினதும் பெருக்கம் $10x^2$ ஆகவும் இருத்தல் வேண்டும்.

முதல் உறுப்பினதும் கடைசி உறுப்பினதும் பெருக்கம் $= x^2 \times 10$
$= 10x^2$

நடு உறுப்பு $= 7x$

பெருக்கம் $10x^2$ ஆகவும் கூட்டுத்தொகை $7x$ ஆகவும் உள்ள உறுப்புச் சோடியைக் காண்போம்.

இதற்குக் கீழேயுள்ள அட்டவணையை அவதானிப்போம்.

உறுப்புகளின் சோடி	பெருக்கம் = $10x^2$	கூட்டுத்தொகை
$x,\ 10x$	$x \times 10x = 10x^2$	$x + 10x = 11x$
$2x,\ 5x$	$2x \times 5x = 10x^2$	$2x + 5x = 7x$
$(-x),\ (-10x)$	$(-x) \times (-10x) = 10x^2$	$(-x) + (-10x) = -11x$
$(-2x),\ (-5x)$	$(-2x) \times (-5x) = 10x^2$	$(-2x) + (-5x) = -7x$

அட்டவணையிலிருந்து நடு உறுப்பாகிய $7x$ ஐ $2x + 5x$ என எழுதுதல் வேண்டும் என்பது தெளிவு. அதற்கேற்ப இப்போது தரப்பட்டுள்ள மூவுறுப்புக் கோவையின் காரணிகளைக் காண்போம்.

$$\begin{aligned} x^2+7x+10 &= x^2+2x+5x+10 \\ &= x(x+2)+5(x+2) \\ &= \underline{\underline{(x+2)(x+5)}} \end{aligned}$$

$\therefore\ x^2+7x+10$ இன் காரணிகள் $(x + 2)$, $(x + 5)$ ஆகும்.

மேற்குறித்த $x^2 + 7x + 10$ இன் நடுஉறுப்பை $2x+ 5$ இற்கு பதிலாக $5x + 2x$ என எழுதுவதன்மூலம் பெறப்படும் காரணிகள் வேறுபடுகின்றனவா எனப் பார்போம்.

$$\begin{aligned} x^2 + 7x + 10 &= x^2 + 5x + 2x + 10 \\ &= x\,(x+ 5) + 2(x+ 5) \\ &= (x+ 5)\,(x+ 2) \end{aligned}$$

இங்கும் அதே காரணிச் சோடியே கிடைத்துள்ளது. ஆகவே, தெரிந்தெடுத்த உறுப்புகளை எழுதும் ஒழுங்குமுறை இறுதிக் காரணிகளில் தங்கியிருப்பதில்லை. இதற்கேற்ப, $7x = 2x + 5x$ அல்லது $7x = 5x + 2x$ ஆகிய இரண்டில் விரும்பிய ஒரு விதத்தில் எழுதிக் காரணிகளைக் காணலாம்.

உதாரணம் 1

$a^2 - 8a + 12$ இன் காரணிகளை வேறுபடுத்துக.

முதல் உறுப்பினதும் கடைசி உறுப்பினதும் பெருக்கம்

$= a^2 \times 12 = 12a^2$

நடு உறுப்பு $= -\,8a$

பெருக்கம் $12a^2$ ஆகவும் நடு உறுப்பு $-\,8a$ ஆகவும் உள்ள இரு உறுப்புகளைக் காண்க.

உறுப்புகளின் சோடி	பெருக்கம்	கூட்டுத்தொகை
$a,\ 12a$	$a \times 12a = 12a^2$	$a + 12a = 13a$
$2a,\ 6a$	$2a \times 6a = 12a^2$	$2a + 6a = 8a$
$3a,\ 4a$	$3a \times 4a = 12a^2$	$3a + 4a = 7a$
$(-a),\ (-12a)$	$(-a) \times (-12a) = 12a^2$	$(-a) + (-12a) = -13a$
$(-2a),\ (-6a)$	$(-2a) \times (-6a) = 12a^2$	$(-2a) + (-6a) = -8a$
$(-3a),\ (-4a)$	$(-3a) \times (-4a) = 12a^2$	$(-3a) + (-4a) = -7a$

$\therefore -8a = -2a - 6a$ என எழுதலாம்

$$\begin{aligned} \therefore\ a^2 - 8a + 12 &= a^2 - 2a - 6a + 12 \\ &= a(a-2) - 6(a-2) \\ &= \underline{\underline{(a-2)(a-6)}} \end{aligned}$$

குறிப்பு : இங்கு உதாரணத்துக்காகவே ஓர் அட்டவணை பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது. நடு உறுப்பை ஒரு கூட்டுத்தொகையாக மனக்கணித ரீதியாகவும் பெற்று எழுதலாம்.

உதாரணம் 2

$x^2 - 7x - 8$ இன் காரணிகளை வேறுபடுத்துக.

முதல் உறுப்பினதும் கடைசி உறுப்பினதும் பெருக்கம் $= x^2 \times (-8) = -8x^2$

நடு உறுப்பு $= -7x$

பெருக்கம் $-8x^2$ ஆகவும் கூட்டுத்தொகை $-7x$ ஆகவும் உள்ள உறுப்புச் சோடியைக் காண்க.

இதற்கேற்ப,

$$\begin{aligned} & x^2 - 7x - 8 \\ &= x^2 + x - 8x - 8 \\ &= x(x+1) - 8(x+1) \\ &= \underline{\underline{(x+1)(x-8)}} \end{aligned}$$

இருபடி உறுப்பு மறையான $-x^2 - x + 6$ போன்ற ஒரு கோவையின் காரணிகளை வேறுபடுத்தும் விதத்தைப் பார்ப்போம். இக்கோவையை இருபடி உறுப்பு கடைசியில் இருக்குமாறு $6 - x - x^2$ என்ற வடிவத்தில் எழுதுவதன் மூலமும் காரணிகளைக் காணலாம். இவ்விரு விதங்களிலும் காரணிகளைக் காணலாம் என்பதைப் பின்வரும் உதாரணங்களிலிருந்து இனங்காண்போம்.

உதாரணம் 3

$-x^2 - x + 6$ இன் காரணிகளைக் காண்க.
முதல், கடைசி , நடு உறுப்புகளின் பெருக்கம் $= -6x^2$
எனவே $-x = 2x - 3x$ என எழுதவேண்டும்.

$$\begin{aligned} &-x^2 - x + 6 \\ &= -x^2 + 2x - 3x + 6 \\ &= x(-x+2) + 3(-x+2) \\ &= (-x+2)(x+3) \\ &= (2-x)(x+3) \end{aligned}$$

அல்லது

$$\begin{aligned} &6 - x - x^2 \\ &= 6 + 2x - 3x - x^2 \\ &= 2(3+x) - x(3+x) \\ &= (3+x)(2-x) \\ &= (2-x)(x+3) \end{aligned}$$

உதாரணம் 4

$a^2 - 4ab - 5b^2$ இன் காரணிகளை வேறுபடுத்துக. இங்கு b ஐ ஒரு மாறிலியாகக் கருதும்போது அக்கோவையை a யின் மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையாகக் கருதலாம். அப்போது $a^2 - 4ab - 5b^2$ இன் முதல் உறுப்பினதும் கடைசி உறுப்பினதும் பெருக்கம் $= a^2\ (-5b^2) = -5a^2b^2$
நடு உறுப்பு $= -4ab$
பெருக்கம் $-5a^2b^2$ ஆகவும் கூட்டுத்தொகை $-\ 4ab$ ஆகவும் உள்ள இரு உறுப்புகள் $-4ab$ யும் ab யும் ஆகும்.

$$\begin{aligned} &a^2 - 4ab - 5b^2 \\ &= a^2 + ab - 5ab - 5b^2 \\ &= a(a+b) - 5b(a+b) \\ &= \underline{\underline{(a+b)(a-5b)}} \end{aligned}$$

குறிப்பு: இதனை b இன் மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையாகக் கருதியும் காரணிகளை வேறுபடுத்தலாம். அப்போது மேற்குறித்த விடையே பெறப்படும்.

மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவைகளின் காரணிகளின் செவ்வைத் தன்மை

ஒரு மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையொன்றின் காரணிகளை வேறுபடுத்தி அக்காரணிகள் சரியாவெனச் சோதித்துப் பார்ப்போம். அதற்காக $x^2 + 3x - 40$ இன் காரணிகளை வேறுபடுத்துவோம்.

$$\begin{aligned} x^2 + 3x - 40 &= x^2 + 8x - 5x - 40 \\ &= x(x+8) - 5(x+8) \\ &= (x+8)(x-5) \end{aligned}$$

$(x+8)$, $(x-5)$ என்னும் காரணிச் சோடி சரியானது எனின், அவற்றின் பெருக்கத்திலிருந்து முதற் கோவை கிடைத்தல் வேண்டும். $(x + 8)\ (x - 5)$ என்னும் பெருக்கத்தைக் காண்போம்.

$$(x + 8)\ (x - 5) = x^2 - 5x + 8x - 40$$

$$= x^2 + 3x - 40$$

$x^2 + 3x - 40$ எனக் கிடைத்துள்ளமையால் அதன் காரணிகள் $(x + 8)$, $(x - 5)$ என்பவை சரியாகும்.

பயிற்சி 7.1

1. பின்வரும் அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

அட்சரகணித உறுப்புகளின் சோடி	பெருக்கம்	கூட்டுத்தொகை
$4x, x$	$4x^2$	$5x$
$2x, 7x$	....	....
$-5x, x$	....	....
$-3a, -7a$	....	....
$-p, -5p$	....	....
$2mn, -8mn$	....	....
....	$-4x^2$	$3x$
....	$-7x^2$	$6x$
....	$-10a^2$	$-3a$
....	$8p^2$	$6p$

2. பின்வரும் மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவைகள் ஒவ்வொன்றினதும் காரணிகளை வேறுபடுத்துக.

I.

a. x^2+6x+8 **b.** $a^2-8a+15$ **c.** $p^2+8p+12$

d. $x^2-10x+21$ **e.** $m^2+11m+24$ **f.** $y^2-11y+18$

g. $n^2+15n+14$ **h.** $x^2-17x+30$ **i.** $a^2+14a+49$

j. $p^2-12p+35$ **k.** $p^2+8p-20$ **l.** $x^2-3x-10$

m. p^2+p-20 **n.** $n^2-4n-21$ **o.** $a^2+3a-28$

p. $y^2-4y-12$ **q.** $m^2-40+6m$ **r.** $5p+p^2-24$

s. $45+x^2-14x$ **t.** $n^2-28-12n$

II. **a.** $10-3x-x^2$ **b.** $12-p-p^2$ **c.** $12-4x-x^2$

d. $50+5x-x^2$ **e.** $18+7a-a^2$ **f.** $56-y-y^2$

III. **a.** $a^2+7ab+10b^2$ **b.** $x^2+3xy+2y^2$

c. $p^2-7pq+12q^2$ **d.** $y^2+10ay+24a^2$

e. $a^2-10ab+21b^2$ **f.** $x^2-2xy-8y^2$

g. $p^2+pq-12q^2$ **h.** $y^2-3py-10p^2$

i. $a^2-ab-20b^2$ **j.** $x^2+6xy-40y^2$

3. x இனால் தரப்படும் ஓர் எண்ணுடன் வேறோர் எண்ணைக் கூட்டியும் x இனால் தரப்படும் எண்ணிலிருந்து வேறோர் எண்ணைக் கழித்தும் x பெறப்படும் கோவைகளின் பெருக்கம் x^2+x-56 ஆகும்.

(i) தரப்பட்டுள்ள கோவையின் காரணிகளைக் காண்க.

(ii) x இனால் தரப்படும் எண்ணுடன் எவ்வளவு கூட்டப்பட்டுள்ளது?

(iii) x இனால் தரப்படும் எண்ணிலிருந்து எவ்வளவு கழிக்கப்பட்டுள்ளது?

7.2 மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவைகளின் காரணிகள் (மேலும்)

நாம் இரண்டாம்படி உறுப்பின் குணகம் 1 அல்லது -1 ஆக இருக்கும் இருபடிக் கோவைகளின் காரணிகளைக் காணும் விதம் பற்றி ஆராய்ந்தோம். இரண்டாம்படி உறுப்பின் குணகம் வேறு ஒரு நிறைவெண் பெறுமானத்தை எடுக்கும் சந்தர்ப்பங்களில் காரணிகளைக் காணும் விதம் பற்றி இப்போது பார்ப்போம். மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவை $3x^2 + 14x + 15$ ஐக் கருதுவோம். அது $ax^2 + bx + c$ எனும் வடிவத்தில் இருக்கின்றது.அதில் a யின் பெறுமானம் 3 ஆகும். இங்கும் மேற்குறித்த முறையையே பயன்படுத்தலாம்.

உதாரணம் 1

$3x^2 + 14x + 15$ இன் காரணிகளை வேறுபடுத்துக.

காரணிகளின் பெருக்கம் $= 45x^2$

கூட்டுத்தொகை $= 14x$ ஆக வேண்டும்.

$$\begin{aligned}\therefore\ 3x^2+14x+15 &= 3x^2+5x+9x+15\\ &= x(3x+5)+3(3x+5)\\ &= \underline{\underline{(3x+5)(x+3)}}\end{aligned}$$

உதாரணம் 2

காரணிகளை வேறுபடுத்துக.

$6x^2 + x - 15$

$= 6x^2 + 10x - 9x - 15$

$= 2x(3x+5) - 3(3x+5)$

$= (3x+5)(2x-3)$

உதாரணம் 3

காரணிகளை வேறுபடுத்துக.

$2a^2 - 13ab - 7b^2$

$= 2a^2 - ab + 14ab - 7b^2$

$= a(2a-b) + 7b(2a-b)$

$= (2a-b)(a+7b)$

மேலேயுள்ள உதாரணங்களில் $ax^2 + bx + c$ என்னும் வடிவிலான இருபடிக் கோவைகளில் a,b,c ஆகியவை நிறைவெண்களாகும். அவை பின்னங்களாக உள்ள போதும் கீழேயுள்ள உதாரணத்தில் தரப்பட்டுள்ள முறையில் அதன் காரணிகளைக் காணலாம்.

உதாரணம் 3

$x^2 + \frac{5}{2}x + 1$ என்னும் இருபடிக் கோவையின் காரணிகளைக் காண்க.

இங்கு முதலில் தரப்பட்டுள்ள அட்சர கணிதக் கோவையை ஒரு பொதுப் பகுதியெண்ணில் எழுதுவோம்.

$$x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = \frac{2x^2 + 5x + 2}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(2x^2 + 5x + 2)$$

இன் அடைப்பினுள்ளே உள்ள இருபடிக் கோவைகளின் காரணி காண்போம்.

$$2x^2 + 5x + 2 = 2x^2 + x + 4x + 2$$

$$= x(2x+1) + 2(2x+1)$$

$$= (2x+1)(x+2)$$

எனவே $x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = \frac{1}{2}(2x+1)(x+2)$

பயிற்சி 7.2

1. பின்வரும் மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவைகள் ஒவ்வொன்றையும் காரணிகளாக வேறுபடுத்துக.

I.

a. $2x^2 + 3x + 1$	**b.** $5a^2 - 7a + 2$	**c.** $2x^2 - x - 1$
d. $4p^2 + 4p - 3$	**e.** $6x^2 + 3x - 3$	**f.** $2x^2 - 11xy + 15y^2$
g. $2y^2 - 5ya + 3a^2$	**h.** $2a^2 + 7ab + 6b^2$	**i.** $5p^2 - 9pq - 2q^2$
j. $2m^2 + 3mn - 2n^2$	**k.** $x^2y^2 + 10xy + 16$	**l.** $2x^3 - x^2y - 3xy^2$

2. மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவைகளின் காரணிகள் பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்திப் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i) $8^2 + 7 \times 8 + 2 \times 5$ (ii) $93^2 + 3 \times 93 - 28$

(iii) $27^2 - 4 \times 27 - 21$ (iv) $54^2 + 2 \times 54 - 24$

7.3 இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசமாகக் காட்டப்படும் கோவைகளின் காரணிகள்

$(x - y)$, $(x + y)$ என்னும் ஈருறுப்பு கோவைகளின் பெருக்கத்தைக் கருதுக.

$$(x-y)(x+y) = x^2 + xy - xy - y^2$$
$$= x^2 - y^2$$

$x^2 - y^2$ என இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசம் கிடைத்துள்ளது. அதாவது $x^2 - y^2$ வடிவத்தில் உள்ள ஒரு கோவையின் காரணிகள் $x - y$, $x + y$ ஆகும்.

மேலும் $x^2 - y^2$ ஓர் இருபடிக் கோவையாகும். இங்கு நடு உறுப்பை 0 எனக் கொண்டு மூவுறுப்பு இருபடிக் கோவையின் வடிவத்திற்கு $x^2 + 0 - y^2$ என எழுதலாம். அதன் காரணிகளை வேறுபடுத்துவோம்.

முதல்,கடைசி உறுப்புகளின் பெருக்கம் $= - x^2 y^2$

நடு உறுப்பு $= 0$ ஆகவேண்டும்.

$x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$ ஆகும்.

$$x^2 + 0 - y^2$$
$$= x^2 - xy + xy - y^2$$
$$= x(x-y) + y(x \quad y)$$
$$= \underline{\underline{(x-y)(x+y)}}$$

இதன் மூலமும் $x^2 - y^2 = (x-y)(x+y)$ ஆகும்.

இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசத்தின் காரணிகள் இடம்பெறும் பின்வரும் உதாரணங்களைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 1

(i) $x^2 - 4$ (ii) $4x^2 - 9$ (iii) $25a^2 - 10b^2$ என்பவற்றை காரணிகளாக வேறுபடுத்துக.

(i)
$$x^2 - 4$$
$$= x^2 - 2^2$$
$$= \underline{\underline{(x-2)(x+2)}}$$

(ii)
$$4x^2 - 9$$
$$= (2x)^2 - 3^2$$
$$= \underline{\underline{(2x-3)(2x+3)}}$$

(iii)
$$25a^2 - 16b^2$$
$$= (5a)^2 - (4b)^2$$
$$= \underline{\underline{(5a-4b)(5a+4b)}}$$

மேற்குறித்த உதாரணங்களைப் பரிசீலித்து பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்க.

பயிற்சி 7.3

1. வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(i) $x^2 - 36$
$= x^2 - ....^2$
$= \underline{\underline{(x-6)(x+6)}}$

(ii) $9 - y^2$
$= .... - ....$
$= \underline{\underline{(......)(......)}}$

(iii) $25x^2 - 4y^2$
$= (...)^2 - (...)^2$
$= \underline{\underline{(......)(......)}}$

(iv) $2a^2 - 8b^2$
$= 2(..............)$
$= 2(a^2 - (....)^2)$
$= \underline{\underline{2(......)(......)}}$

(v) $3p^2 - 27q^2$
$= 3(..... - ....)$
$= 3\,[(...)^2 - (...)^2]$
$= \underline{\underline{......(......)(......)}}$

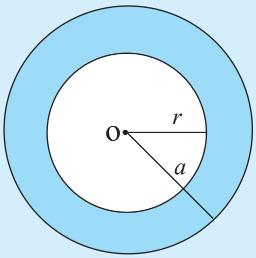
(vi) $a^2b^2 - 1$
$= (ab)^2 - ....$
$= \underline{\underline{(... - ...)(... + ...)}}$

2. பின்வரும் அட்சரகணிதக் கோவைகள் ஒவ்வொன்றையும் காரணிகளாக வேறுபடுத்துக.

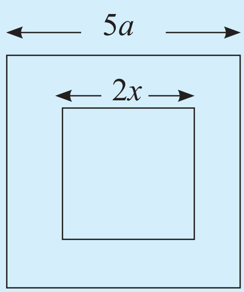
a. $y^2 - 81$ **b.** $16 - b^2$ **c.** $100 - n^2$ **d.** $m^2n^2 - 1$
e. $16a^2 - b^2$ **f.** $4x^2 - 25$ **g.** $9p^2 - 4q^2$ **h.** $400 - 4n^2$
i. $8x^2 - 2$ **j.** $4x^2y^2 - 9y^2$

3. O வை மையமாகக் கொண்ட இரு ஒரு மைய வட்டங்கள் உருவில் காணப் படுகின்றன. சிறிய வட்டத்தின் ஆரை r உம் பெரிய வட்டத்தின் ஆரை a யும் ஆகும்.

(i) சிறிய வட்டத்தின் பரப்பளவை π , r ஆகியவற்றின் சார்பிற் காட்டுக.
(ii) பெரிய வட்டத்தின் பரப்பளவை π , a ஆகியவற்றின் சார்பிற் காட்டுக.
(ii) உருவில் நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதியின் பரப்பளவுக்காக π, r , a ஆகியன இடம்பெறும் கோவையை எழுதி அதனைக் காரணிகளின் ஒரு பெருக்கமாகக் காட்டுக.



4. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $5a$ அலகுகளாகவும் $2x$ அலகுகளாகவும் உள்ள இரு சதுரங்கள் உருவில் காணப்படுகின்றன.
(i) சிறிய சதுரத்தின் பரப்பளவை x இன் சார்பிற் காட்டுக.
(ii) பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவை a இன் சார்பிற் காட்டுக.
(iii) பெரிய சதுரத்தின் பரப்பளவு சிறிய சதுரத்தின் பரப்பளவிலும் பார்க்க $(5a + 2x)(5a - 2x)$ சதுர அலகுகளினால் கூடியது எனக் காட்டுக.



7.4 இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசத்தின் காரணிகள் (மேலும்)

இரு வர்க்கங்களின் வித்தியாசமாகக் கருதிக் காரணிகள் காணப்படத்தக்க பல அட்சரகணிதக் கோவைகள் உள்ளன. பின்வருவன அத்தகைய இரு சந்தர்ப்பங்களாகும்.

உதாரணம் 1

(i) பின்வருவனவற்றை காரணிகளாக வேறுபடுத்துக.

$(x+2)^2 - y^2$ (ii) $(a-2)^2 - (a+5)^2$

(i) $(x+2)^2 - y^2$

$= [(x+2)-y]\,[(x+2)+y]$

$= \underline{\underline{(x+2-y)(x+2+y)}}$

(ii) $(a-2)^2 - (a+5)^2$

$= [(a-2)-(a+5)]\,[(a-2)+(a+5)]$

$= (a-2-a-5)(a-2+a+5)$

$= \underline{\underline{-7(2a+3)}}$

பயிற்சி 7.4

1. காரணிகளை வேறுபடுத்துக.

a. $(x+1)^2 - 4$ **b.** $(y-2)^2 - 9$ **c.** $(2a+3)^2 - 49$

d. $(4x-3y)^2 - 25$ **e.** $(2p+3)^2 - 4q^2$ **f.** $25 - (x+3)^2$

g. $4 - (a-2)^2$ **h.** $16 - (m+2)^2$ **i.** $(m+2)^2 - (m+1)^2$

j. $(2x+3)^2 - (x-2)^2$

பலவினப் பயிற்சி

1. பின்வருவனவற்றை காரணிகளாக வேறுபடுத்துக.

a. $(x-y)^2 - 4a^2b^2$ **b.** $x^2y^2 + 10xy + 16$

c. $p^2q^2 - pq - 20$ **d.** $2x^3 - x^2y - 3xy^2$

e. $6x^2 - 2x - 4$ **f.** $(x+1)^2 - (x-3)^2$

g. $x(x+5) - 14$ **h.** $(2x-1)^2 - 4$

2. பின்வருவனவற்றை காரணிகளாக வேறுபடுத்துக. (சாடை $x^2 = y$ எனக் கொள்க)

a. $x^4 + 5x^2 + 6$ **b.** $x^4 - 16$

c. $2x^4 + 14x^2 + 24$ **d.** $1 - 81x^4$