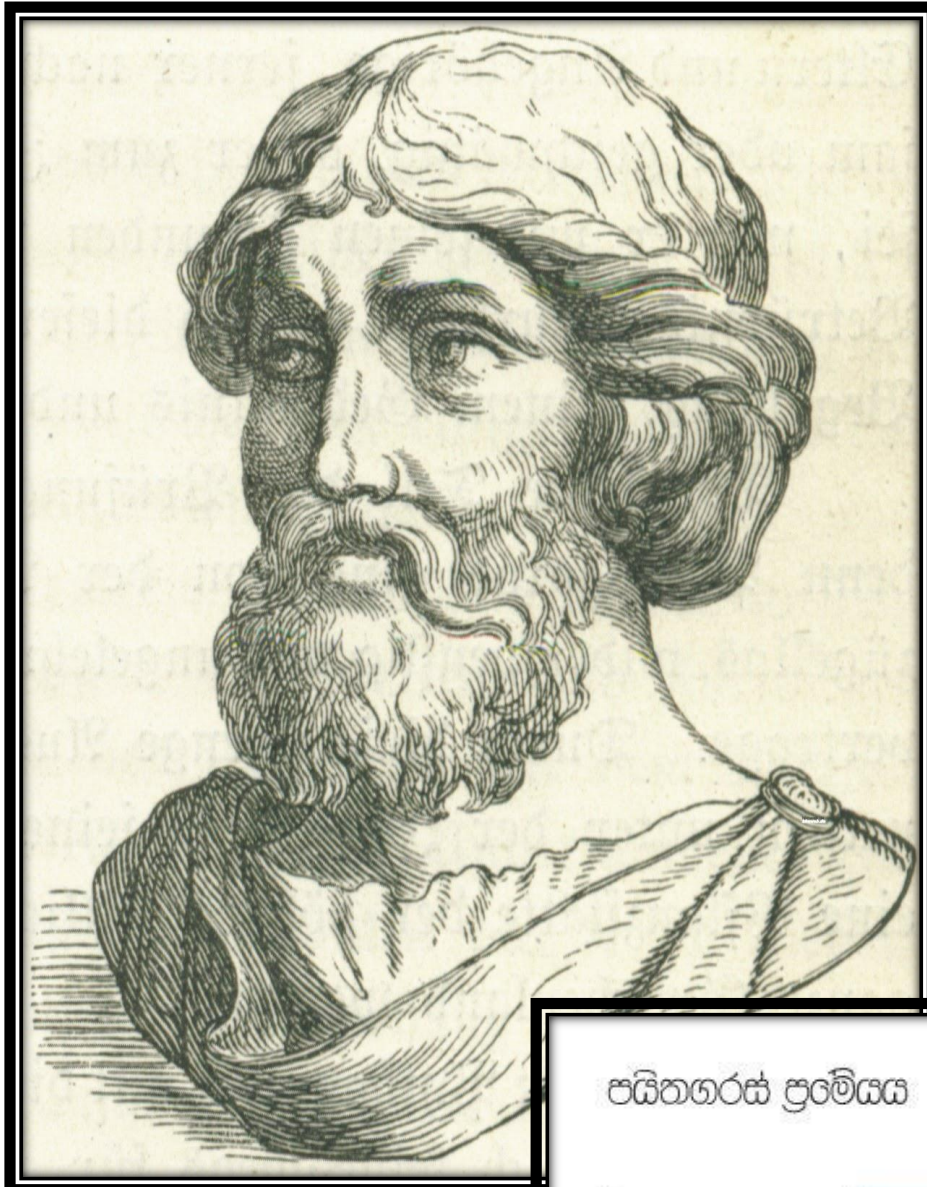


මෙම පාඨම ඉගෙනීමෙන් පසු ඔබට...

- සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක කර්ණය සහ සෘජුකෝණය අඩංගු පාද වෙන වෙන ම නම් කිරීමට,
- පයිතගරස් ප්‍රමේයය හඳුනා ගැනීමට,
- පයිතගරස් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගණනය කිරීම්වල යෙදීමට,
- පයිතගරස් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් අනුමේයන් සාධනය කිරීමට,
- පූර්ණ සංඛ්‍යාමය වූ පයිතගරස් ත්‍රිත්ව පිළිබඳව විමසිලිමත් වීමට හැකියාව ලැබේ.

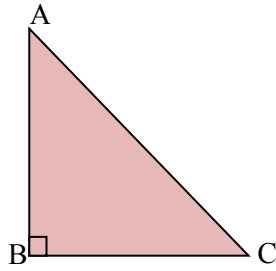


පයිතගරස් ප්‍රමේයය

$A = (a \times a)$ $A = B + C$
 $B = (b \times b)$ $a^2 = b^2 + c^2$
 $C = (c \times c)$

17.1 හැඳින්වීම

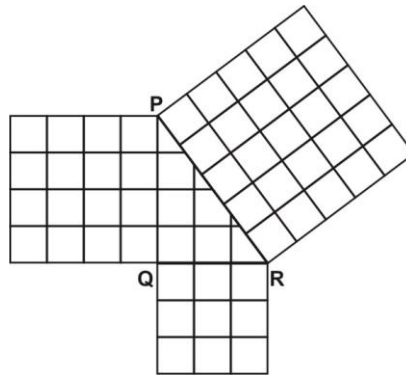
ක්‍රි.පූ. 6 දී පයිතගරස් නම් ගණිතඥයා සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාද අතර අපූරු සම්බන්ධතාවයක් ඉදිරිපත් කර ඇත. ඒ සම්බන්ධතාවය ගැන දැන් අපි විමසා බලමු.



මෙහි දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයේ B කෝණය සෘජුකෝණයකි. එහි AC යනු කර්ණයයි. එය සෘජුකෝණයට ඉදිරියෙන් ඇති පාදය වන අතර දිගින් වැඩිම පාදය ද වේ. AB සහ BC යනු සෘජුකෝණය අඩංගු පාද දෙකයි.

රූපයේ දැක්වෙන්නේ 1cm^2 කොටු කඩදාසි භාවිතයෙන් PQR සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක් සහ සමචතුරස්‍ර 3ක් කපාගෙන, ත්‍රිකෝණය කඩදාසියක් මත අලවා එහි පාද මත සමචතුරස්‍ර 3 අලවා ඇති අන්දමයි.

- එහි PR මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 25cm^2 ,
- QR මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 9cm^2 ,
- PQ මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = 16cm^2



ඒ අනුව PR මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය, QR සහ PQ මත සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලවල එකතුවට සමාන වේ.

- PR මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = PR^2 ලෙස ද
- QR මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = QR^2 ලෙස ද
- PQ මත සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය = PQ^2 ලෙස ද ගත්විට

$$PR^2 = QR^2 + PQ^2 \text{ වේ.}$$

ඉහත සම්බන්ධය, පයිතගරස් ගණිතඥයා විසින් සොයාගන්නා ලද සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක පාද අතර ඇති අපූරු සම්බන්ධතාවයයි. එම සම්බන්ධය ප්‍රමේයයක් ලෙස මෙලෙස ඉදිරිපත් කර ඇත.

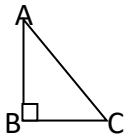
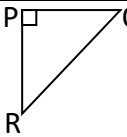
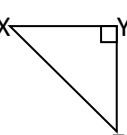
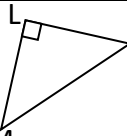
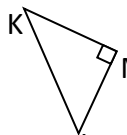
පයිතගරස් ප්‍රමේයය :-

සෘජුකෝණික ත්‍රිකෝණයක කර්ණය මත ඇඳි සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය සෘජුකෝණය අඩංගු පාද දෙක මත ඇඳි සමචතුරස්‍රවල වර්ගඵලවල එකතුවට සමාන වේ.

අභ්‍යාසය 1

පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

අන්තර්ජාලය - ආර්.එම්.පී.එම්.කුමාරිහාමි, විශ්‍රාමික ගුරු උපදේශක
 සැකසුම - එම්.වී.ඩී.පී.ටී.කේ.දේවප්‍රියා, නියෝජ්‍ය අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ, වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව/ එම්.පී.එම්.උදානී ජයසේන, සහකාර
 අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, නිකවැරටිය

ත්‍රිකෝණය	කර්ණය	සෘජුකෝණය අඩංගු පාද දෙක	පයිතගරස් සම්බන්ධය
	AC	AB, BC	$AC^2 = AB^2 + BC^2$
			
			
			
			

17.2 පයිතගරස් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ගණනය කිරීම

නිදසුන 1

රූපයේ දැක්වෙන මිනුම් භාවිතයෙන් DF පාදයේ දිග සොයන්න.

$$DF^2 = DE^2 + EF^2$$

$$DF^2 = 6^2 + 8^2$$

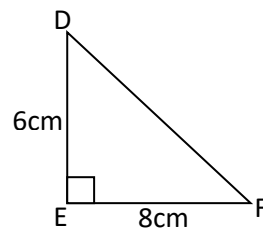
$$DF^2 = 36 + 64$$

$$DF^2 = 100$$

$$DF = \sqrt{100}$$

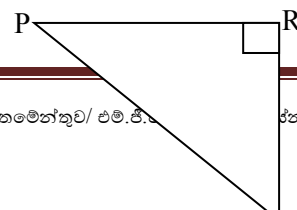
$$DF = 10$$

∴ DF පාදයේ දිග = 10cm



නිදසුන 2

PR පාදයේ දිග ගණනය කරන්න.



අන්තර්ජාලය - ආර්.එම්.පී.එම්.කුමාරිහාමි, විශ්‍රාමික ගුරු උපදේශක
 සැකසුම - එම්.වී.ඩී.පී.ටී.කේ.දේවප්‍රිය, නියෝජ්‍ය අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ, වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව/ එම්.ජී.එස්. පී.පී. සහකාර
 අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, නිකවැටිය

$$PQ^2 = PR^2 + RQ^2$$

$$15^2 = PR^2 + 12^2$$

$$15^2 - 12^2 = PR^2$$

$$225 - 144 = PR^2$$

$$81 = PR^2$$

$$\sqrt{81} = PR$$

$$9 = PR$$

∴ PR පාදයේ දිග = 9cm

15cm

12cm

Q

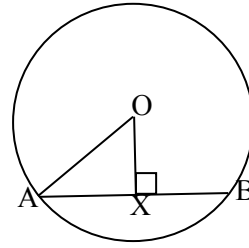
$15^2 - 12^2$, වර්ග දෙකක අන්තරයක් ලෙස

ගෙන අගය සෙවීමට ද හැකිය.

$$(15-12)(15+12) = 3 \times 27 = 81$$

නිදසුන 3

රූපයේ දැක්වෙන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O වේ. AB = 16cm ක් ද වෘත්තයේ අරය 10 cm ක් ද වේ. OX හි දිග ගණනය කරන්න.



OX, AB ජ්‍යායට ලම්බ නිසා AX = XB වේ.

ඒ නිසා AX = 8cm කි.

AOX ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් සම්බන්ධය යෙදූ විට,

$$OA^2 = OX^2 + AX^2$$

$$10^2 = OX^2 + 8^2$$

$$10^2 - 8^2 = OX^2$$

$$100 - 64 = OX^2$$

$$36 = OX^2$$

$$\sqrt{36} = OX$$

$$6 = OX$$

∴ OX = 6cm

නිදසුන 4

RS පාදයේ දිග සොයන්න.

$$RT^2 = RS^2 + ST^2$$

$$(\sqrt{11})^2 - 11)^2 = RS^2 + (\sqrt{7})^2$$

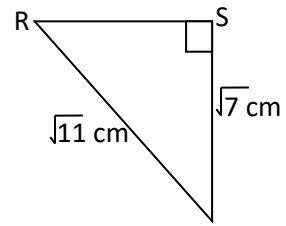
$$11 = RS^2 + 7$$

$$11 - 7 = RS^2$$

$$4 = RS^2$$

$$\sqrt{4} = RS$$

$$RS = 2 \quad \therefore RS \text{ පාදයේ දිග} = 2\text{cm}$$



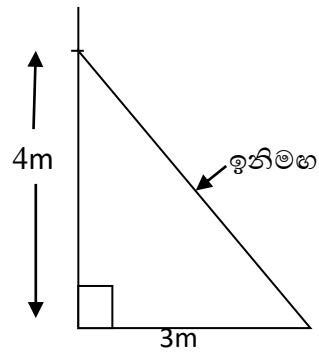
$$(\sqrt{11})^2 = (\sqrt{11})^2 \times \sqrt{121} = 11$$

හෝ

$$(11^{\frac{1}{2}})^2 = 11 \text{ ලෙස ගත හැකිය.}$$

නිදසුන 5

සිරස් බිත්තියකට ඉනිමහක් හේත්තු කර ඇති ආකාරය රූපයේ දැක්වේ. බිත්තියේ පාමුල සිට 4mක් ඉහළින්, ඉනිමහ බිත්තියට හේත්තු වී ඇත. ඉනිමහේ දිග සොයන්න.



$$\therefore x^2 = 4^2 + 3^2$$

$$x^2 = 16 + 9$$

$$x^2 = 25$$

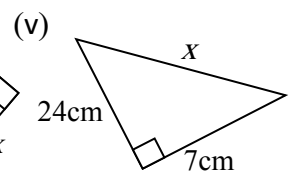
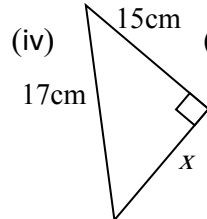
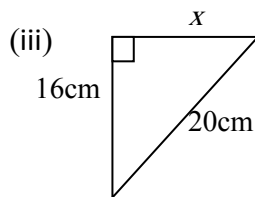
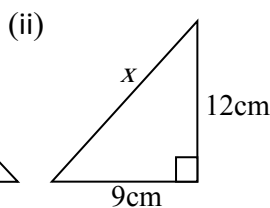
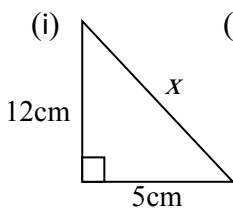
$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5$$

\therefore ඉනිමහේ දිග = 5m

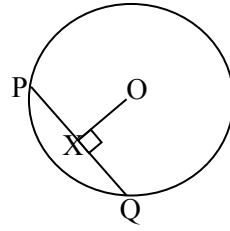
අභ්‍යාසය 2

1. පහත දැක්වෙන ත්‍රිකෝණවල x මගින් දැක්වෙන පාදවල දිග ගණනය කරන්න.

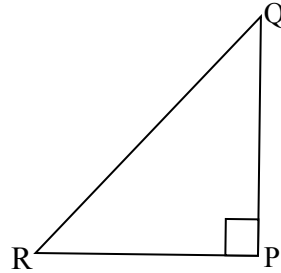


අන්තර්ජනනය - ආර්.එම්.පී.එම්.කුමාරිහාමි, විශ්‍රාමික ගුරු උපදේශක
 සැකසුම - එම්.වී.ඩී.පී.ටී.කේ.දේවප්‍රිය, නියෝජ්‍ය අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ, වයඹ පළාත් අධ්‍යාපන දෙපාර්තමේන්තුව/ එම්.පී.එම්.උදානී ජයසේන, සහකාර අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, නිකවැටිය

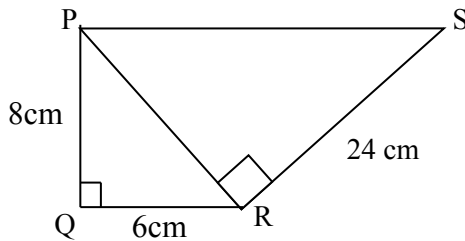
2. කේන්ද්‍රය O වූ වෘත්තයේ PQ ඡායායේ දිග 8cm ද $OX = 3cm$ ද නම් වෘත්තයේ අරය සොයන්න.



3. තිරස් පොළව මත සිටුවා ඇති PQ සිරස් කණුවේ උස 8m කි. එහි පාමුල P සිට 6m ක් දුරින් පිහිටි R කුඳ්ඳයකට තදින් ඇඳී සිටින සේ කණුව මුදුනේ සිට කම්බියක් ගැට ගසා ඇත. QR කම්බියේ දිග සොයන්න.



4. PS හි දිග ගණනය කරන්න.



- පෙළ පොතෙහි 17.1 අභ්‍යාසයෙහි ඇතුළත් ගැටලු විසඳන්න.

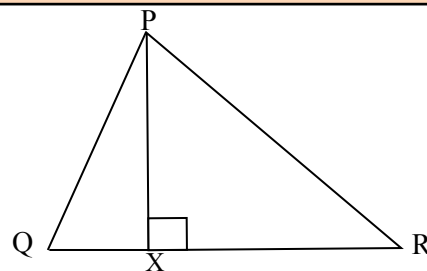
17.3 පයිතගරස් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් අනුමේයයන් සාධනය

නිදසුන 1

PQR ත්‍රිකෝණයේ QR පාදයට P සිට

ඇඳී ලම්බය PX වේ.

$PQ^2 + XR^2 = PR^2 + QX^2$ බව පෙන්වන්න.



පළමුව PQX ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යොදා PQ^2 ඇසුරින් සමීකරණයක් ලියමු.

$$PQ^2 = PX^2 + QX^2 \quad \text{--- ①}$$

ඉන්පසු XR^2 ඇසුරින් සමීකරණයක් ලියමු.

$$XR^2 = PR^2 - PX^2 \quad \text{--- ②}$$

දැන් ① හා ② එකතු කරමු.

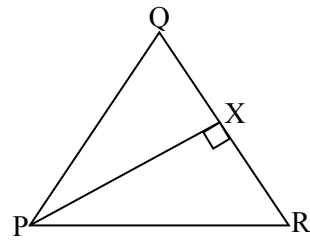
$$PQ^2 + XR^2 = PX^2 + QX^2 + PR^2 - PX^2$$

$$PQ^2 - PX^2 = 0 \text{ (ශුන්‍ය) නිසා}$$

$$PQ^2 + XR^2 = QX^2 + PR^2$$

නිදසුන 2

PQR සමපාද ත්‍රිකෝණයේ P සිට QR ට ඇඳි ලම්බය PX වේ. $PX^2 = \frac{3}{4} QR^2$ බව පෙන්වන්න.



PQR සමපාද නිසා, $PQ = PR = QR$ වේ.

P සිට ඇඳි ලම්බය නිසා, $QX = XR$ වේ.

සාධනය කළයුතු සමීකරණයෙහි එක් පැත්තක් PX^2 නිසා PXQ ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන් PX^2 සහිත සමීකරණයක් ලබා ගනිමු.

$$PQ^2 = PX^2 + XQ^2$$

$$QX = \frac{1}{2} QR \text{ නිසා ඉහත සමීකරණයෙහි } XQ \text{ වෙනුවට } \frac{1}{2} QR \text{ ආදේශ කරමු.}$$

$$PQ^2 = PX^2 + \left(\frac{1}{2} QR\right)^2$$

$$PQ^2 = PX^2 + \frac{1}{4} QR^2$$

$$PQ = QR \text{ නිසා}$$

$$QR^2 = PX^2 + \frac{1}{4} QR^2$$

$$QR^2 - \frac{1}{4} QR^2 = PX^2$$

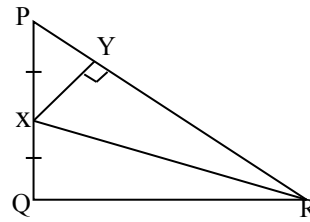
$$QR^2 - \frac{1}{4} QR^2 = \frac{3}{4} QR^2 \text{ නිසා}$$

$$PX^2 = \frac{3}{4} QR^2$$

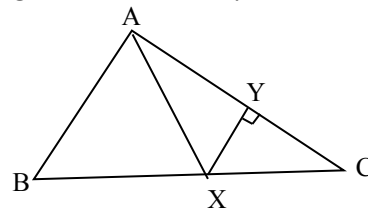
ඉහත නිදසුන් ඔබට තේරුම් ගැනීමට පහසු වන ලෙස විස්තර සහිතව ලියා ඇතත් සාධනය කරන පියවර හොඳින් තේරුම් ගෙන ඔබට හැකි කෙටි ක්‍රමයකින් සාධනයට හුරුවන්න.

අභ්‍යාසය 3

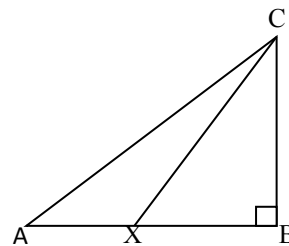
1) PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය X වේ. $RY^2 - PY^2 = QR^2$ බව පෙන්වන්න.



2) ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය මත X ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $AX = BX$ වන පරිදිය. X සිට AC ට ඇඳි ලම්බය XY වේ. $AY^2 + XC^2 = BX^2 + YC^2$ බව පෙන්වන්න.



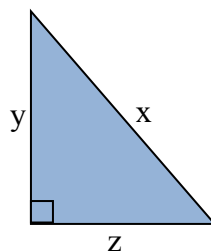
3) ABC සාද්‍රකෝණී ත්‍රිකෝණයේ AB මත X ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ $AX = \frac{1}{2}XB$ වන සේය. $AC^2 - XC^2 = 5AX^2$ බව පෙන්වන්න.



- පෙළපොතෙහි 17.2 අභ්‍යාසයෙහි ඇතුළත් ගැටලු විසඳන්න.

17.4 පයිතගරස් ත්‍රිත්ව

පයිතගරස් ප්‍රමේයයට ගැළපෙන ලෙස ඇති සංඛ්‍යා 3ක් පයිතගරස් ත්‍රිත්වයකි.



රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයේ පාද තුනෙහි දිග x, y, z ලෙස දක්වා ඇත. පයිතගරස් ප්‍රමේයයට අනුව, $x^2 = y^2 + z^2$ වේ.

මෙම සමීකරණයට ගැළපෙන x, y, z පයිතගරස් ත්‍රිත්ව ලෙස හැඳින්වේ.

ඒ අනුව $3^2 + 4^2 = 5^2$ නිසා 3,4,5 පයිතගරස් ත්‍රිත්වයකි. එම ත්‍රිත්වයෙහි සියලුම ගුණාකාර ද පයිතගරස් ත්‍රිත්ව වේ. ඒ අනුව, (6,8,10), (9,12,15)..... ආදිය පයිතගරස් ත්‍රිත්ව වේ. මේ හැර වෙනත් පයිතගරස් ත්‍රිත්ව ද ඇත. 5,12,13 එවැනි ත්‍රිත්වයකි. එහි සියලුම ගුණාකාර ද පයිතගරස් ත්‍රිත්ව වේ.

පයිතගරස් ත්‍රිත්ව ලබා ගැනීම සඳහා යුක්ලීඩ් නම් ගණිතඥයා විසින් හඳුන්වා දී ඇති ක්‍රමයක් පහත වගුවෙහි දැක්වේ. එහි පළමු ත්‍රිත්වය ලබාගෙන ඇති අන්දම හොඳින් අධ්‍යයනය කර හිස්තැන් සම්පූර්ණ කිරීමෙන් ඉතිරි ත්‍රිත්ව ලබාගන්න.

x	y	x ²	y ²	a	b	c	පයිතගරස් ත්‍රිත්වය
				x ² - y ²	2xy	x ² + y ²	
2	1	4	1	3	4	5	3, 4, 5
3	2						
4	2						
5	3						
6	2						
7	3						

- පෙළ පොතෙහි 17.3 අභ්‍යාසයෙහි ඇතුළත් ගැටලු විසන්න.