

இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்

- பின்னங்கள் பயன்படுத்தப்படும் சந்தர்ப்பங்களை இனங்காண்பதற்கும்
 - பின்னங்களுடன் தொடர்புபட்ட பிரச்சினைகளைத் தீர்ப்பதற்கும்
- தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

பின்னங்கள்



உருவில் ஒரு குறித்த வகைச் சொக்களேற்றுக் காணப்படுகின்றது. அது எளிதாகத் துண்டுகளாக உடைக்கப்படத்தக்கதாகப் பத்துச் சம பகுதிகளாகப் பிரித்துக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

முழுச் சொக்களேற்றையும் ஓர் அலகாகக் கருதும்போது அதிலிருந்து வேறாக்கப்பட்ட

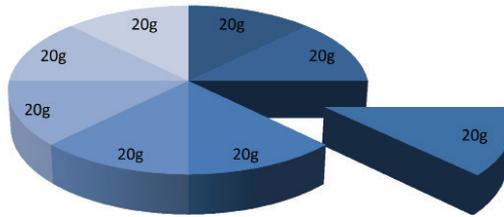
ஒரு துண்டு முழுச் சொக்களேற்றின் $\frac{1}{10}$ எனவும்

இரு துண்டுகள் முழுச் சொக்களேற்றின் $\frac{2}{10}$ எனவும்

மூன்று துண்டுகள் முழுச் சொக்களேற்றின் $\frac{3}{10}$ எனவும் காட்டலாம். மற்றைய துண்டுகளின் அளவையும் இவ்வாறு காட்டலாம்.

இவ்வாறு ஒரு முழு அலகிலிருந்து வேறாக்கப்பட்ட பகுதிகளாகிய $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$ ஆகியன பின்னங்கள் எனப்படும்.

இனி இன்னோர் உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.



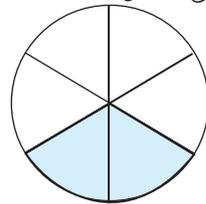
இவ்வருவில் ஒரு குறித்த வகைப் பாற்கட்டி பைக்கற்று காணப்படுகின்றது. அது எட்டுச் சம பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது. அதன் ஒரு பகுதி வேறாக்கி எடுக்கப்பட்டுள்ளது. அத்துண்டு பைக்கற்றில் உள்ள பாற்கட்டியின் $\frac{1}{8}$ ஆகும்.

முழுப் பாற்கட்டியும் 160 டி திணிவைக் கொண்டிருப்பின் வேறாக்கி எடுத்த துண்டு அதில் $\frac{1}{8}$ ஆன 20 டி திணிவைக் கொண்டுள்ளது. 160 டி ஆன பாற்கட்டியின் மொத்தத்

திணிவு அதன் ஓர் அலகாகக் கருதப்படுகின்றது. பின்னங்கள் பற்றிக் குறிப்பிடும் போது அது பெறப்பட்ட முழு அலகையும் பற்றிக் கருதுதல் வேண்டும். உதாரணமாக "ஒரு வகுப்பில் உள்ள முழு மாணவர்களினதும் $\frac{2}{3}$ ஆனோர் பெண் பிள்ளைகளாவார்" என்னும் கூற்றில் இங்கு $\frac{2}{3}$ எனும் பின்னத்தைக் காட்டுவதற்கு வகுப்பிலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கை ஆனது ஓர் அலகாகக் கருதப்பட்டுள்ளது. பின்வரும் அட்டவணையில் உள்ள ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பங் களினதும் முழு அலகுகள் தரப்பட்டுள்ளன.

சந்தர்ப்பம்	முழு அலகு
(i) வளி மண்டலத்தின் $\frac{1}{6}$ இல் ஓட்ச்சன் உள்ளது.	வளிமண்டலத்தின் கனவளவு
(ii) 50 லீற்றர் நீரில் $\frac{1}{4}$ ஆனது பயன்படுத்தப்பட்டுள்ளது.	50 லீற்றர் நீர்
(iii) 200 m ² நிலத்தின் $\frac{2}{3}$ இல் மரக்கறி பயிரிடப்பட்டுள்ளது.	200 m ² நிலம்
(iv) பெற்ற விளைச்சலில் $\frac{1}{4}$ பயன்பாட்டிற்கு வைக்கப்பட்டுள்ளது.	பெற்ற விளைச்சலின் அளவு
(v) 5 m நீளமுள்ள ஒரு கம்பியின் $\frac{3}{4}$ வெட்டப்பட்டுள்ளது.	5 m நீளமுள்ள கம்பி
(vi) 25 தோடம்பழங்களில் $\frac{1}{6}$ பழுதடைந்துள்ளன.	25 தோடம்பழங்கள்
(vii) ஒரு தந்தை தனது தோட்டத்தில் சரி பாதியை (அதாவது $\frac{1}{2}$ மகனுக்கு வழங்கினார்).	தோட்டத்தின் மொத்தப் பரப்பளவு

உருவில் உள்ள வட்ட வடிவம் ஆறு சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. அதில் நிழற்றப்பட்டுள்ள பின்னம் $\frac{2}{6}$ என்பதை நாம் அறிவோம்.



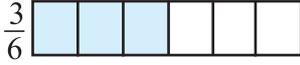
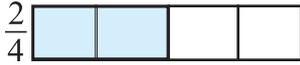
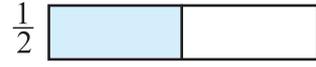
$\frac{2}{6}$ இல் 6 பகுதியெண்ணும் 2 தொகுதியெண்ணும் ஆகும். அலகு பிரிக்கப்பட்டுள்ள

பகுதிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை பகுதியெண் ஆகும். வேறாக்கப்பட்டுள்ள பகுதிகளின் எண்ணிக்கை தொகுதியெண் ஆகும். இங்கு தொகுதியெண் பகுதியெண்ணிலும் சிறியதாகும். இவ்வாறு பெறும் பின்னங்கள் முறைமைப் பின்னங்கள் (உள்ளபடியான பின்னங்கள்) எனப்படும். இதற்கேற்ப, முறைமைப் பின்னத்தின் தொகுதி பகுதியிலும் சிறியதாகும்.

தொகுதி 1 ஆன $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}$ போன்ற பின்னங்கள் அலகுப் பின்னங்கள் ஆகும்.

உருவில் ஒரே அலகிலிருந்து பெற்ற $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ஆகியவற்றைக் காட்டும் மூன்று சந்தர்ப்பங்கள் நிழற்றிக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

(இங்கு செவ்வகத்தின் பரப்பற்றவு ஓர் அலகாகக் கொள்ளப்படும்)

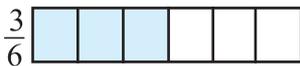
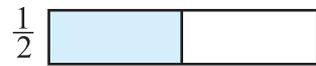


இவ்வருக்களுக்கேற்ப $\frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{4}$ என்பது தெளிவாகும்.

அவ்வாறே தொகுதி எண் சமமான, ஆனால் பகுதியெண் சமமற்ற $\frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}$ போன்ற பின்னங்களிலும் பகுதியெண் பெரிதாகும்போது அப்பின்னங்களால் குறிப்பிடப்படும் பெறுமானங்கள் பருமனில் குறைகின்றன.

அதாவது $\frac{2}{3} > \frac{2}{4} > \frac{2}{5} > \frac{2}{6}$ ஆகும்.

ஒரே அலகிலிருந்து பெறப்பட்ட $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}$ ஆகிய மூன்று பின்னங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.



உருவிற்கேற்ப அம்மூன்று பின்னங்களினாலும் காட்டப்படும் பருமன்கள் சமனாகும்.

அதாவது $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ ஆகும்.

இத்தகைய ஒன்றுக்கொன்று சமமான பின்னங்கள் சமவலுப் பின்னங்கள் எனப்படும். ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் பெருக்குவதன் மூலம் சமவலுப் பின்னங்களைப் பெறலாம்.

உதாரணங்களாக,

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10}$$

தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒரே எண்ணினால் வகுப்பதன் மூலமும் சமவலுப் பின்னங்கள் பெறப்படும்.

$$\frac{5}{10} = \frac{5 \div 5}{10 \div 5} = \frac{1}{2}, \quad \frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2}, \quad \frac{8}{16} = \frac{8 \div 8}{16 \div 8} = \frac{1}{2}$$

இப்போது $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ என்னும் ஒன்றுக்கொன்று பருமனில் சமனற்ற, ஒரே அலகிலிருந்து

பெற்ற இரு பின்னங்களைக் கருதுவோம்.

இப்போது நாம் $\frac{2}{3}$ இற்கும் $\frac{3}{4}$ இற்கும் பொருத்தமான சில சமவலுப் பின்னங்களை எழுதுவோம்.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \left(\frac{8}{12}\right) = \frac{10}{15} = \frac{12}{18} = \frac{14}{21} = \left(\frac{16}{24}\right) = \frac{18}{27} = \dots$$

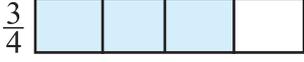
$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \left(\frac{9}{12}\right) = \frac{12}{16} = \frac{15}{20} = \left(\frac{18}{24}\right) = \frac{21}{28} = \dots$$

$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ என்னும் பின்னங்களுக்குச் சமவலுவாகும் பின்னங்களிலிருந்து ஒரே பகுதி உள்ள பின்னங்களும் உள்ளன என்பது தெரிகிறது. $\frac{8}{12}, \frac{9}{12}$ என்பன இவ்வாறான இரண்டு பின்னங்களாகும். $\frac{16}{24}, \frac{18}{24}$ என்பன இவ்வாறான மேலும் இரண்டு பின்னங்களாகும். அவற்றில் மிகச் சிறிய பொதுப் பகுதி உள்ள பின்னங்களாகிய $\frac{8}{12}, \frac{9}{12}$ ஆகியவற்றைத் தெரிந்தெடுப்போம்.

$\frac{8}{12}, \frac{9}{12}$ ஆகியவற்றை ஒப்பிடும்போது $\frac{9}{12} > \frac{8}{12}$ ஆகும்.

ஆயினும் $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ உம் $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$ உம் ஆகையால் $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ என நாம் முடிவெடுக்கலாம்.

மேலே சமவலுப் பின்னங்களின் கீழ் $\frac{3}{4}$ ஐயும் $\frac{2}{3}$ ஐயும் ஒப்பிடுதலை ஒரு வரிப்படத்தினாலும் விளக்குவோம்.



உருவின்படி $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$ என்பது தெளிவாகும். இதற்கேற்பப் பின்னங்களை ஒப்பிடும்போது பொதுப் பகுதியெண்ணைக் கொண்ட சமவலுப் பின்னங்களில் எழுதிக்கொள்வது பொருத்தமானது என்பது தெளிவாகும்.

இனி, பின்னங்கள் கூட்டப்படுதல், கழிக்கப்படுதல் என்பவற்றைக் கருதுவோம்.

முன்னைய வகுப்புகளில் $\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10}$ என்பது போன்ற பகுதியெண் சமனாகவுள்ள பின்னங்களைக் கூட்டுவதற்குக் கற்றுள்ளீர்கள். அவ்வாறே $\frac{6}{7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7}$ போன்ற பகுதி சமனாகவுள்ள பின்னங்களைக் கழிக்க முடியும் என்பதையும் கண்டுள்ளீர்கள். பகுதியெண் சமனற்ற பின்னங்களைக் கூட்டும்போதும் கழிக்கும்போதும் உரிய பின்னங்களைப் பொதுப் பகுதியெண்ணைக்கொண்ட சமவலுப் பின்னங்களாக மாற்றிக் கொள்ளலாம்.

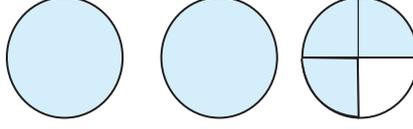
உதாரணமாக

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} + \frac{1}{4} &= \frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} \\ &= \frac{8}{12} + \frac{3}{12} \\ &= \frac{11}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} - \frac{1}{3} &= \frac{3 \times 3}{5 \times 3} - \frac{1 \times 5}{3 \times 5} \\ &= \frac{9}{15} - \frac{5}{15} \\ &= \frac{4}{15} \end{aligned}$$

ஓரலகிற்கு மேற்பட்ட அளவுகளை வகைகுறிப்பதற்கும் பின்னங்களைப் பயன்படுத்தலாம். உதாரணமாக ஒரு பாணின் $\frac{3}{2}$ எனக் குறிப்பிடுவது எந்த அளவை எனப் பார்ப்போம். இதன் மூலம் தரப்படுவது ஒரு பாணை இரண்டு சமனான துண்டுகளாக வெட்டிப் பெறப்படும் பகுதியைப் போன்று மூன்று துண்டுகளைக் குறிக்கும். அது ஒன்றரை பாணின் அளவுடையதாகும். அதாவது $1 + \frac{1}{2}$ பாண் அல்லது சுருக்கமாக $1\frac{1}{2}$ பாண் அளவுடையதாகும்.

மேலும் ஓர் உதாரணமாக, ஒரு வட்டத்தின் $2\frac{3}{4}$ என்னும் அளவை உருவில் மூலம் காட்டுவோம்.



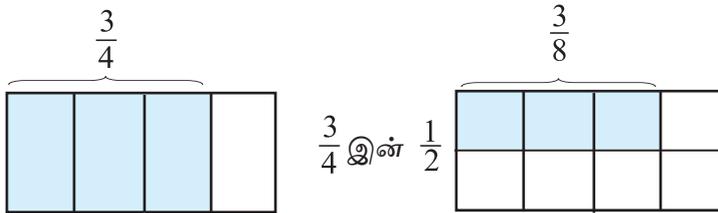
மூன்று உருக்களையும் தனித்தனியாக அன்றி ஒன்றாக எடுத்து ஒரே அலகாகக் கருதினால் இது $\frac{11}{12}$ வகைகுறிக்கப்படும். எனினும் ஒரு கலப்பெண் ஆகையால் ஒவ்வொரு உருவையும் தனித்தனியாக எடுத்து இரு முழு ஒன்றுகளையும் மற்றைய அலகில்

ஒரு பகுதியை எடுக்கும்போது $\frac{11}{4}$ வகைகுறிக்கப்படும். அப்போது $2\frac{3}{4}$ என்னும் கலப்பெண்ணை $\frac{11}{4}$ ஆக எடுத்துரைக்கலாம். அப்பின்னத்தின் தொகுதி பகுதியிலும் பார்க்கப் பெரியது. அத்தகைய பின்னம் முறைமையில்லாப் பின்னம் எனப்படும்.

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{4} &= 1+1+\frac{3}{4} \\ &= \frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{3}{4} \\ &= \frac{11}{4} \end{aligned}$$

இதற்கேற்ப $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$ என்பது தெளிவாகும். $2\frac{3}{4}$ என எழுதும்போது அது கலப்புப் பின்னம் எனப்படும். ஒரு முறையில்லாப் பின்னத்தை கலப்புப் பின்னமாகவும், ஒரு கலப்புப் பின்னத்தை முறைமையில்லாப் பின்னமாகவும் மாற்றும் முறையை முன்னைய தரங்களில் கற்றுள்ளீர்கள்.

இப்போது நாம் பின்னங்களைப் பெருக்கல் பற்றியும் நினைவுபடுத்துவோம். அதற்காக $\frac{3}{4}$ இன் $\frac{1}{2}$ எவ்வளவெனப் பார்ப்பதற்கு அதனைப் பின்வருமாறு வரிப்பட முறையில் காட்டுவோம்.



உருவின்படி $\frac{3}{4}$ இன் $\frac{1}{2}$ என்பது $\frac{3}{8}$ என்பது தெளிவாகும்.

$\frac{3}{4}$ இன் $\frac{1}{2}$ ஐப் பின்வருமாறு ஐச் சுருக்குவதன் மூலமும் மேற்குறித்த விடையைப் பெறலாம்.

$$= \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{3}{8}$$

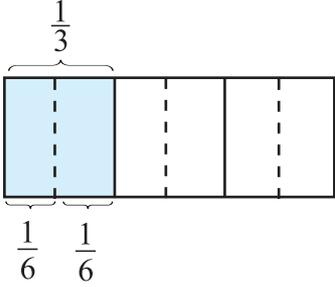
இன் என்பது பெருக்குவதற்கான கணிதச் செய்கை என்பதும் தொகுதி 3×1 எனவும் 4×2 எனவும் அமையும் என்பதும் தெளிவாகும்.

இப்போது பின்னங்களை வகுக்கும் சந்தர்ப்பங்களைக் கருதுவோம்.

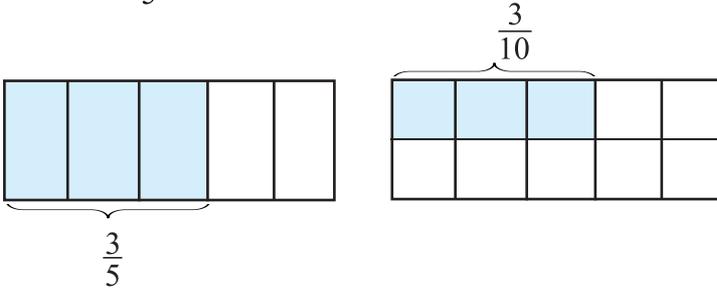
இப்போது நாம் ஓரலகின் $\frac{1}{3}$ இல் அதே அலகின் எத்தனை $\frac{1}{6}$ கள் இருக்கின்றன என்பதை ஓர் உருவைக் கொண்டு பார்ப்போம்.

$$\frac{1}{6} \text{ களின் எண்ணிக்கை} = \frac{1}{3} \div \frac{1}{6}$$

$$= 2$$



ஓரலகின் $\frac{3}{5}$ இன் அரைவாசியைப் பெறுவோம்.



$$\text{உருவிற்கேற்ப } \frac{3}{5} \text{ இன் அரைவாசி} = \frac{3}{10}$$

$$\text{உருவிற்கேற்ப } \frac{3}{5} \text{ இன் அரைவாசி} = \frac{3}{5} \div 2$$

$$= \frac{3}{10}$$

எப்போதும் உருக்களைக் கொண்டு பின்னங்களை வகுத்தல் ஒரு கஷ்டமான பணியாகும். அதற்காக வேறொரு முறையை இனங்காணுதல் வேண்டும். உருக்களைக் கொண்டு செய்யப்பட்ட மேற்குறித்த வகுத்தலை மறுபடியும் பின்வருமாறு பார்ப்போம்.

$$\begin{aligned}\frac{3}{5} \div 2 &= \frac{3}{5} \div \frac{2}{1} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} \quad (2 = \frac{2}{1} \text{ என்பதால்}) \\ &= \frac{3}{10} \quad (\frac{2}{1} \text{ ஆல் வகுப்பதற்குப் பதிலாக } \frac{1}{2} \text{ ஆல் பெருக்கும்போது})\end{aligned}$$

உருவிற்கேற்பக் கிடைத்த விடையே பெறப்படுகின்றது.

$$\begin{aligned}\text{அது } \frac{1}{3} \div \frac{1}{6} \text{ இற்கும் பொருந்துமாவெனப் பார்ப்போம். } \frac{1}{3} \div \frac{1}{6} &= \frac{1}{3} \times \frac{6^2}{1} \\ &= \underline{\underline{2}}\end{aligned}$$

$\frac{1}{3} \div \frac{1}{6}$ இல் $\frac{1}{6}$ இனால் வகுப்பதற்குப் பதிலாக இன் $\frac{1}{6}$ நிகர்மாற்றான $\frac{6}{1}$ இனால் பெருக்குவதனாலும் உருவிற்கேற்பப் பெற்ற விடை கிடைக்கின்றது. ஒரு பின்னம் வேறொரு பின்னத்தினால் வகுக்கப்படும்போது இரண்டாம் பின்னத்தின் நிகர்மாற்றினால் பெருக்கப்படுகின்றது. பொதுவாக $\frac{a}{b}$ வடிவிலான ஒரு பின்னத்தின் நிகர்மாறு $\frac{b}{a}$ ஆகும்.

பின்வரும் சுருக்கலின் மூலம் பின்னங்கள் பற்றி இதுவரைக்கும் கற்ற எல்லா விடயங்களையும் மறுபடியும் நினைவுபடுத்துவோம்.

$$\begin{aligned}
& \left(2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \right) \div \left(1\frac{2}{3} \text{இன்} \frac{4}{5} \right) \\
&= \left(\frac{8}{3} - \frac{3}{2} + \frac{5}{6} \right) \div \left(\frac{5^1}{3} \times \frac{4}{5_1} \right) \\
&= \left(\frac{16 - 9 + 5}{6} \right) \div \frac{4}{3} \\
&= \frac{12}{6} \div \frac{4}{3} \\
&= 2 \div \frac{4}{3} \\
&= \frac{1\cancel{2}}{1} \times \frac{3}{\cancel{4}_2} \\
&= \frac{3}{2} \\
&= \underline{\underline{1\frac{1}{2}}}
\end{aligned}$$

பின்னங்களைச் சுருக்கும்போது அடிப்படைக் கணிதச் செய்கைகளின் ஒழுங்கு பின்வருமாறு.

- அடைப்புக்குள் இருக்கும் பகுதிகள் - B - Brackets
- “இன்” தொடர்புபடுத்தப்பட்ட பகுதி - O - Of
- வகுத்தலும் பெருக்கலும் - D - Division
- (இடமிருந்து வலமாக) M - Multiplication
- கூட்டலும் கழித்தலும் - A - Addition
- S - Subtraction

பின்னங்கள் பற்றிக் கற்ற விடயங்களை மேலும் நினைவுபடுத்துவதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள பின்னங்களை அட்டவணையில் பொருத்தமான பகுதியில் எழுதிப் பூரணப்படுத்துக.

$$\frac{4}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{7}, \frac{4}{9}, \frac{9}{4}, \frac{19}{15}, \frac{7}{12}, \frac{1}{15}, \frac{7}{8}, \frac{11}{9}, \frac{23}{50}, \frac{22}{7}, \frac{1}{3}, \frac{8}{7}, \frac{6}{5}$$

அலகுப் பின்னங்கள்	
முறைமைப் பின்னங்கள்	
முறைமையில்லாப் பின்னங்கள்	

2. வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

கலப்பெண்	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{5}$	$3\frac{5}{6}$
முறைமையில்லாப் பின்னங்கள்	$\frac{7}{2}$	$\frac{16}{3}$	$\frac{22}{5}$

3. சமவலுப் பின்னங்கள் கிடைக்கத்தக்கதாக வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

a. $\frac{1}{4} = \frac{1 \times \dots}{4 \times 3} = \frac{\dots}{12}$ b. $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{12}$ c. $\frac{2}{7} = \frac{\dots}{14}$ d. $\frac{4}{16} = \frac{\dots}{\dots}$

e. $\frac{8}{20} = \frac{\dots \div \dots}{\dots \div \dots} = \frac{\dots}{5}$ f. $\frac{10}{12} = \frac{5}{\dots}$ g. $\frac{21}{30} = \frac{7}{\dots}$ h. $\frac{75}{100} = \frac{\dots}{\dots}$

4. பின்வரும் பின்னக் கூட்டங்கள் ஒவ்வொன்றையும் ஏறுவரிசையில் எழுதுக.

(i) $\frac{1}{7}, \frac{1}{3}, \frac{1}{10}, \frac{1}{2}$ (ii) $\frac{2}{5}, \frac{2}{9}, \frac{2}{11}, \frac{2}{3}$

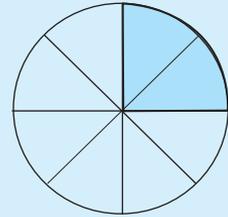
(iii) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}$ (iv) $\frac{4}{5}, \frac{5}{8}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}$

5. ஒரு வீட்டில் தினசரி நுகர்ச்சிக்காக நீர் நிரம்பியுள்ள ஒரு தொட்டியிலிருந்து $\frac{3}{4}$ பயன்படுத்தப்படின் நாளின் இறுதியில் அத்தொட்டியில் எஞ்சியுள்ள நீரின் அளவு யாது?

6. A, B என்பன நீளத்தில் சமனற்ற இரு கம்பிகளாகும். A யின் நீளத்தில் $\frac{1}{3}$ உம் B யின் நீளத்தின் $\frac{1}{3}$ உம் சமமா? சமனில்லையா? உங்கள் விடைக்குக் காரணங்கள் தருக.

7. உருவில் உள்ளவாறு எட்டுச் சம பகுதிகளாக வேறுபடுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு வட்டத் தகட்டில் நிழற்றப்பட்டுள்ள இரு பகுதிகள் வெட்டி அகற்றப்பட்டுள்ளன.

- a. எஞ்சியிருக்கும் அளவு தகட்டின் என்ன பின்னமாகும்?
b. எஞ்சியிருக்கும் பகுதியின் அரைவாசி முழுத் தகட்டின் என்ன பின்னமாகும்?



8. சுருக்குக.

a. $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5}$

b. $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}$

c. $1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} - 1\frac{2}{3}$

d. $\left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3}\right)$ இன் $\frac{1}{2}$

e. $\left(4\frac{1}{2} - \frac{3}{5}\right) \times 1\frac{2}{13}$

f. $\left(1\frac{2}{5} \times \frac{5}{7}\right) + \left(\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}\right)$

g. $2\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2}$ இன் $\frac{4}{5}$

h. $2\frac{2}{5} \div 1\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$

9. ரூ. 500 ஐ எடுத்துக் கொண்டு சந்தைக்குச் சென்ற தாயார் அப்பணத்தில் காய்கறிகளை வாங்குவதற்கு ரூ. 300 ஐயும் பழங்களை வாங்குவதற்கு ரூ. 150 ஐயும் செலவிட்டார்.

- (i) காய்கறிகளை வாங்குவதற்குப் பணத்தின் என்ன பின்னம் செலவிடப் பட்டது?
- (ii) பழங்களை வாங்குவதற்குக் கொண்டு சென்ற பணத்தின் என்ன பின்னம் செலவிடப்பட்டது?
- (iii) அவர் பொருள்களை வாங்கிய பின்னர் கொண்டு சென்ற பணத்தில் $\frac{1}{4}$ ஐ மீதப்படுத்துவதற்கு முன்கூட்டியே தீர்மானித்திருந்தால், அவருடைய எண்ணம் நிறைவேறியுள்ளதா? உங்கள் விடைக்குக் காரணங்களைத் தருக.

10. ஒரு பயணத்திற்காக வீட்டிலிருந்து புறப்பட்ட சதீஸன் முழுப் பயணத்தின் $\frac{1}{4}$ ஐச் சைக்கிளிலும் $\frac{2}{3}$ ஐப் பேருந்திலும் சென்று எஞ்சியுள்ள பகுதியை முச்சக்கர வண்டியிலும் சென்றார்.

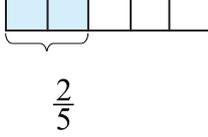
- (i) சைக்கிளிலும் பேருந்திலும் சென்ற மொத்தத் தூரம் முழுப் பயணத்தின் என்ன பின்னமாகும்?
- (ii) முழுப் பயணத்தின் என்ன பின்னம் முச்சக்கர வண்டியில் செல்வதற்காக எஞ்சியிருந்தது?

3.1 பின்னங்களின் பயன்பாடு

தினசரி வாழ்வின் பல்வேறு பணிகள் வகுத்தலுடன் தொடர்புபட்டு நடைபெறுகின்றன. அப்பணிகளின்போது எழும் பிரச்சினைகளைப் பின்னங்கள் பற்றிய அறிவைப் பயன்படுத்தி எளிதாகத் தீர்க்கலாம். அத்தகைய சந்தர்ப்பங்கள் இடம்பெறும் சில உதாரணங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

உதாரணம் 1

குறித்த ஒரு வகை உணவைத் தயாரிப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் மாக்கலவையில் $\frac{2}{5}$ பங்கு குரக்கன் மா ஆகும். எஞ்சியது கோதுமை மாவு ஆகும். ஒரு சமையல்காரர் 50kg மாவுக் கலவை ஒன்றைத் தயாரிக்கத் தேவையான குரக்கன் மாவின் அளவையும் சாதாரண மாவின் அளவையும் காண்க.

$$\text{கலவையிலுள்ள குரக்கன் மாவின் பின்னம்} = \frac{2}{5}$$


$$\text{கலவையிலுள்ள குரக்கன் மாவின் அளவு} = 50 \text{ kg இன் } \frac{2}{5}$$

$$= 50 \times \frac{2}{5}$$

$$= 20 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} \text{கலவையிலுள்ள கோதுமை மாவின் அளவு} &= 50 - 20 \\ &= 30 \text{ kg} \end{aligned}$$

உதாரணம் 2

சீரான வேகத்தில் நீர் பாயும் ஒரு குழாயைப் பயன்படுத்தி ஒரு தாங்கியின் $\frac{1}{4}$ ஐ நிரப்புவதற்கு 12 நிமிடங்கள் எடுத்தது. இக்குழாயினால் முழுத் தாங்கியையும் நிரப்புவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

$$\text{தாங்கியின் } \frac{1}{4} \text{ ஐ நிரப்ப எடுக்கும் காலம்} = 12 \text{ நிமிடங்கள்}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{தாங்கியின் } \frac{4}{4} \text{ (முழுத் தாங்கியையும்) } \\ \text{நிரப்ப எடுக்கும் காலம்} &= 12 \text{ நிமிடங்கள்} \times 4 \\ &= 48 \text{ நிமிடங்கள்} \end{aligned}$$

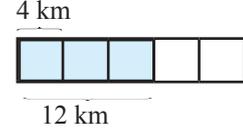
உதாரணம் 3

செல்வனின் வீட்டிலிருந்து பாடசாலைக்கு உள்ள தூரத்தில் $\frac{3}{5}$ ஐப் பேருந்தில் செல்ல இயலும். அது 12 km தூரமாகும். வீட்டிலிருந்து பாடசாலைக்கு உள்ள தூரத்தைக் காண்க.

வீட்டிலிருந்து பாடசாலைக்கு உள்ள

$$\text{தூரத்தில் } \frac{3}{5} = 12 \text{ km}$$

$$\text{பாடசாலைக்கு உள்ள தூரத்தில் } \frac{1}{5} = 12 \text{ km} \div 3$$



$$\begin{aligned} \text{பாடசாலைக்கு உள்ள மொத்தத் தூரம்} &= 4 \text{ km} \\ &= 4 \text{ km} \times 5 \\ &= 20 \text{ km} \end{aligned}$$

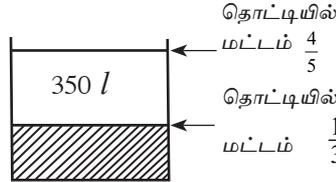
உதாரணம் 4

ஒரு தொட்டியில் $\frac{4}{5}$ இற்கு நீர் இருந்தது. அதில் 350 l ஐப் பயன்படுத்திய பின்னர் தொட்டியில் $\frac{1}{3}$ இற்கு நீர் எஞ்சியிருந்தது.

- (i) பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள நீரின் அளவு முழுத் தொட்டியின் என்ன பின்னமாகும்?
(ii) தொட்டியின் கொள்ளளவைக் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{(i) பயன்படுத்திய நீரின் அளவு முழுத் தொட்டியின் பின்னமாக} &= \frac{4}{5} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{12 - 5}{15} \\ &= \frac{7}{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{முழுத் தாங்கியின்} & \quad \frac{7}{15} = 350l \\ \text{முழுத் தாங்கியின்} & \quad \frac{1}{15} = \frac{350l}{7} \end{aligned}$$



$$= \frac{350}{7} \times 15l$$

$$\therefore \text{தாங்கியின் கொள்ளளவு} = \underline{\underline{750l}}$$

மேற்குறித்த உதாரணங்களுக்கேற்பப் பின்வரும் பின்னங்களுடன் தொடர்புபட்ட பிரசினங்கள் இடம்பெறும் பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்க.

பயிற்சி 3.2

1. பின்வரும் அளவுகளைக் காண்க.

(i) ரூ. 5 000 இன் $\frac{1}{2}$ (ii) 2 000 ml இன் $\frac{1}{4}$ (iii) 200 m இன் $\frac{3}{4}$

(iv) 250 kg இன் $\frac{3}{5}$ (v) 2.4 l இன் $\frac{2}{3}$ (vi) 4.8 km இன் $\frac{3}{4}$

2. திரு. கணேசன் கடந்த மாதத்திற்கான சம்பளமாக ரூ. 24 000 ஐப் பெற்றார். அவர் அப்பணத்தில் $\frac{3}{8}$ ஐப் பயணச் செலவுகளுக்குப் பயன்படுத்தியிருந்தார். பயணச் செலவுகளுக்குப் பயன்படுத்தப்பட்டப் பணத்தைக் காண்க.

3. ஒரு வீட்டில் நீர் தேக்கி வைக்கப்பட்டிருந்த தொட்டியில் நீர் நிரம்பியிருந்த ஒரு நாள் தொட்டியின் கனவளவின் 200 லீற்றர் நீர் பயன்படுத்தப்பட்டது. அப்போது தொட்டியில் நீர் எஞ்சியிருந்தது.

(i) எஞ்சியிருந்த நீரின் கனவளவு முழுத் தொட்டியின் கனவளவின் என்ன பின்னமாகும்?

(ii) தொட்டியின் கொள்ளளவைக் காண்க.

4. ஒரு காணியின் $\frac{3}{7}$ ஆனது விமலனுக்கு உரியது. அவர் அக்காணியில் தமக்கு உரியதாக அமையாத பகுதியில் $\frac{1}{2}$ ஐக் கொள்வனவு செய்து தொடக்கக் காணியுடன் இணைத்துக் கொண்டார்.

(i) விமலன் கொள்வனவு செய்த காணிப் பகுதி முழுக் காணியின் என்ன பின்னமாகும்?

(ii) முழுக் காணியின் அரைவாசியிலும் கூடிய பகுதி விமலனுக்கு உரியதெனக் காட்டுக.

(iii) விலைக்கு வாங்கிய பின் எஞ்சிய பகுதியின் பரப்பளவு 240 சதுர மீற்றராயின் விமலனுக்குச் சொந்தமான முழுக் காணியின் பரப்பளவு எத்தனை சதுர மீற்றர் எனக் காண்க.

5. ஒரு சைக்கிளைக் கொள்வனவு செய்வதற்குப் பணத்தை மீதப்படுத்தும் விஸ்வநாதன் அதன் பெறுமானத்தில் $\frac{5}{8}$ ஐ மீதப்படுத்தக்கூடியதாக இருந்தது. சைக்கிளைக் கொள்வனவு செய்வதற்கு இன்னும் ரூ. 2 700 தேவைப்பட்டது.

(i) சைக்கிளின் பெறுமானத்தின் என்ன பின்னத்தை மேலும் மீதப்படுத்த வேண்டும்?

(ii) சைக்கிளின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

6. முகம்மது தனது காணியில் அரைவாசியைத் தனது மனைவிக்கும் $\frac{1}{3}$ ஐத் தனது ஒரே மகனுக்கும் பிரித்தெழுதி, எஞ்சிய பகுதியாகிய 10 எயரைத் தர்ம நிலையம் ஒன்றுக்கு நன்கொடையாக அளித்தார்.
- (i) முழுக் காணியில் என்ன பின்னம் நன்கொடையாக அளிக்கப்பட்டது?
- (ii) முழுக் காணியின் அளவு எத்தனை எயர் ஆகும்?
- (iii) தர்ம நிலையத்திற்கு வழங்கிய பகுதி போதியதன்று ஆகையால் அவ்வளவை இருமடங்காக்குவதற்குத் தனது பகுதியிலிருந்து ஒரு பகுதியை வழங்குவதற்கு அவரின் மனைவி விரும்பினார். அவ்வாறு வழங்கிய பின்னர் மனைவிக்கும் மகனுக்கும் காணியின் சம அளவுகள் கிடைக்குமெனக் காட்டுக.
7. ஒரு காணியில் $\frac{7}{8}$ பகுதியில் மிளகும் கரம்பும் பயிரிடப்பட்டுள்ளன. மிளகு பயிரிடப்பட்டுள்ள காணியின் அளவு 450 சதுர மீற்றரும் கரம்பு பயிரிடப்பட்டுள்ள காணியின் பின்னம் முழுக் காணியின் $\frac{1}{4}$ உம் ஆகும்.
- (i) காணியில் மிளகு பயிரிடப்பட்டுள்ள பின்னம் யாது?
- (ii) முழுக் காணியின் பரப்பளவு யாது?
- (iii) கரம்பு பயிரிடப்பட்டுள்ள பரப்பளவைக் காண்க.
8. ஓர் இரும்புக் கம்பியை மூன்று சமபகுதிகளாகப் பிரித்து அவற்றில் ஒரு பகுதி மீண்டும் சமனான பகுதிகளாக வெட்டி அகற்றப்பட்டுள்ளது. எஞ்சியிருக்கும் பகுதியை நான்கு சமபகுதிகளாகப் பிரித்து வெட்டப்பட்டது.
- (i) வெட்டிப் பிரிக்கப்பட்ட ஒரு சிறிய துண்டு முழுக் கம்பியின் நீளத்தில் என்ன பின்னமாகும்?
- (ii) மேற்குறித்தவாறு வகுத்தலை ஒரு வரைபடத்தின் மூலம் வகைகுறித்து, மேலே (i) இல் பெற்ற விடையுடன் ஒப்பிடுக.
- (iii) ஒரு சிறிய துண்டு 70 cm நீளமுள்ளதெனின், தொடக்கக் கம்பியின் முழு நீளத்தையும் காண்க.

3.2 பின்னங்களின் பயன்பாடுகள் மேலும்

ஓர் அலகிலிருந்து ஒரு குறித்த பகுதியை வேறாக்கிய பின்னர் எஞ்சியிருக்கும் பகுதியை மறுபடியும் வேறாக்கும் சந்தர்ப்பங்களும் பின்னங்களின் பயன்பாடுகளில் அடங்குகின்றன. அத்தகைய பின்னங்கள் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு சந்தர்ப்பம் பின்வரும் உதாரணத்தின் மூலம் காட்டப்படுகின்றது.

உதாரணம் 1

ராஜன் தனது தந்தையிடமிருந்து பெற்ற பணத்தில் $\frac{2}{3}$ ஐப் புத்தகங்கள் வாங்குவதற்கும் மீதியில் $\frac{1}{4}$ ஐப் போக்குவரத்துச் செலவுகளுக்கும் செலவிட்டான்.

அதன் பின்னர் அவனிடம் ரூ. 500 எஞ்சியிருந்தது.

- (i) புத்தகங்களை வாங்கிய பின்னர் ராஜனிடம் தந்தை கொடுத்த பணத்தில் என்ன பின்னம் எஞ்சியிருந்தது ?
- (ii) தந்தை கொடுத்த பணத்தில் என்ன பின்னம் போக்குவரத்துச் செலவுகளுக்காகச் செலவிடப்பட்டது.
- (iii) தந்தையிடமிருந்து கிடைத்த பணத்தைக் காண்க.

பயணச் செலவுகளுக்காகத் தந்தை கொடுத்த பணத்தில் செலவிடப்பட்ட பின்னம்

$$(i) \text{ புத்தகங்களை வாங்குவதற்கு செலவிட்ட பின்னம்} = \frac{2}{3}$$

$$\text{புத்தகங்களை வாங்கிய பின்னர் மீதிப் பின்னம்} = 1 - \frac{2}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

$$(ii) \text{ போக்குவரத்துச் செலவுகளுக்காகத் தந்தை கொடுத்த பணத்தில் செலவிட்ட பின்னம்} = \frac{1}{3} \text{ இன் } \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{12}$$

(iii) புத்தகங்களை வாங்குவதற்கும் போக்குவரத்துச்

$$\text{செலவுகளுக்கும் செலவிடப்பட்டப் பின்னம்} = \frac{2}{3} + \frac{1}{12}$$

$$= \frac{8+1}{12}$$

$$= \frac{9}{12}$$

$$= \frac{3}{4}$$

மேற்குறித்த இரு விடயங்களுக்கும் பணத்தைச்

$$\text{செலவிட்ட பின்னர் எஞ்சியிருக்கும் பின்னம்} = 1 - \frac{3}{4}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$\text{தந்தை கொடுத்த பணத்தின் } \frac{1}{4} = \text{ரூ } 500$$

$$\therefore \text{ தந்தை கொடுத்த பணம்} = 500 \times 4$$

$$= \text{ரூ. } 2000$$

மேற்குறித்த உதாரணத்திற்கேற்பப் பின்வரும் பயிற்சியைச் செய்க. தேவையான சந்தர்ப்பங்களில் வரிப்படமுறையில் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும் வழிப்படுத்தலாம்.

பயிற்சி 3.3

1. நகரத்தில் உள்ள ஓர் அலுவலகத்தில் பணியாற்றும் கமல் தமது மாதச் சம்பளத்தில் $\frac{2}{5}$ ஐ உணவிற்காகச் செலவிட்டு மீதியில் $\frac{2}{3}$ ஐத் தமது மனைவிக்கு அனுப்புகின்றார்.
 - (i) உணவிற்காகச் செலவிட்ட பின்னர் சம்பளத்தில் என்ன பின்னம் எஞ்சியுள்ளது?
 - (ii) அவர் தமது சம்பளத்தில் என்ன பின்னத்தை மனைவிக்கு அனுப்புகின்றார்?
 - (iii) அவரிடம் சம்பளத்தில் என்ன பின்னம் எஞ்சியிருக்கின்றது?
2. ஒருவர் குறித்த பணத்தில் $\frac{1}{2}$ ஐ A யிற்கும் மீதியில் $\frac{1}{3}$ ஐ B யிற்கும் கொடுத்த பின்னர் எஞ்சியிருக்கும் பகுதியை C யிற்கும் கொடுத்தார்.
 - (i) பகிர்ந்த பணத்தில் C யிற்குக் கிடைத்த பின்னத்தைக் காண்க.
 - (ii) மேற்குறித்தவாறு பகிராமல் மூவருக்குமிடையே சமமாகப் பணத்தைப் பகிர்ந்தால் அப்போது B யிற்குக் கிடைக்கும் அளவானது மேற்குறித்தவாறு பகிரும்போது கிடைக்கும் அளவின் இரு மடங்கெனக் காட்டுக.
 - (iii) தொடக்கத்தில் குறிப்பட்டவாறு பகிரும்போது C யிற்கு ரூ. 1 000 கிடைக்குமெனின், மூவருக்குமிடையே பகிர்ந்த பணத்தைக் காண்க.
3. ஒரு மண்டபத்தில் தரையின் பரப்பளவின் $\frac{2}{3}$ ஐ வகுப்பறைக்கும் எஞ்சியிருக்கும் தரையின் $\frac{2}{3}$ ஐ அலுவலகத்திற்கும் ஒதுக்கி எஞ்சியிருக்கும் 200 m² தரையை நூலகத்திற்கு ஒதுக்கத் தீர்மானிக்கப்பட்டுள்ளது.
 - (i) முழுப் பரப்பளவில் என்ன பின்னம் அலுவலகத்திற்கு ஒதுக்கப்பட்டுள்ளது?
 - (ii) நூலகத்திற்கு ஒதுக்கப்பட்டுள்ள அளவு முழுப் பரப்பளவில் என்ன பின்னமாகும்?
 - (iii) மண்டபத்தின் தரையின் முழுப் பரப்பளவையும் காண்க.
 - (iv) வகுப்பறைக்கும் அலுவலகத்திற்கும் ஒதுக்கப்பட்டுள்ள தரையின் அளவுகளை வெவ்வேறாகக் காண்க.

4. ஓர் உல்லாச பயணத்தில் சென்ற அன்சார் அதற்காகச் செலவிட்ட முழுப்பணத்தில் $\frac{4}{7}$ ஐ உணவிற்காகவும் மீதியில் $\frac{2}{3}$ ஐ போக்குவரத்துக்காகவும் செலவிட்டார். அவற்றைத் தவிர ஏனைய செலவுகளுக்கு ரூ. 800 செலவிடப்பட்டதெனின், உல்லாசப் பயணத்திற்காக அன்சார் செலவிட்ட மொத்தப் பணத்தைக் காண்க.
5. சரோஜா நூலகத்திலிருந்து கொண்டு வந்த ஒரு புத்தகத்தில் $\frac{1}{3}$ ஐ முதல் நாளில் வாசித்தார். இரண்டாம் நாள் அவர் எஞ்சியிருந்த அளவில் $\frac{1}{2}$ ஐ மாத்திரம் வாசித்தார். மூன்றாம் நாள் அவர் எஞ்சியிருந்த 75 பக்கங்களை வாசித்து முடித்தார். புத்தகத்தில் உள்ள பக்கங்களின் மொத்த எண்ணிக்கை யாது?

பலவினப் பயிற்சி

1. $3\frac{1}{2} + (1\frac{1}{2} \times \dots) = 4\frac{1}{2}$ ஆக இருப்பதற்கு வெற்றிடத்திற்குப் பொருத்தமான பின்னத்தைக் காண்க.
2. சுருக்குக $2\frac{1}{2} + 1\frac{2}{3}$ இன் $\frac{4}{5}$
 $1\frac{1}{5} \div \frac{4}{15} + \frac{1}{2}$
3. A, B, C ஆகியோர் ஒரு வியாபாரத்தின் மூன்று உரிமையாளர்களாவர். அவர்கள் அவ்வியாபாரத்தில் இட்ட பணத்திற்கேற்பக் கிடைத்த இலாபத்தைப் பகிர்ந்தனர். A யிற்கு இலாபத்தில் $\frac{2}{7}$ ஐயும் அதன் இரு மடங்கை B யிற்கும் கொடுத்து மீதி C யிற்குக் கொடுக்கப்பட்டது. A, B ஆகிய இருவருக்கும் ரூ. 72 000 ஒதுக்கப்பட்டதெனின், வியாபாரத்தில் கிடைத்த இலாபத்தைக் காண்க.
4. ஒரு குறித்த நிறுவகத்திற்குப் பிரதிநிதி ஒருவரைத் தெரிந்தெடுப்பதற்காக இரு வேட்பாளர்களுக்கிடையே ஒரு தேர்தல் நடைபெற்றது அதன்போது பதிவு செய்யப்பட்ட எல்லா வாக்காளர்களும் வாக்கைப் பயன்படுத்தினர். வெற்றி பெற்ற வேட்பாளர் முழு வாக்கு எண்ணிக்கையில் $\frac{7}{12}$ ஐப் பெற்ற அதே வேளை அவருடைய மேலதிக வாக்குகளின் எண்ணிக்கை 120 உம். ஆகும்.
 (i) தோல்வியுற்ற வேட்பாளர் மொத்த வாக்கு எண்ணிக்கையில் என்ன பின்னத்தைப் பெற்றார்?
 (ii) பதிவு செய்யப்பட்ட மொத்த வாக்காளர் எண்ணிக்கை யாது? வெற்றி பெற்றவருக்குக் கிடைத்த வாக்குகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.