30 සම්භාවිතාව

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සරල සිද්ධි හා සංයුක්ත සිද්ධි හඳුනාගැනීමට
- අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවන සිද්ධිවල සම්භාවිතා සෙවීමට
- කොටුදැල හා රුක්සටහන් ඇසුරෙන් සිද්ධියක සම්භාවිතාව සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

කාසියක් උඩ දැමූ විට සිරස පැත්ත හෝ අගය පැත්ත ලැබෙන බව අපි දනිමු. මෙසේ කාසියක් උඩ දමා ලැබෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීම සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට නිදසුනකි. එවිට ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල " සිරස " හෝ " අගය "වේ. නමුත්, කාසිය උඩ දමා වැටෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීමට පෙර, කුමන පැත්ත ලැබේ දැයි නිශ්චිතව කිව නොහැකි ය.

ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල දන්නා නමුත් නිශ්චිතව කිව නොහැකි පරීක්ෂණයකට **සසම්භාවී පරීක්ෂණයක්** යැයි කියනු ලැබේ. ඒවා අහඹු පරීක්ෂණ ලෙස ද හැඳින්වේ. සසම්භාවී පරීක්ෂණයක දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල ම අඩංගු කුලකය "**නියැදි අවකාශය**" ලෙස හැඳින්වේ. එය S මගින් අංකනය කරනු ලබයි.

පහත වගුවේ දැක්වෙන්නේ සසම්භාවී පරීක්ෂණ සඳහා නිදසුන් කීපයක් හා අදාළ නියැදි අවකාශයි.

සසම්භාවී පරීක්ෂණය	නියැදි අවකාශය
1. කාසියක් උඩදමා වැටෙන පැත්ත සටහන් කර ගැනීම	S = {සිරස, අගය}
2. 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියන ලද ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දමා උඩට හැරී වැටෙන පැත්තේ ඇති අංකය සටහන් කර ගැනීම	$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
3. නියමිත ඉලක්කයට බෝලයක් විදීමේ තරගයක දී ලැබෙන ප්‍රතිඵලය සටහන් කර ගැනීම	S = {ඉලක්කයට වැදීම, ඉලක්කයට නොවැදීම}

සිද්ධි

සිද්ධියක් යනු නියැදි අවකාශයේ උපකුලකයක් ය. පහත නිදසුන සලකන්න.

පැතිවල අංක 1 සිට 4 තෙක් ලකුණු කර ඇති නොනැඹුරු චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ දී උඩට හැරී වැටෙන පැත්තේ අංකය සටහන් කර ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු.

මෙහි නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4\}$ වේ.
මෙම නියැදි අවකාශය නිරූපණය වන කුලකයේ උපකුලක කීපයක් $\{3\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 3\}$ වේ. මෙම උපකුලක මෙසේ ද විස්තර කළ හැකි ය.

$\{3\}$ මගින් ''3 ප්‍රතිඵලය ලැබීමේ සිද්ධිය'' දැක්වේ.
$\{2, 4\}$ මගින් ''2 හෝ 4 ලැබීමේ සිද්ධිය'' දැක්වේ.

තව ද ''4ට අඩු සංඛ්‍යාවක් ලැබීම'' යන සිද්ධිය A මගින් දැක්වුවහොත් $A = \{1, 2, 3\}$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

සිද්ධියක් යනු නියැදි අවකාශයේ උපකුලකයක් ය.

සරල සිද්ධි හා සංයුක්ත සිද්ධි

1 සිට 6 තෙක් අංක ලියන ලද නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීම සලකමු. මෙම සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ

නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ වේ.
මෙම නියැදි අවකාශයට ආදාළ සිද්ධි කීපයක් ලියමු.

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 5\}, \{3, 4, 5, 6\}$

ඉහත සිද්ධිවලින්, $\{1\}, \{2\}, \{3\}$ යන සිද්ධි එක් ප්‍රතිඵලයක් පමණක් අඩංගු උපකුලක වේ. මෙවැනි සිද්ධි **සරල සිද්ධි** ලෙස හැඳින්වේ.

එක් ප්‍රතිඵලයක් පමණක් අඩංගු සිද්ධි සරල සිද්ධි වේ.

මේ අනුව $\{5\}, \{6\}$ ද සරල සිද්ධි වේ.
සරල නොවන සිද්ධිවලට **සංයුක්ත සිද්ධි** යැයි කියනු ලැබේ. ඉහත පරීක්ෂණයට අදාළ,

$\{1, 3\}, \{2, 4\}, \{1, 3, 5\}$ සිද්ධි, සංයුක්ත සිද්ධි වේ. මෙම සංයුක්ත සිද්ධි තවදුරටත් උපකුලකවලට වෙන් කර ගත හැකි වේ.

30.1 සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල

නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීමට අදාළ නියැදි අවකාශය පහත දැක්වේ.

$S = \{$සිරස ලැබීම, අගය ලැබීම$\}$

කාසිය නොනැඹුරු නිසා මෙම ප්‍රතිඵල දෙකෙන් ඕනෑම ප්‍රතිඵලයක් ලැබීමේ හැකියාව සමාන බව පැහැදිලිය.

තවත් නිදසුනක් සලකා බලමු.
රතු, සුදු හා කළු යන වර්ණවලින් යුත් සර්ව සම බෝල 3ක් බෑගයක ඇත. අහඹු ලෙස ඉන් එක් බෝලයක් ඉවතට ගැනීම සලකමු. මෙහි නියැදි අවකාශය පහත දැක්වේ.

$S = \{$රතු බෝලය ලැබීම, සුදු බෝලය ලැබීම, කළු බෝලය ලැබීම$\}$

සර්ව සම බෝල බැවින් මෙම ප්‍රතිඵල තුනෙන් ඕනෑම ප්‍රතිඵලක් ලැබීමේ හැකියාව සමාන බව පැහැදිලිය.

මෙලෙස යම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයක දී සෑම ප්‍රතිඵලයක්ම ලැබීමට සමාන හැකියාවන් ඇත්නම්, එම පරීක්ෂණය **සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල** සහිත පරීක්ෂණයක් යැයි කියනු ලැබේ.

''නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දැමීම'' පරීක්ෂණය සලකමු. එහි නියැදි අවකාශයේ අවයව වන ''අගය ලැබීම'' හා ''සිරස ලැබීම'' යන සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල එක එකක සම්භාවිතාව $\frac{1}{2}$ වන බව ඔබ මීට ඉහත ශ්‍රේණිවල දී ඉගෙනගෙන ඇත.

එනම්, සිරස වැටීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{2}$.

අගය වැටීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{2}$.

සමසේ භව්‍ය නොවන ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක් දැන් සලකා බලමු. අමර අඹ ඇටයක් සිටුවා එය සතියක් තුළ පැලවේ දැයි නිරීක්ෂණය කරයි. මෙහි දී නියැඳි අවකාශය

$S = \{$පැලවීම, නොපැලවීම$\}$ වේ.

නමුත් මෙම ප්‍රතිඵල දෙක සමසේ භව්‍ය යැයි උපකල්පනය කිරීමට හේතු අපට නොමැත. මෙහි දී අඹ ඇටය පැලවීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{2}$ ලෙස ගැනීම නිවැරදි නොවේ.

සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක යම් සිද්ධියක සම්භාවිතාව පහත පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

$$\text{සිද්ධියක සම්භාවිතාව} = \frac{\text{සිද්ධියේ අවයව ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන}}$$

සංකේත භාවිතයෙන් එය මෙසේ ලිවිය හැකි ය.

S නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන $n(S)$ මගින් ද A සිද්ධියක අවයව ගණන $n(A)$ මගින් ද දක්වමු. එවිට A හි සම්භාවිතාව $P(A)$ මගින් දැක්වෙන අතර

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}}$$

නිදසුන 1

1 සිට 5 තෙක් අංක ලියා ඇති එක සමාන වූ කාඩ්පත් 5ක් ඇති බෑගයකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයකට අදාළව,

(i) නියැදි අවකාශය ලියා $n(S)$ සොයන්න.

(ii) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම් A හි අවයව ලියා $n(A)$ සොයන්න.

(iii) ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $P(A)$ සොයන්න.

කාඩ්පත් සමාන නිසා පරීක්ෂණය සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත බව පැහැදිලිය.

(i) $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ එමනිසා $n(S) = 5$

(ii) $A = \{2, 4\}$ එමනිසා $n(A) = 2$

(iii) $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$= \underline{\underline{\frac{2}{5}}}$

නිදසුන 2

1, 2, 3, 4, 5, 6 යනුවෙන් මුහුණත්වල ලකුණු කළ නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයක දී උඩට හැරී වැටෙන පැත්තේ අංකය

(i) 4 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(iii) 2ට වඩා වැඩි සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ නිසා $n(S) = 6$

(i) 4 ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{6}$

(ii) ඔත්තේ සංඛ්‍යා තුනක් (1, 3 හා 5) ඇති නිසා අදාළ සම්භාවිතාව $= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

(iii) 2ට වඩා වැඩි සංඛ්‍යා හතරක් (3, 4, 5 හා 6) ඇති නිසා අදාළ සම්භාවිතාව $\Big\} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

30.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සසම්භාවී පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය ලියන්න.
   (i) 1 සිට 10 තෙක් අංක ලියන ලද එක සමාන කාඩ්පත් කට්ටලයකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ගෙන අංකය සටහන් කර ගැනීම.
   (ii) වෘත්තාකාර තැටියක් සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ තුනකට බෙදා ඒ එක එකෙහි රතු, නිල් හා කහ වර්ණය බැගින් ආලේප කර, තැටියේ කේන්ද්‍රයේ සවිකර ඇති දර්ශකයක් කර කැවීමෙන් පසු එම දර්ශකය නවතින ස්ථානයේ වර්ණය සටහන් කර ගැනීම.
   (iii) ක්‍රිකට් තරගයක දී පන්දුවකට එල්ල කරන පිති පහරකින් ලැබෙන ලකුණු සටහන් කිරීම.
2. පහත දැක්වෙන එක් එක් සිද්ධිය සරල සිද්ධියක් ද? සංයුක්ත සිද්ධියක් ද? යන්න තෝරා ලියන්න.
   (i) (*a.*) 1 සිට 4 තෙක් අංක යෙදූ චතුස්තල දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ දී අංක 3 පැත්ත ලැබීම.
   (*b.*) ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් සහිත පැත්තක් ලැබීම.
   (ii) A, B, C, D, E ලෙස ලියන ලද සමාන කාඩ්පත් 5ක් ඇති කට්ටලයකින්,
   (*a.*) C අකුර සහිත කාඩ්පතක් ලැබීම.
   (*b.*) ස්වර අක්ෂරයක් සහිත කාඩ්පතක් ලැබීම.
3. 1 සිට 8 තෙක් අංක ලියූ එක සමාන වූ කාඩ්පත් ඇති බෑගයකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ගනු ලබයි.
   (*a.*) අංක 4ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ඇති කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම් A හි අවයව ලියන්න.
   (*b.*) A සිද්ධියෙහි ඇති සරල සිද්ධි 5ක් ලියන්න.
4. 1 සිට 10 තෙක් අංක ලියන ලද එක සමාන තුණ්ඩු කැබලි 10ක් බෑගයක ඇත. අහඹු ලෙස ඉන් තුණ්ඩු කැබැල්ලක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයට අදාළව
   (i) නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.
   (ii) සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය X නම් X හි අවයව ලියා $n(X)$ හි අගය ලියන්න.
   (iii) සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $P(X)$ සොයන්න.
5. සර්වසම පබළු 5කින් 3ක් නිල්පාට වන අතර ඉතිරි ඒවා රතු පාට වේ. අහඹු ලෙස පබළුවක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයට අදාළ,
   (i) නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.
   (ii) රතු පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (iii) නිල් පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
6. පෙට්ටියක් තුළ එකම තරමේ හා එකම හැඩයේ ටොෆි වර්ග කීපයක් ඇත. ඒ පිළිබඳ තොරතුරු පහත වගුවේ දැක්වේ.

	අඹ රස	දොඩම් රස
A වර්ගයේ	2	1
B වර්ගයේ	3	2

අහඹු ලෙස මෙම පෙට්ටියෙන් ටොෆියක් ඉවතට ගනු ලැබේ. එම ටොෆිය,

(i) දොඩම් රස එකක් වීමේ (ii) A වර්ගයේ එකක් වීමේ

(iii) B වර්ගයේ එකක් වීමේ (iv) A වර්ගයේ අඹ රස එකක් වීමේ

(v) B වර්ගයේ දොඩම් රස එකක් වීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

30.2 සිද්ධි දෙකක ඡේදනය හා මේලය

A හා B සිද්ධි දෙකක් නම් ඒවායේ ඡේදනය වන $A\cap B$ ද මේලය වන $A\cup B$ ද සිද්ධි වේ. නිදසුනක් ලෙස 1, 2, 3, 4, 5 අංක ලියා ඇති සර්වසම බෝල 5කින් අහඹු ලෙස බෝලයක් ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණයට අදාළ ව

නියැදි අවකාශය $S=\{1, 2, 3, 4, 5\}$.

මෙහි,

2ට වැඩි අංකයක් සහිත බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ලෙස ගත් විට

$A=\{3, 4, 5\}$.

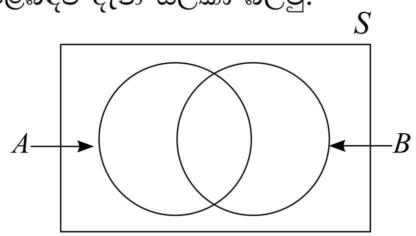
ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් සහිත බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධිය B ලෙස ගත් විට

$B=\{2, 4\}$.

එවිට $A\cap B=\{4\}$ වේ. මෙහි දී $A\cap B$ මගින් දැක්වෙන්නේ A හා B කුලක 2ට ම අයත් වන, එනම් 2ට වැඩි ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් සහිත බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධියයි.

තවද, $A\cup B=\{2, 3, 4, 5\}$ වේ. මෙහි දී $A\cup B$ මගින් දැක්වෙන්නේ A කුලකයට හෝ B කුලකයට අයත් වන, එනම් 2ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් හෝ ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් සහිත, බෝලයක් ලැබීමේ සිද්ධියයි.

සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ නියැදි අවකාශයක ඇති ඕනෑම A හා B සිද්ධි 2ක් සඳහා $A, B, A\cup B$ හා $A\cap B$ සිද්ධිවල සම්භාවිතා අතර සම්බන්ධයක් පිළිබඳව දැන් සලකා බලමු.



කුලක පිළිබඳ දැනුම අනුව

$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$ සූත්‍රය අප සතුව ඇත. මෙම සූත්‍රයේ සෑම පදයක්ම $n(S)$ වලින් බෙදූ විට

$$\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{n(A)}{n(S)}+\frac{n(B)}{n(S)}-\frac{n(A\cap B)}{n(S)}$$ ලැබේ.

සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල නිසා, $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

මේ අනුව,

A හා B යනු සමසේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ නියැදි අවකාශය ඇති ඕනෑම සිද්ධි දෙකක් නම්

$$\boxed{P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)}$$

මේ අනුව, ඉහත අප සාකච්ඡා කරමින් සිටි නිදසුනෙහි,

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{3}{5}$$ ද

$$P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}=\frac{2}{5}$$ ද

$$P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(S)}=\frac{1}{5}$$ ද

$$P(A\cup B)=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}=\frac{4}{5}$$ ද වේ.

තව ද $P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

$$=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}-\frac{1}{5}$$

$$=\frac{4}{5}$$ නිසා

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ සූත්‍රය මෙම නිදසුන සඳහා සත්‍යාපනය වේ.

අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි

1 සිට 4 දක්වා අංක ලියන ලද නොනැඹුරු චතුස්තලයක් උඩ දැමීමේ දී ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සිද්ධිය A ද, ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් වැටීමේ සිද්ධිය B ලෙස ද ගනිමු.

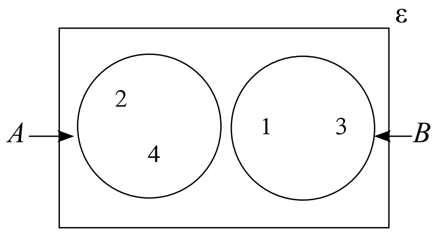
එනම්, $A=\{2, 4\}$ හා $B=\{1, 3\}$.

එවිට $A\cap B=\emptyset$. එනම් A හා Bට පොදු අවයව නොමැත.

එයින් අදහස් වන්නේ, මෙම සිදුවීම් දෙක එකවිට සිදු නොවන බවයි. මෙවැනි සිද්ධි **අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි** ලෙස හැඳින්වේ.

$\boxed{A\cap B=\emptyset \text{ නම් } A \text{ හා } B \text{ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ.}}$

දැන්, අප සාකච්ඡා කරමින් සිටි නිදසුනෙහි දී ඇති කරුණු වෙන් රූප සටහනක මෙසේ දක්වමු.



එවිට,

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{0}{4} = 0$$

A හා B අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වන විට $A \cap B = \emptyset$ නිසා $P(A \cap B) = 0$ වේ.

මේ අනුව

A සහ B සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නම් $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

අනුපූරක සිද්ධි

එක එකක 1 සිට 5 තෙක් අංක ලියා ඇති එක සමාන කාඩ්පත් පහක කට්ටලයකින් අහඹු ලෙස කාඩ්පතක් ගැනීමේ සසම්භාවී පරීක්ෂණය සලකමු.
මෙහි නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ලෙස ලියමු.
ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ඇති කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය A නම්, $A = \{2, 4\}$.

A සිද්ධිය සිදු නොවීම, එනම් ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නොවන කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය B නම්,

$B = \{1, 3, 5\}$.

ඉහත පරීක්ෂණයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ඇති කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය A වන විට, ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නොවන කාඩ්පතක් ලැබීමේ සිද්ධිය A හි **අනුපූරක සිද්ධිය** ලෙස හැඳින්වේ. A හි අනුපූරක සිද්ධිය A' ලෙස ලියා දක්වනු ලැබේ.
ඒ අනුව $A' = \{1, 3, 5\}$

මෙහි දී $A \cup A' = S$ වේ.

තව ද $A \cap A' = \emptyset$ නිසා

A හා A' සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වේ. මෙම ප්‍රතිඵල ඕනෑම සිද්ධියක් සඳහා සත්‍ය වේ.

මේ අනුව $P(A \cup A') = P(A) + P(A')$

$$\therefore P(S) = P(A) + P(A')$$

$$\therefore 1 = P(A) + P(A') \qquad P(S) = 1 \text{ නිසා}$$

$$\therefore P(A') = 1 - P(A)$$

ඕනෑම A සිද්ධියක් සඳහා $P(A') = 1 - P(A)$

නිදසුන 1

සසම්භාවී පරීක්ෂණයක A හා B සිද්ධි දෙක සඳහා $P(A) = \frac{2}{7}$ ද $P(B) = \frac{3}{7}$ ද $P(A \cap B) = \frac{1}{14}$ ද වේ. මේවා සොයන්න.

(i) $P(A \cup B)$ (ii) $P(A')$ (iii) $P(B')$ (iv) $P[(A \cap B)']$ (v) $P[(A \cup B)']$

(i) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ සූත්‍රය යෙදීමෙන්

$$P(A \cup B) = \frac{2}{7} + \frac{3}{7} - \frac{1}{14}$$

$$= \frac{4}{14} + \frac{6}{14} - \frac{1}{14} = \underline{\underline{\frac{9}{14}}}$$

(ii) $P(A') = 1 - P(A)$ සූත්‍රය යෙදීමෙන්

$$P(A') = 1 - \frac{2}{7}$$

$$= \frac{7}{7} - \frac{2}{7}$$

$$= \underline{\underline{\frac{5}{7}}}$$

(iii) $P(B') = 1 - P(B)$ සූත්‍රය යෙදීමෙන්

$$P(B') = 1 - \frac{3}{7}$$

$$= \frac{7}{7} - \frac{3}{7}$$

$$= \underline{\underline{\frac{4}{7}}}$$

(iv) $P[(A\cap B)'] = 1 - P(A\cap B)$

$$= 1 - \frac{1}{14}$$
$$= \frac{14}{14} - \frac{1}{14}$$
$$= \frac{13}{14}$$

(v) $P[(A\cup B)'] = 1 - P(A\cup B)$

$$= 1 - \frac{9}{14}$$
$$= \frac{14}{14} - \frac{9}{14}$$
$$= \frac{5}{14}$$

නිදසුන 2

X හා Y යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් වන අතර $P(X)=\frac{1}{6}$ ද $P(Y)=\frac{7}{12}$ ද වේ.

(i) $P(X\cap Y)$ (ii) $P(X\cup Y)$ සොයන්න.

(i) X හා Y යනු අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වන නිසා $P(X\cap Y) = 0$.

$$P(X\cup Y) = P(X) + P(Y)$$
$$= \frac{1}{6} + \frac{7}{12}$$
$$= \frac{2}{12} + \frac{7}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

30.2 අභ්‍යාසය

1. 1 සිට 6 තෙක් අංක යොදන ලද නොනැඹුරු දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයක,
ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය A ද,
පූර්ණ වර්ගයක් ලැබීමේ සිද්ධිය B ද,
4ට වැඩි සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය C ද,
6 ගුණාකාරයක් වන සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය D ද නම්,
A, B, C, D සිද්ධිවලින් අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි යුගල තෝරන්න.

2. X හා Y යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නොවන සිද්ධි දෙකකි. $P(X) = \frac{1}{4}$ ද $P(Y) = \frac{5}{6}$ ද $P(X\cap Y) = \frac{1}{6}$ ද නම් පහත සඳහන් එක එකෙහි අගය සොයන්න. (i) $P(X\cup Y)$ (ii) $P(X')$ (iii) $P(Y')$ (iv) $P[(X\cap Y)']$ (v) $P[(X\cup Y)']$

3. A හා B යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි දෙකක් වන අතර $P(A)=\frac{2}{7}$ ද $P(B')=\frac{1}{4}$ ද වේ. $P(A')$ හා $P(B)$ සොයන්න.

4. X හා Y යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි දෙකක් වේ. $P(X)=\frac{1}{2}$ ද $P(Y)=\frac{1}{3}$ ද $P(X\cup Y)=\frac{5}{6}$ ද බව දී ඇත.
(i) $P(X\cap Y)$ සොයන්න.
(ii) එමගින් X හා Y සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර බව පෙන්වන්න.

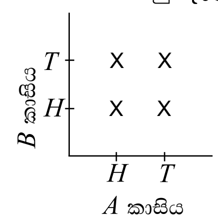
5. X, Y සහ Z යනු සසම්භාවී පරීක්ෂණයක සිද්ධි තුනකි.
$P(X)=\frac{1}{6}$, $P(Y)=\frac{1}{9}$, $P(Z')=\frac{2}{3}$, $P(X\cap Y)=\frac{1}{18}$ හා $P(X\cap Z)=\frac{1}{12}$ වේ.
මේවා සොයන්න.
(i) $P(X')$ (ii) $P(Y')$ (iii) $P(Z)$ (iv) $P(X\cup Y)$ (v) $P[(X\cup Z)']$

30.3 නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය

A හා B නොනැඹුරු සර්වසම කාසි දෙකක් එකවර උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයක් සලකමු. කාසියක සිරස ලැබීම H මගින් ද, අගය ලැබීම T මගින් ද දක්වමු.
මෙම පරීක්ෂණයේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල හතරක් ඇති අතර ඒවා පහත සඳහන් ආකාරයට දැක්විය හැකි ය.

කාසි දෙකේම සිරස ලැබීම (H, H)
A කාසියේ සිරස හා B කාසියේ අගය ලැබීම (H, T)
A කාසියේ අගය හා B කාසියේ සිරස ලැබීම (T, H)
කාසි දෙකේම අගය ලැබීම (T, T)

මේ අනුව නියැදි අවකාශය $\{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$ ලෙස දැක්විය හැකි ය.
මෙම නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කෙරෙන්නේ මෙසේ ය.



මෙහි 'x' මගින් ප්‍රතිඵල නිරූපණය වේ.

කාසි නොනැඹුරු නිසා මෙම ප්‍රතිඵල හතර සමසේ භව්‍ය වේ. ඒ අනුව පහත සම්භාවිතාවන් ලැබේ.

(i) කාසි දෙකේම සිරස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{4}$

(ii) පළමු කාසියේ සිරස හා දෙවැනි කාසියේ අගය ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{4}$

(iii) එක් කාසියක් සිරස හා අනික් කාසියේ අගය ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{2}{4}$

(iv) කාසි දෙකේම අගය ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{4}$

සටහන : ඉහත නිදසුනෙහි ඇති සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ ප්‍රතිඵල සියල්ල සමසේ භාව්‍ය විය. කොටුදැල ක්‍රමය භාවිත කිරීම සඳහා පරීක්ෂණ ප්‍රතිඵල සමසේ භව්‍ය වීම අවශ්‍යම නැති නමුත් සමසේ භව්‍ය නොවන අවස්ථාවල දී සිද්ධිවල සම්භාවිතාව ගණනය කිරීම ඉහත පරිදි සිදු කළ නොහැකි ය.

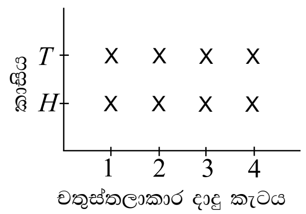
නිදසුන 1

1 සිට 4 තෙක් අංක යොදන ලද චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක් සහ කාසියක් එකවර උඩ දමා මේසය මත ස්පර්ශ වන පැති සටහන් කර ගැනීමේ පරීක්ෂණයක් සලකමු.

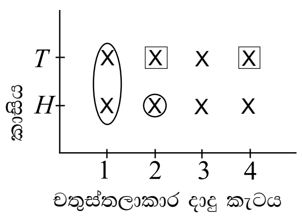
(i) නියැදි අවකාශය පටිපාටිගත යුගල ලෙස ලියා දක්වා කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.
(ii) පහත දැක්වෙන එක් එක් සම්භාවිතාව සොයන්න.
(*a*) දාදු කැටයේ අංක 1 ලැබීම
(*b*) දාදු කැටයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ අගය ලැබීම
(*c*) දාදු කැටයේ අංක 2 හා කාසියේ සිරස ලැබීම

(i) $S = \{(1,H), (2,H), (3,H), (4,H), (1,T), (2,T), (3,T), (4,T)\}$

මෙම නියැදි අවකාශයේ අවයව (පටිපාටිගත යුගල) කොටු දැලක නිරූපණය කරමු.



(ii) මෙහි ප්‍රතිඵල සියල්ල සමසේ භව්‍ය බව පැහැදිලි ය.



(*a*) ඉහත කොටු දැලෙහි ( ) ආකාර පෙදෙසට අයත් වන්නේ දාදු කැටයේ 1 ලැබෙන සිද්ධියට අයත් අවයවයි. එහි අවයව දෙකක් ඇත. නියැදි අවකාශයේ මුළු අවයව ගණන 8කි.

$\therefore$ දාදු කැටයේ අංක 1 ලැබීමේ සම්භාවිතාවය $= \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

(*b*) ඉහත කොටු දැලෙහි $\square$ ආකාර පෙදෙසට අයත් වන්නේ දාදු කැටයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ අගය ලැබීමේ සිද්ධියට අයත් අවයවයි. එහි අවයව දෙකක් ඇත.

$\therefore$ දාදු කැටයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ අගය ලැබීමේ සම්භාවිතාවය $= \dfrac{2}{8} = \dfrac{1}{4}$

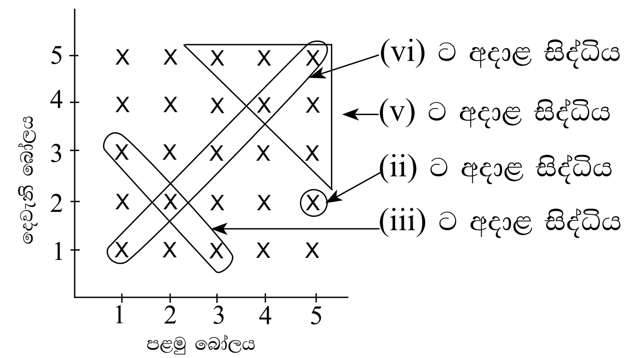
(*c*) ඉහත කොටු දැලෙහි ◯ ආකාර පෙදෙසට අයත් වන්නේ දාදු කැටයේ අංක 2 හා කාසියේ සිරස ලැබීමේ සිද්ධියට අයත් අවයවයි. එහි අවයව එකක් ඇත.

$\therefore$ දාදු කැටයේ අංක 2 හා කාසියේ සිරස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \dfrac{1}{8}$

නිදසුන 2

1, 2, 3, 4, 5 යනුවෙන් අංක ලියා ඇති සර්වසම බෝල 5ක් මල්ලක් තුළ ඇත. මෙම මල්ලෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ගෙන අංකය සටහන් කර ගෙන නැවත මල්ලට දමා (එනම් ප්‍රතිස්ථාපනය සහිත ව) දෙවැනි වර බෝලයක් ගෙන අංකය සටහන් කර ගනු ලැබේ.

(i) මෙම පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය කොටු දැලක දක්වන්න.



(ii) ඉවතට ගත් පළමු බෝලයේ අංක 5 හා දෙවැනි බෝලයේ අංක 2 සටහන් වී තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$\dfrac{1}{25}$

(iii) ඉවතට ගත් බෝල දෙකේ ම ඇති සංඛ්‍යාවල ඵෙක්‍යය 4 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$\dfrac{3}{25}$

(iv) ඉවතට ගත් බෝල දෙකේ ම සමාන සංඛ්‍යා සඳහන්ව තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$\dfrac{5}{25} = \dfrac{1}{5}$

(v) ඉහත (ii) හා (iv) හි සඳහන් සිද්ධි දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර ද?
ඔව්. හේතුව එම සිද්ධි දෙකට ම පොදු අවයව නැති නිසා ය.

(vi) ඉවතට ගත් බෝලවල සඳහන් සංඛ්‍යාවල එකතුව 7ට වැඩි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$\dfrac{6}{25}$

(vii) ඉහත (iii) හා (vi) හි සඳහන් සිද්ධි දෙක අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර ද?
නැත. හේතුව එම සිද්ධි දෙකට ම පොදු අවයවයක් ඇති නිසා ය. (එය (2, 2) වේ.)

30.3 අභ්‍යාසය

1. 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියන ලද ඝනකාකාර දාදු කැටයක් හා නොනැඹුරු කාසියක් එකවර උඩ දමා උඩට හැරී වැටෙන පැති සටහන් කර ගැනීමේ පරීක්ෂණය සලකමු.
    (*a*) නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.
    (*b*) එමගින් පහත සඳහන් එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
    (i) දාදු කැටයේ 1 හා කාසියේ සිරස ලැබීම
    (ii) දාදු කැටයේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් හා කාසියේ සිරස ලැබීම
    (iii) කාසියේ අගය ලැබීම

2. පැතිවල 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියා ඇති ඝනකාකාර දාදු කැට දෙකක් එකවර උඩ දමා උඩට හැරී වැටෙන පැතිවල ඇති සංඛ්‍යා දෙක සටහන් කර ගැනීමේ පරීක්ෂණය සලකමු.
    (*a*) නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.
    (*b*) එමගින් පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.
    (i) සටහන් කර ගත් සංඛ්‍යාවල ඓක්‍යය 5 වීම
    (ii) සටහන් කර ගත් සංඛ්‍යාවල එක්‍යය 10ට වඩා වැඩි වීම
    (iii) සටහන් කර ගත් සංඛ්‍යා දෙක සමාන වීම
    (iv) පළමු දාදු කැටයේ අංක 3 ලැබීම

3. මල්ලක සර්වසම රතු පැහැති පබළු 3ක් ද, නිල් පැහැති පබළුවක් ද, කහ පැහැති පබළු 2ක් ද ඇත. මේවා R_1, R_2, R_3, B, Y_1, Y_2 යනුවෙන් නම් කර ඇත. අහඹු ලෙස මින් පබළුවක් තෝරා එහි වර්ණය සටහන් කොටගෙන නැවත මල්ලට දමා (ප්‍රතිස්ථාපනය සහිතව නැවත පබළුවක් ගෙන එහි ද වර්ණය සටහන් කර ගනු ලැබේ.
    (*a*) නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.
    (*b*) ඒ අනුව පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.
    (i) පළමු පබළුව රතුපාට වී දෙවැනි පබළුව කහපාට වීම
    (ii) පබළු දෙකම රතුපාට වීම
    (iii) පබළු දෙකම එකම වර්ණයෙන් යුක්ත වීම
    (iv) එක් වරක දී වත් නිල්පාට පබළුව ලැබීම
    (v) ඉහත (i) - (iv) දක්වා ඇති සිද්ධි අතුරින්, අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි යුගල සියල්ල දක්වන්න.

4. එක්තරා මංසන්ධියක ඇති උමං මාර්ගයක A, B, C, D, E යනුවෙන් නම් කරන ලද මාර්ග 5ක් ඇත. මෙම ඕනෑම මාර්ගයකින් ඇතුළුවීමට මෙන්ම පිටවීමට ද හැකි වේ. මගියෙකුට ඕනෑම මාර්ගයකින් ඇතුළු වී පිටවිය හැකි සියලු ආකාර දැක්වෙන නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කර පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න. (ප්‍රතිඵල සියල්ල සමසේ භව්‍ය යැයි උපකල්පනය කරන්න.)
    (i) A මාර්ගයෙන් ඇතුළු වී B මාර්ගයෙන් පිටවීම
    (ii) A හෝ B හෝ මාර්ගයෙන් ඇතුලු වී D මාර්ගයෙන් පිටවීම
    (iii) E මාර්ගයෙන් ඇතුළු වීම
    (iv) ඇතුළු වන මාර්ගයෙන් හැර වෙනත් මාර්ගයකින් පිටවීම

5. මල් ගසක එක සමාන වූ රතු පැහැති මල් 4ක් ද කහ පැහැති මල් 3ක් ඇත. A සහ B නම් වූ සමනලුන් දෙදෙනෙක් මෙම මල්වල රොන් ගැනීමට පැමිණේ. මේ දෙදෙනාට එකම මලක වුවද එකවර රොන් ගත හැකි වේ. මෙසේ සමනලුන් දෙදෙනාට ඕනෑම මලක රොන් ගත හැකි සියලු අවස්ථා දැක්වෙන නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කර පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතාව සොයන්න. (එක් එක් සමනලයා අහඹු ලෙස හා එකිනෙකාගෙන් ස්වායත්තව මල් තෝරා ගන්නේ යැයි උපකල්පය කරන්න.)
    (i) A සමනළයා රතු මලකත් B සමනළයා කහපාට මලකත් රොන් ගැනීම
    (ii) සමනලුන් දෙදෙනා එකම වර්ණයක් සහිත මල්වල රොන් ගැනීම
    (iii) සමනලුන් දෙදෙනා වෙනස් වර්ණවලින් යුත් මල්වල රොන් ගැනීම
    (iv) සමනලුන් දෙදෙනා ම එකම මලෙන් රොන් ගැනීම

30.4 ස්වායත්ත සිද්ධි

පහත සඳහන් සසම්භාවී පරීක්ෂණ සලකා බලමු.

(i) නොනැඹුරු කාසි දෙකක් එකවර උඩ දමා වැටෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීමේ පරීක්ෂණයේ දී, එක් කාසියක වැටෙන පැත්ත කුමක් වුවත්, අනෙක් කාසියේ වැටෙන පැත්ත කෙරෙහි එය බලපෑමක් ඇති නොකරන බව පැහැදිලි වේ.

(ii) සර්ව සම බෝල කීපය බැගින් ඇති මලු දෙකකින්, එක් එක් මල්ලෙන් අහඹු ලෙස බෝලය බැගින් තෝරා ගැනීමේ පරීක්ෂණයේ දී එක් මල්ලකින් ලැබෙන බෝලය, දෙවැනි මල්ලෙන් ලැබෙන බෝලය කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරන බව ද පැහැදිලි වේ.

(iii) බීජ කීපයක් සිටුවා ඒවා ප්‍රරෝහනය වීමේ දී, යම් බීජයක් ප්‍රරෝහනය වීම වෙනත් බීජයක් ප්‍රරෝහනය වීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරයි.

මෙලෙස සසම්භාවී පරීක්ෂණයක දී එක් සිද්ධියක සිදුවීම, වෙනත් සිද්ධියක සිදුවීම කෙරෙහි බලපෑමක් ඇති නොකරයි නම් එම සිද්ධි දෙක **ස්වායත්ත** වේ යැයි කියනු ලැබේ.

සම්භාවිතාව විෂයේ දී සිද්ධි දෙකක ස්වායත්තතාව පහත පරිදි අර්ථ දැක්වේ.

$P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$ නම් A හා B ස්වායත්ත වේ.

අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකක් යනු එක විට සිදු නොවන සිද්ධි 2ක් බව අපි උගෙන ඇත්තෙමු. නමුත් සිද්ධි 2ක් ස්වායත්ත වේ යන්නෙන් අදහස් වන්නේ එක් සිද්ධියක සිදුවීම අනෙක් සිද්ධියෙහි සිදුවීම කෙරෙහි බලනොපාන බවයි.

නිදසුන 1

X හා Y යනු ස්වායත්ත සිද්ධි දෙකකි. $P(X) = \dfrac{1}{3}$ ද , $P(Y) = \dfrac{1}{4}$ ද වේ. $P(X \cap Y)$ හා $P(X \cup Y)$ සොයන්න.

X හා Y ස්වායත්ත සිද්ධි බැවින්

$$P(X\cap Y) = P(X)\,P(Y).$$
$$= \frac{1}{3}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{12}.$$

$P(X\cup Y) = P(X)+P(Y)-P(X\cap Y)$ සූත්‍රය යෙදීමෙන්

$$P(X\cup Y) = \frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}$$
$$= \frac{4+3-1}{12}$$
$$P(X\cup Y) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \text{ වේ.}$$

නිදසුන 2

එක්තරා තරග විභාගයකට ඉදිරිපත් වූවන්ගෙන් A අපේක්ෂකයා සමත්වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{5}$ ද, B අපේක්ෂකයා සමත්වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{10}$ ද ලෙස අනුමාන කෙරේ. මෙම සිද්ධි ස්වායත්ත යැයි සලකා පහත දැක්වෙන එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) දෙදෙනාම සමත්වීම.
(ii) එක අයෙකුවත් සමත්වීම.

A සමත්වීම නැමැති සිද්ධිය A මගිනුත් B සමත්වීම නැමැති සිද්ධිය B මගිනුත් දක්වමු. එවිට
(i) A සහ B යන දෙදෙනාම සමත් වීමේ සම්භාවිතාව $P(A\cap B)$ මගින් දැක්වේ.

ස්වායත්ත සිද්ධි බැවින්

$$P(A\cap B) = P(A).\,P(B)$$
$$= \frac{1}{5}\times\frac{3}{10} = \frac{3}{50}$$

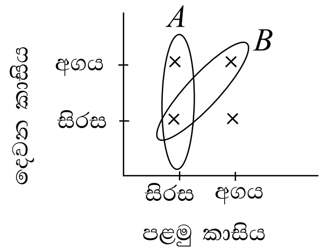
(ii) එක් අයෙක්වත් සමත්වීමේ සම්භාවිතාව $P(A\cup B)$ වේ. එවිට

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ සූත්‍රය භාවිතයෙන්

$$P(A\cup B) = \frac{1}{5}+\frac{3}{10}-\frac{3}{50}$$
$$= \frac{10+15-3}{50}$$
$$= \frac{22}{50}$$
$$= \frac{11}{25}$$

නිදසුන 3

නොනැඹුරු සමාන කාසි දෙකක් එකවර උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණය සලකමු. එහි නියැදි අවකාශය කොටු දැලක පහත පරිදි නිරූපණය කරමු.



පළමු කාසියේ සිරස ලැබීමේ සිද්ධිය A ලෙස ද, කාසි දෙකේම සමාන පැති ලැබීමේ සිද්ධිය B ලෙස ද ගනිමු. මෙම සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත දැයි විමසා බලමු.

ඒ සඳහා මුලින්ම A හා B සිද්ධිවලට අදාළ සම්භාවිතා සොයමු.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ ද}$$
$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ ද}$$
$$P(A\cap B) = \frac{n(A\cap B)}{n(S)} = \frac{1}{4} \text{ ද වේ.}$$

තවද $P(A)\,P(B) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ නිසා

$P(A\cap B) = P(A)\,P(B)$ වේ.

$\therefore A$ හා B සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත සිද්ධි වේ.

30.4 අභ්‍යාසය

1. X හා Y ස්වායත්ත සිද්ධි වන අතර $P(X)=\frac{1}{2}$ ද $P(X\cap Y)=\frac{1}{3}$ වේ.
   (i) $P(Y)$ සොයන්න.
   (ii) $P(X\cup Y)$ සොයන්න.

2. නොනැඹුරු කාසියක් හා මුහුණත්වල 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියා ඇති නොනැඹුරු ඝනකාකාර දාදු කැටයක් එකවර උඩ දමනු ලැබේ.
   (a) මෙම පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය කොටු දැලක නිරූපණය කරන්න.
   (b) කාසියේ සිරස වැටීමේ සිද්ධිය A ලෙස ද, දාදු කැටයේ අංක 4 වැටීමේ සිද්ධි B ලෙස ද ගෙන එම සිද්ධි එක එකක් කොටු දැල තුළ වට කර දක්වා පහත එක් එක් සිද්ධියෙහි සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (i) $P(A)$ (ii) $P(B)$ (iii) $P(A\cap B)$ (iv) $P(A\cup B)$

3. මල්ලක සර්වසම වූ රතුපාට පබළු 3ක් හා නිල්පාට පබළු 2ක් ඇත. පළමුව අහඹු ලෙස පබළුවක් ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කර ගෙන, නැවත මල්ලට දමා දෙවැනිවර ද පබළුවක් ගෙන එහි පාට සටහන් කරනු ලැබේ. ඒ අනුව පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.

(i) පබළු දෙකම රතුපාට වීම.
(ii) පළමු පබළුව නිල්පාට වී දෙවැන්න රතුපාට වීම.
(iii) පළමු පබළුව රතුපාට වී දෙවැන්න නිල්පාට වීම.
(iv) පබළු දෙකම නිල්පාට වීම.

30.5 රුක්සටහන්

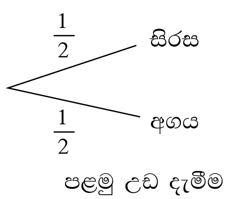
සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ සම්භාවිතා සෙවීම සඳහා රුක් සටහන් ද භාවිත කළ හැකි ය. පහත දැක්වෙන නිදසුන ඇසුරෙන් රුක් සටහන් ක්‍රමය පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 1

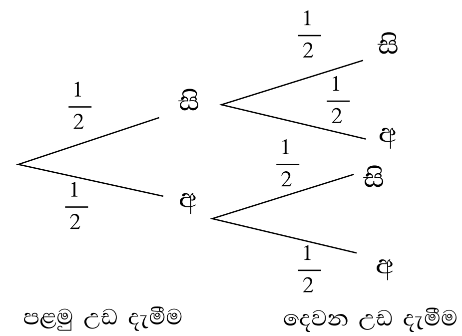
නොනැඹුරු කාසියක් දෙවරක් උඩ දමනු ලබන අතර එක් එක් අවස්ථාවේ දී ලැබෙන ප්‍රතිඵලය සටහන් කර ගනු ලබයි. අදාළ රුක් සටහන ඇඳ පහත දැක්වෙන එක් එක් සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) අවස්ථා දෙකේ දී ම සිරස ලැබීම
(ii) අවස්ථා දෙකේ දී ම එකම පැත්ත වැටීම
(iii) එක් අවස්ථාවක දී වත් අගය වැටීම
(iv) දෙවනුව සිරස වැටීම

මෙම පරීක්ෂණ අවස්ථා 2කට වෙන් කර ගත හැකි ය. ඒවා නම් පළමු උඩ දැමීම හා දෙවන උඩ දැමීමයි. පළමු උඩ දැමීමේ දී ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල දෙක පහත පරිදි අතු දෙකක් සහිත රුක් සටහනක් මගින් දැක්විය හැකි ය.



මෙහි අතු මත දක්වා ඇත්තේ අදාළ ප්‍රතිඵලය ලැබීමේ සම්භාවිතාවයි. ඒවා $\frac{1}{2}$ බැගින් වන බව අපි දන්නෙමු. (කාසිය නොනැඹුරු නිසා). දෙවන උඩ දැමීම දැක්වීමට මෙම රුක් සටහන පහත දැක්වෙන පරිදි දීර්ඝ කළ හැකි ය.



මෙහි දී ද අදාළ සම්භාවිතා රුක් සටහනෙහි අතු මත දක්වා ඇත. පළමු හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී ලැබෙන ප්‍රතිඵල ස්වායත්ත වන නිසා එම සම්භාවිතාව $\frac{1}{2}$ බැගින් වේ. මෙම රුක් සටහනෙහි මුල් ශීර්ෂයෙන් පටන් ගෙන කෙළවර දක්වා යා හැකි මාර්ග හතරක් ඇත. ඒවා නම්,

(i) මුල් උඩ දැමීමේ දී සිරස හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී සිරස
(ii) මුල් උඩ දැමීමේ දී සිරස හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී අගය
(iii) මුල් උඩ දැමීමේ දී අගය හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී සිරස
(iv) මුල් උඩ දැමීමේ දී අගය හා දෙවන උඩ දැමීමේ දී අගය

මෙම මාර්ගවලින් නියැදි අවකාශයේ අවයව (එනම් පරීක්ෂණයක ප්‍රතිඵල) සියල්ල නිරූපණය වේ.

පළමු උඩ දැමීම හා දෙවන උඩ දැමීම යන අවස්ථා දෙකෙන් දැක්වෙන සිද්ධි දෙක ස්වායත්ත නිසා එක් එක් ප්‍රතිඵලයේ සම්භාවිතාව සෙවීමට ගුණ කිරීම යොදා ගත හැකි ය. එනම්, P (අවස්ථා දෙකේදීම සිරස),

$= P$ (පළමු අවස්ථාවේ සිරස), P (දෙවන අවස්ථාවේ සිරස)

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \frac{1}{4}$

මෙපරිද්දෙන්ම,

P (පළමු අවස්ථාවේ දී සිරස හා දෙවන අවස්ථාවේ දී අගය) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

P (පළමු අවස්ථාවේ දී අගය හා දෙවන අවස්ථාවේ දී සිරස) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

P (පළමු අවස්ථාවේ දී අගය හා දෙවන අවස්ථාවේ දී අගය) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

මෙම පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය

$S = \{$(සි, සි), (සි, අ), (අ, සි), (අ, අ)$\}$

නිසා, ඉහත සම්භාවිතා කෙටියෙන්,

P (සි, සි) $= \frac{1}{4}$

P (සි, අ) $= \frac{1}{4}$

P (අ, සි) $= \frac{1}{4}$

P (අ, අ) $= \frac{1}{4}$

එය ලිවිය හැකි ය. දැන් නිදසුනෙන් අසා ඇති කොටස්වලට පිළිතුරු සපයමු.

(i) P (අවස්ථා දෙකේ දී ම සිරස වැටීම) $= P$ (සි, සි) $= \frac{1}{4}$

(ii) P (අවස්ථා දෙකේ දී ම එකම පැත්ත වැටීම) $= P$ (සි, සි) $\cup$ (අ, අ)
$= P$ (සි, සි) $+ P$ (අ, අ) (අවස්ථා දෙක අනන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නිසා)
$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

(iii) P (එක් අවස්ථාවක දී වත් අගය වැටීම) $= 1 - P$ (අවස්ථා දෙකේ දී ම සිරස වැටීම)
$= 1 - P$ (සි, සි) $= 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

(iv) P (දෙවනුව සිරස වැටීම) $= P$ (සි, සි) $\cup$ (අ, සි)
$= P$ (සි, සි) $+ P$ (අ, අ) (අවස්ථා දෙක අනන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර නිසා)
$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

30.5 අභ්‍යාසය

1. පෙට්ටියක, රතු පැන්සල් 4ක් හා කළු පැන්සල් 2ක් ඇත. මෙම පෙට්ටියෙන් සසම්භාවී ලෙස පැන්සලක් ගෙන එහි වර්ණය සටහන් කර නැවත පෙට්ටියට දමා දෙවැනි වරද පැන්සලක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වා එමගින්,

   (i) පැන්සල් දෙකම රතු පාට ඒවා වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

   (ii) පැන්සල් දෙක වර්ණ දෙකෙන් යුක්ත වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

   (iii) එකම වර්ණයෙන් යුත් පැන්සල් දෙකක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

2. සරත් සහ සුනිත් යන දෙදෙනාම බස් රථවලින් පැමිණෙන එකම ආයතනයක සේවය කරන දෙදෙනෙකි. සරත් සේවා ස්ථානයට ප්‍රමාද වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{3}$ වන අතර සුනිත් සේවා ස්ථානයට ප්‍රමාද වී පැමිණීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{4}$ වේ. එක් දිනක මෙම දෙදෙනා සේවා ස්ථානයට පැමිණීම දැක්වෙන නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වා පහත සඳහන් සිද්ධිවල සම්භාවිතා සොයන්න.
   (i) දෙදෙනාම ප්‍රමාද නොවී පැමිණීම.
   (ii) එක් අයෙක් පමණක් ප්‍රමාද වීම.

3. දැල් පන්දු කණ්ඩායමක සිටින පන්දු විදින්නිය නිවැරදි ව පන්දුව විදීමේ සම්භාවිතාව $\frac{3}{5}$ බව අතීත අත්දැකීම්වලින් හෙළිවිය. වාර දෙකක දී පන්දුව නිවැරදි ඉලක්කය වෙත විදීම දැක්වෙන නියැදි අවකාශය රුක් සටහනක දක්වා පහත සඳහන් එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
   (i) අවස්ථා දෙකේ දී ම නිවැරදි ව ඉලක්කය වෙත විදීම.
   (ii) එක් අවස්ථාවක දී වත් නිවැරදි ව ඉලක්කය වෙත විදීම.

මිශ්‍ර අභ්‍යාස මාලාව

1. සිසුන් 25ක කණ්ඩායමකින් තේ හා කෝපි බීමට කැමති අය පිළිබඳ ව කළ විමසුමක දී 17ක් තේ බීමට ද, 15ක් කෝපි බීමට ද 10ක් තේ හා කෝපි යන වර්ග දෙකම බීමට ද කැමති බව දන්වන ලදි.

   (අ) මෙම තොරතුරු දැක්වීමට වෙන් රූප සටහනක් අඳින්න.

   (ආ) එමගින් පහත සඳහන් එක් එක් සිද්ධියේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

   (i) තේ බීමට පමණක් කැමති අයෙකු වීම.
   (ii) එක් වර්ගයක් පමණක් බීමට කැමති අයෙකු වීම.
   (iii) වර්ග දෙකෙන් එක් වර්ගයකටවත් කැමති අයෙකු වීම.
   (iv) මෙම වර්ග දෙකටම අකමැති අයෙකු වීම.

2. ජීව විද්‍යා අංශයෙහි සහ ගණිත අංශයෙහි මුළු සිසුන් 100ක් සිටින මිශ්‍ර පාසලක එක් එක් ශිෂ්‍යයා / ශිෂ්‍යාව සඳහා P_1 සහ P_2 ප්‍රශ්න පත්‍ර වර්ග දෙකකින් එක් වර්ගයක් දෙන ලදි. එහි නියම වර්ගීකරණය පහත වගුවේ දැක්වේ.

ප්‍රශ්න පත්‍ර වර්ගය	ස්ත්‍රී පුරුෂ භාවය	ජීව විද්‍යා අංශය	ගණිත අංශය
P_1	ගැහැණු	10	5
	පිරිමි	20	5
P_2	ගැහැණු	30	10
	පිරිමි	15	5

පුද්ගලයෙක් සසම්භාවී ලෙස තෝරා ගන්නා ලද නම්. මෙම පුද්ගලයා,

(i) ගැහැණු ළමයෙකු වීමේ,
(ii) ගණිතය හදාරන්නෙකු වීමේ,
(iii) P_1 වර්ගයේ ප්‍රශ්න පත්‍රයක් ලද්දෙකු වීමේ,
(iv) ගැහැණු ළමයෙක් යැයි දී ඇති විට ඇය ජීව විද්‍යාව හදාරණනෙකු වීමේ,
(v) P_2 ප්‍රශ්න පත්‍රයක් ලද ගණිත අංශයේ පිරිමි ළමයෙකු වීමේ

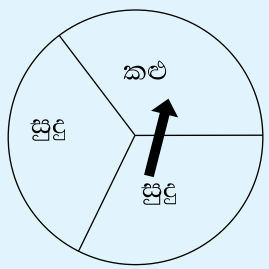
සම්භාවිතාව සොයන්න.

3. "මෙම ලොතරැයියේ සෑම ලොතරැයි පත් 7කින් එකකට දිනුමක් ඔබට ලැබෙනු ඇත" මෙය ගුවන් විදුලි වෙළඳ දැන්වීමකින් උපුටා ගත් කොටසක. මෙය ඇසූ අයෙකු මෙම ලොතරැයියේ ලොතරැයි පත් 2ක් මිලට ගත්තේය.

(අ) අදාළ රුක් සටහනක් අඳින්න.
(ආ) එමගින්,
(i) ලොතරැයි පත් දෙකටම දිනුම් ලැබීමේ,
(ii) එක් ලොතරැයි පතකටවත් දිනුමක් ලැබීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න

4. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තැටියක් සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ තුනකට බෙදා කොටස් දෙකක සුදු පාට හා එක් කොටසක කළු පාට ආලේප කර ඇත. තැටියේ කේන්ද්‍රයේ ඊතලයක් සවිකොට ඇත්තේ කේන්ද්‍රය වටා භ්‍රමණය විය හැකි පරිදි ය. ඊතලය වරක් භ්‍රමණය කර එය නවතින ස්ථානයේ වර්ණය සටහන් කරගනු ලැබේ. මෙසේ අවස්ථා 2ක් කටුව භ්‍රමණය කරවීම දැක්වීමට රුක් සටහනක් අඳින්න. එමගින් පහත දැක්වෙන අවස්ථා සඳහා සම්භාවිතා සොයන්න.



(i) අවස්ථා දෙකේ දීම සුදු කොටසක් මත කටුව නැවතීම.
(ii) එක් අවස්ථාවකදීවත් කළු කොටසක් මත කටුව නැවතීම.

5. රැකියා අවස්ථාවක් සඳහා තෝරා ගන්නා තරග විභාගයකින් ඉල්ලුම් කළ අයදුම්කරුවන්ගෙන් 10%ක් සුදුසුකම් ලැබූහ. එම සුදුසුකම් ලැබූවන්ගෙන් 60%ක් සඳහා පළමු වටයේ රැකියා ලබාදෙන ලදි. අහඹු ලෙස තෝරා ගත්තෙකු පළමු වටයේ රැකියා ලබන්නෙකු විමේ සම්භාවිතාව රුක් සටහන ඇසුරින් සොයන්න.

6. බහුවරණ ප්‍රශ්න පත්‍රයක එක් ප්‍රශ්නයක් සඳහා වරණ 4ක් ඇත. නිවැරදි වන්නේ එක් පිළිතුරක් පමණි. සිසුවෙකු මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයට පිළිතුරු ලිවීමේ දී ප්‍රශ්න දෙකකට පිළිතුරු නොදන්න බැවින් එම ප්‍රශ්න දෙක සඳහා අහඹු ලෙස පිළිතුරු සපයනු ලැබීය. අදාළ රුක් සටහනක් අඳින්න. එමගින් සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) ප්‍රශ්න 2 සඳහා ම දෙන ලද පිළිතුරු සමාන වීම.
(ii) එක් ප්‍රශ්නයක්වත් නිවැරදි වීම.
(iii) ප්‍රශ්න දෙක සඳහා ම පිළිතුර නිවැරදි වීම.

7. A හා B යනු කාර්යාලයක සේවය කළ සේවකයන් දෙදෙනෙකි. සතියේ කාර්යාල දින පහක දී ඔවුන් දෙදෙනාට දින 1ක් නිවාඩු ලබා ගත හැකි ය. ඔවුන් දෙදෙනාට සතියේ දින 5 තුළ නිවාඩු ලබා ගත හැකි සියලු ආකාර දැක්වෙන නියැදි අවකාශය කොටුදැලක දක්වන්න. එමගින් මේවායේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(i) A සඳුදා දිනකත් B බදාදා දිනකත් නිවාඩු ලබා ගැනීම,
(ii) Aට පෙර දිනක B නිවාඩු ලබා ගැනීම,
(iii) Aට පසු දිනක B නිවාඩු ලබා ගැනීම,
(iv) දෙදෙනාම එකම දිනක නිවාඩු ලබා ගැනීම.