

நல கிர்ட்டென்றை/புதிய பாடத்திட்டம்/New Syllabus

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු කළමනීය පොතුත් තරාතුරුප පත්තිර (ශ්‍යාරු තරු)ප ප්‍රේට්සේ, 2019 ඉකස්ස් අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (Adv. Level) Examination, August 2019

கணிதம்	I	07	T	I	28.08.2019 / 0830 – 1140
Mathematics	I				

ପ୍ରେ କୁନ୍ତି
ମୁଣ୍ଡୁ ମଣିତ୍ତିଯାଲମ୍
Three hours

அன்றை கிடைவில் காலை	- தினிந்து 10 பி
மேலதிக வாசிப்பு நேரம்	- 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time	- 10 minutes

வினாத்தாளை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவுசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை ஒழுங்கமைத்துக் கொள்வதற்கும் மேலதிக் வாசிப்பு நோக்கதைப் பயன்படுத்துக.

குட்டெண்							
----------	--	--	--	--	--	--	--

அறிவுறுத்தல்கள் :

- * இவ்வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் 1 - 10), பகுதி B (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
 - * **பகுதி A :**
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிக தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
 - * **பகுதி B :**
ஜங்கு வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
 - * ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B இங்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
 - * வினாத்தாளின் பகுதி B ஜ மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பர்ட்சகர்களின் உபயோகத்திற்கு மாத்திரம்

(07) கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

കുറിയീട്ടെങ്ങ്കள്

விடைத்தாள் பரிசுகர்	
1	
பரிசீலித்தவர்:	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

பகுதி A

1. $A = \{x \in \mathbb{R} : |x - 2| \geq 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} : |x - 1| < 3\}$ ஆகியன \mathbb{R} இன் தொடைப்பிரிவுகளைக் கொள்வோம். $A \cap B$, $A \cup B'$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

2. A, B ஆகியன ஓர் அகிலத் தொடை S இன் தொடைப்பிரிவுகளைக் கொள்வோம். வழக்கமான குறிப்பிட்டில், தொடை $A \setminus B$ ஆனது $A \setminus B = A \cap B'$ இனால் வரையறுக்கப்படுகின்றது. $A \setminus B = B' \setminus A'$ எனவும் $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$ எனவும் காட்டுக.

5. x, y ஆகியவற்றுக்கு $2 \log_9 x + \log_3 y = 3$, $2^{x+3} - 8^{y+1} = 0$ என்னும் ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

6. சமனிலி $x \leq \frac{2}{x-1}$ ஜத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

7. $x \in \mathbb{R}$ இங்கு $f(x) = x^3 + 1$ எனவும் $g(x) = ax + b$ எனவும் கொள்வோம்; இங்கு a, b ஆகியன மெய்ய மாறிலிகளாகும். $f(g(0)) = 2$ எனவும் $g(f(0)) = 3$ எனவும் தரப்பட்டுள்ளது. a, b ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க. a, b ஆகியவற்றின் இப்பெறுமானங்களுடன் $g^{-1}(x)$ ஜக் காண்க.

8. $A \equiv (1, 2)$ எனவும் $B \equiv (9, 8)$ எனவும் கொள்வோம். AB இன் செங்குத்து இருக்குறாக்கி l இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

l மீது C, D என்னும் இரு புள்ளிகள், $ACBD$ ஒரு சதுரமாக இருக்கத்தக்கதாக, எடுக்கப்பட்டுள்ளன. சதுரம் $ACBD$ இன் பரப்பளவு 50 சதுர அலகுகளைக் காட்டுக.

9. ஒரு பக்கத்தின் நீளம் x ம ஆகவள்ள சதுர அடியையும் உயரம் h ம ஐயும் கொண்ட ஒர் அடைத்த செவ்வகப் பெட்டியின் மேற்பரப்பின் பரப்பளவு 100 m^2 ஆகும். மேற்பரப்பின் பரப்பளவை மாற்றாமல் வைத்துக் கொண்டு x ஜி 6 m s^{-1} வீதத்தில் அதிகரிக்கச் செய்தால், $x = 5 \text{ m}$ ஆக இருக்கும்போது h மாறும் வீதத்தைக் காண்க.

10. வளையி $y = (x - 2)^2$ இனாலும் நேர்கோடு $2x + y = 7$ இனாலும் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

நவ திரும்பை/புதிய பாடத்திட்டம்/New Syllabus

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (ලස්ස පෙළ) එහාගේ, 2019 අගෝස්තු කළවිප් පොතුත් තරාතරුප පත්තිර (ඉයුර තරු)ප පරීතිස, 2019 ඉකස්ස් General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

கணிதம்	I
Mathematics	I

07 T I

ପକୁତୀ B

* ஜந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. (a) ஒரு குறித்த பாடசாலையின் எண்பக்ததைந்து மாணவர்கள் இனுதிப் பரீட்சைக்குத் தகைமை பெறுவதற்கு முன்தகைமை பெறுவதற்கான இரு பரீட்சைகளை எதிர்கொள்ள வேண்டியுள்ளது.

முதலாம் முன்தகைமை பெறுவதற்கான பரீட்சையில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை இரண்டாம் பரீட்சையில் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கையின் இருமடங்கிற்குச் சமமாகும்.

ஒரு பரீட்சையில் மாத்திரம் சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கை 70 ஆக இருக்கும் அதே வேளை 5 மாணவர்கள் இரு பரீட்சைகளிலும் சித்தியடையவில்லை.

 - (i) ஒவ்வொரு முன்தகைமை பெறும் பரீட்சையிலும்
 - (ii) இரு பரீட்சைகளிலும்

சித்தியடைந்த மாணவர்களின் எண்ணிக்கையைத் துணிக.

(b) மெய்னிலை அட்வணைகளைப் பயன்படுத்தி, பின்வரும் கூட்டு எடுப்புகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரு புனருத்தியா, ஓர் எதிர்மறுப்பா, அவை இரண்டுமல்ல எனத் துணிக.

 - (i) $[p \wedge (\sim q \Rightarrow \sim p)] \Rightarrow q$
 - (ii) $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \wedge (\sim q)$
 - (iii) $\sim (p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

12. (a) கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இறகும்

$$\sum_{r=1}^n (6r^2 - 2r - 1) = n(2n^2 + 2n - 1) \text{ என நிறுவக.}$$

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $V_r = \frac{1}{(r+1)(r+2)}$ எனக் கொள்வோம்.

$r \in \mathbb{Z}^+$ இந்து $V_r = \frac{r+1}{r+2} - \frac{r}{r+1}$ என வாய்ப்புப் பார்க்க.

$n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\sum_{r=1}^n V_r = \frac{n}{2(n+2)}$ எனக் காட்டுக.

$$\text{மேலும் } \sum_{r=6}^{16} (2V_r + 3) \text{ ஐக் காண்க.}$$

13. (a) $a \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $x^2 + ax - 1 = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவையும் வேறுவேறானவையும் ஆகும் எனக் காட்டுக.

α, β ஆகியன இம்மூலங்களைக் கொள்வோம்; $2\alpha + 1, 2\beta + 1$ ஐ மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(b) $f(x) = x^3 + 3x^2 + px + q$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு p, q ஆகியன மெய்யெண்களாகும். $f(x)$ ஆனது $(x-1)$ இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி -12 உம் $(x-2)$ ஆனது $f(x)$ இன் ஒரு காரணியும் ஆகும். p, q ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

மேலும் $f(x)$ இன் ஏனைய ஏகபரிமாணக் காரணிகளையும் காண்க.

14. (a) $k \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். $(1 + kx)^{23}$ இன் சமீப்பு விரியில் x^{20} , x^{21} ஆகியவற்றின் குணகங்கள் சமமாகும். $k = 7$ எனக் காட்டுக.
- (b) 3 இலும் கூடிய x இன் வலுக்கள் உள்ள உறுப்புகளைக் கைவிட்டு $(1.7)^{23} + (0.3)^{23}$ இற்கு ஓர் அண்ணாவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- (c) ஒரு மாதத்தின் தொடக்கத்தில் ஒருவர் ரூ. 50 000 ஜி வைப்புச் செய்து ஒரு வந்திக் கணக்கை ஆரம்பித்தார். பின்னர் அவர் இரண்டு ஆண்டுகளுக்கு ஒவ்வொரு மாதத்தின் தொடக்கத்திலும் ரூ. 20 000 ஜி வைப்புச் செய்தார். கணக்கிற்கு மாதந்தோறும் 0.5% கூட்டு வட்டி கொடுக்கப்படுகின்றது. இரண்டு ஆண்டுகளுக்குப் பின்னர் கணக்கின் மீதியைக் காண்க.

இந்த இரண்டு ஆண்டு காலத்திற்குப் பின்னர் ஒவ்வொரு மாதத்தின் இறுதியிலும் அவர் ரூ. 20 000 ஜி கணக்கிலிருந்து திரும்ப எடுக்கின்றார். அவர் ஒவ்வொரு மாதமும் ரூ. 20 000 ஜித் தொடர்ச்சியாகத் திரும்ப எடுப்பதற்கு எவ்வளவு காலத்திற்குக் கணக்கில் பணம் எஞ்சியிருக்கும்?

15. புள்ளி $(-2, 8)$ இனாடாகச் செல்கின்றனவாகவும் அச்சுகளின் மீது உள்ள வெட்டுத்துண்டுகளின் கூட்டுத்தொகை 6 ஆகவும் உள்ள l_1, l_2 என்னும் இரு நேர்கோடுகள் இருக்கின்றனவெனக் காட்டுக.
- இரு நேர்கோடு மேற்குறித்த l_1, l_2 ஆகிய இரு நேர்கோடுகளையும் முறையே P, Q ஆகிய புள்ளிகளில் சந்திக்கின்றது. கோட்டுத் துண்டம் PQ இன் நடுப்புள்ளி $(1, 5)$ எனின், கோடு PQ இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.
- l_1, l_2 ஆகிய இரு நேர்கோடுகளினதும் வெட்டுப் புள்ளியினாடாக PQ இற்குச் செங்குத்தாகச் செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு $4y = x + 34$ எனக் காட்டுக.

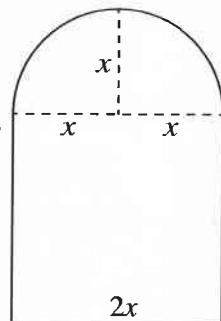
16. (a) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x^3 - a^3}$ ஜூக் காண்க.

(b) பின்வரும் ஒவ்வொன்றையும் x ஜூக் குறித்து வகையிடுக.

(i) $\ln(x + e^{\sqrt{x}})$ (ii) $(x + \sqrt{x^2 + a^2})^3$ (iii) $\sqrt{\frac{1+e^x}{1-e^x}}$

(c) உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளவறு ஒரு யன்னல் ஒரு செவ்வகத்தின் மீது ஏற்றிய ஓர் அரைவட்டத்தின் வடிவத்தைக் கொண்டுள்ளது. யன்னலின் முழுச் சுற்றளவும் $(\pi + 4)$ ம ஆகும். அரைவட்டத்தின் ஆரை x ம எனக் கொண்டு யன்னலின் பரப்பளவு A m^2 ஆனது $A = k (2x - x^2)$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக; இங்கு $k = \frac{1}{2}(\pi + 4)$.

யன்னலின் பரப்பளவு ஓர் உயர்ந்தப்பட்சமாக இருக்கத்தக்கதாக x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



17. (a) பகுதிகளாகத் தொகையிடல் முறையைப் பயன்படுத்தி, $\int (x+1)^2 e^x dx$ ஜூப் பெறுமானங் கணிக்க.

- (b) பின்வரும் அட்வணை 0 இற்கும் 1 இற்குமிடையே நீளம் 0.2 ஆகவுள்ள ஆயிடைகளில் x இன் பெறுமானங்களுக்குச் சார்பு $f(x) = \frac{1}{(2-x)^2}$ இன் பெறுமானங்களை நான்கு தசம தானங்களுக்குச் சரியாகத் தருகின்றது.

x	0.00	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00
$f(x)$	0.2500	0.3086	0.3906	0.5102	0.6944	1.0000

சரிவகப்போலி நெறியைப் பயன்படுத்தி, $I = \int_0^1 \frac{1}{(2-x)^2} dx$ இற்கு ஓர் அண்ணாவுப் பெறுமானத்தை மூன்று தசம தானங்களுக்குச் சரியாகக் காண்க.

பிரதியீடு $u = 2 - x$ ஜூப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக I ஜூக் கண்டு, மேலே பெற்ற அண்ணாவுப் பெறுமானத்துடன் ஒப்பிடுக.

* * *

நல திரண்டை/புதிய பாடக்குட்டம்/New Syllabus

අධ්‍යාපන පොදු සහකික පත්‍ර (උසක් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු කළුවිප පොතුත් තුරාතුරප පත්තිර (ශයර් තුරප) පරිශ්‍යා, 2019 ඉකස්ස් අධ්‍යාපන පොදු සහකික පත්‍ර (Adv. Level) Examination, August 2019

கணிதம்	Mathematics
II	III

07 T II

2019.08.29 / 0830 - 1140

ஆடை குறைகி
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

அமுலர் கியெலிம் காலை	- தினிந்து 10 கி
மேலதிக் வாசிப்பு நேரம்	- 10 நிமிடங்கள்
Additional Reading Time	- 10 minutes

வினாத்தானை வாசித்து, வினாக்களைத் தெரிவிசெய்வதற்கும் விடை எழுதும்போது முன்னுரிமை வழங்கும் வினாக்களை மெங்கமைக்குக் கொள்வதற்கும் மேலகிக வாசிப்ப நோக்கைப் பயன்படுத்துக.

కుండలి

அரிவாயுத்தல்கள் :

- * இவ்வினாக்கள் பகுதி A (வினாக்கள் 1 - 10), பகுதி B (வினாக்கள் 11 - 17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
 - * பகுதி A :
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிக தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
 - * பகுதி B :
ஜாந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. தரப்பட்டுள்ள தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
 - * ஒதுக்கப்பட்டுள்ள நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B இங்கு மேலே இருக்கத்தக்கதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரிட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
 - * வினாத்தாளின் பகுதி B ஜ மாத்திரம் பரிட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.
 - * புள்ளிவிவர அட்டவணைகள் வழங்கப்படும்.

ମାଟ୍ଟିଚକାରୀଙ୍କ ଉପଯୋକତକିର୍ତ୍ତ ଆକତ୍ତିଆମ୍

(07) கணிதம் II		
பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	

வருடாந்தம்

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள் பரிசுகர்	
1	
பரிசீலித்தவர்:	
2	
மேற்பார்வை செய்தவர்	

ପର୍ମାତମି A

$$1. \quad \Delta = \begin{vmatrix} a & a^2 & 1+a^3 \\ b & b^2 & 1+b^3 \\ c & c^2 & 1+c^3 \end{vmatrix}$$

எனக் கொள்வோம்; இங்கு a, b, c ஆகியன வேறுவேறான பூச்சியமல்லாத மெய்யம்

மாறிலிகள். $\Delta = 0$ எனின், $abc = -1$ எனக் காட்டுக.

- $$2. \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \text{ எனக் கொள்வோம்.}$$

$A+B$, AC , BC ஆகியவற்றைக் காண்க.

$(A+B)C = AC + BC$ என வாய்ப்புப் பார்க்க.

3. ஒரு மோட்டர்ச் சைக்கிளைக் கோப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம் X (மணித்தியாலங்களில்) ஆனது இடை மு ஆகவும் நியம விலகல் 5 ஆகவும் உள்ள ஒரு செவ்வன் பரம்பலைப் பின்பற்றுகின்றது. மோட்டர்ச் சைக்கிள்களில் 10 % ஆனவை 14 மணித்தியாலங்களிலும் குறைந்த நேரத்தில் கோக்கப்படுமெனின், இடை மு ஐக் காண்க.
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-
-

4. ஒரு கம்பனியில் முறையே 50, 60 ஊழியர்கள் இருக்கும் A, B என்னும் இரு பிரிவுகள் உள்ளன. ஒரு குறித்த ஆண்டில் இரு பிரிவுகளிலும் மாதச் சம்பளங்களின் சராசரியும் நியம விலகலும் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

பிரிவ	ஊழியர்களின் எண்ணிக்கை	சராசரி மாதச் சம்பளம் (ரூ.)	மாதச் சம்பளங்களின் நியம விலகல் (ரூ.)
A	50	40 000	6 750
B	60	35 000	7 000

சம்பளங்களில் கூடுதலான மாற்றங்கள் உள்ள பிரிவைத் துணிக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. இருபது நோக்கல்களின் ஒரு தொடையில் எண்களின் கூட்டுத்தொகை, எண்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுத்தொகை ஆகியன முறையே 140, 2260 ஆகும்.

 - (i) 20 நோக்கல்களினதும் இடையையும் நியம விலகலையும் காண்க.
 - (ii) இடையம் 10 எனின், ஓராயக் குணகத்தைக் கண்டு, 20 நோக்கல்களைக் கொண்ட தொடையின் பரம்பலின் வடிவம்பற்றி விமர்சிக்க.

6. ஒரு பைக்கற்றிலிருந்து எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்த ஒரு வித்து முளைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.7 ஆகும். அப்பைக்கற்றிலிருந்து எழுமாற்றாக ஜந்து வித்துகள் விதைப்பதற்காகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுமெனின்,

 - (i) அவ்வித்துகளில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றேனும் முளைப்பதற்கான
 - (ii) செப்பமாக மூன்று வித்துகள் முளைப்பதற்கான

நிகழ்த்தகவைக் காண்க.

7. ஒரு பெட்டியில் இரு சிவப்புப் பேனைகளும் இரு நீலப் பேனைகளும் ஒரு கறுப்புப் பேனையும் உள்ளன. இரு பேனைகள் எழுமாற்றாகப் பிரதிவெப்பு இல்லாமல் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றன. தெரிந்தெடுக்கப்படும் இரு பேனைகளும்

 - (i) ஒரே நிறத்தை,
 - (ii) வெவ்வேறு நிறங்களைக்

கொண்டாற்படக்கான நிகழ்க்காலைக் காண்க.

8. ஒரு பின்னக் எழுமாற்று மாறி X இன் நிகழ்தகவுத் திணிவுச் சார்பு கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	0	1	2	3
$P(X = x)$	0.2	0.2	0.3	0.3

$E(X)$ ലുക് കാണ്ക.

Y ஆனது $Y = 2X - 3$ இனால் தரப்படும் எழுமாற்று மாறியெனக் கொள்வோம். $E(Y)$ ஜியும் Y நேராக இருப்பதற்கான நிகழ்த்தகவையும் காண்க.

9. A, B ஆகியன ஒரு மாதிரி வெளி S இன் யாவுமளவிய (exhaustive) நிகழ்ச்சிகளைக் கொள்வோம். $P(A) = \frac{2}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ எனின், (i) $P(B)$, (ii) $P(A|B)$, (iii) $P(A'|B')$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

- 10.** X என்பது நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} k(3x - 1), & 1 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{அவ்வாறு இல்லாதபோது,} \end{cases}$$

இனால் தரப்படும் ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறியெனக் கொள்வோம்; இங்கு k ஒரு நேர் மாறிலி.

- (i) k இன் பெறுமானம்,
(ii) X இன் இடை

ஆகியவற்றைக் காண்க.

ഡീസു മ ട്രിക്കലി ആർട്ടിൾസ് |മറ്റുപ് പരിപ്പരിമയുടെയതു|All Rights Reserved]

நல திர்வேணகு/புதிய பாடத்துவிட்டம்/New Syllabus

NEW ප්‍රාග්ධන ව්‍යුහ දෙපාර්තමේන්තුව සිංහල ව්‍යුහ දෙපාර්තමේන්තුව සිංහල ව්‍යුහ දෙපාර්තමේන්තුව
Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka Department of Examinations, Sri Lanka
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (ලකස් පෙළ) විභාගය, 2019 අගෝස්තු කළවිප් පොතුත් තුරාතුරුප පත්තිර (ශ්‍යාරු තුරු)ප ප්‍රීට්සේ, 2019 ඉකස්නු General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2019

கணிதம்	Mathematics	II
--------	-------------	----

07 T II

ပக္ဂနီ B

* ஜந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.

11. ஒரு கம்பனியில் உயர் தர, இடைத் தர, கீழ்த் தர ஆணிகளுக்கு வெவ்வேறு உற்பத்திக் கொள்ளளவுகள் உள்ள A, B என்னும் இரு பொறிகள் உள்ளன. சந்தையில் உள்ள கேள்வியைப் பூர்த்தி செய்வதற்கு இக்கம்பனி ஒரு வாரத்தில் உயர் தர, இடைத் தர, குறைந்த தர ஆணிகளின் குறைந்தபட்சம் முறையே 7, 6, 13 தொன்களையேனும் உற்பத்தி செய்ய வேண்டும். A, B ஆகிய இரு பொறிகளையும் தொழிற்படுத்துவதற்குக் கம்பனி ஒரு நாளுக்கு முறையே ரூ. 10 000, ரூ. 8 000 ஜஸ் செலவிடுகின்றது. ஒரு நாளுக்காக ஆணியின் ஒவ்வொரு தரத்தையும் உற்பத்தி செய்வதற்கான ஒவ்வொரு பொறியினதும் உற்பத்திக் கொள்ளளவுகள் தொன்னில் பின்வரும் அட்வணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

ஆணியின் தரம்	கொள்ளளவு (தொன் / நாள்)	
	A	B
உயர் தரம்	2	1
இடைத் தரம்	1	1
குறைந்த தரம்	2	3

கம்பனி கேள்வியைப் பூர்த்தி செய்து கொண்டு மொத்த உற்பத்திச் செலவை இழிவளவாக்குவதற்கு ஒவ்வொரு பொறியும் ஒரு வாரத்தில் தொழிற்பட வேண்டிய நாட்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்பதற்கு விரும்புதலின்கூடு.

- (i) இதனை ஓர் ஏகபரிமாண நிகழ்ச்சித்திட்டப் பிரசினமாகச் சூத்திரிக்க.

(ii) இயலத்தக்க பிரதேசத்தின் ஒரு பரும்படிப் படத்தை வரைக.

(iii) வரைபு முறையைப் பயன்படுத்தி, மேலே (i) இற் சூத்திரித்த பிரசினத்தின் தீரவைக் காண்க.

(iv) ஒரு தொழினுட்பத் தவறு காரணமாகப் பெற்று வரத்தில் தொழிற்படும் நாட்களின் எண்ணிக்கையின் இரு மடங்கான நாட்களுக்குப் பொறி B தொழிற்பட வேண்டும்.

கம்பனி உற்பத்திச் செலவை இழிவளவாக்குவதற்கு இன்னும் விரும்பினால், ஒரு வாரத்தில் மொத்த ஒப்புக்கிட செலவின் மதிசூரியினால் காண்க.

12. (a) $A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ x & 2 & y \end{pmatrix}$ எனக் கொள்வோம்.

$\mathbf{A}\mathbf{A}^T = \mathbf{I}_3$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக x, y ஆகியவற்றைக் காண்க; இங்கு \mathbf{I}_3 ஆனது வரிசை 3 இன் சர்வசமன்பாட்டுக் காய்மாக இருக்கும் அதே வேளை \mathbf{A}^T அங்கு \mathbf{A} இன் நிலைமாற்றை வகைக்குறிக்கின்றது.

$$(b) A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ எனக் கொள்வோம்.}$$

$A^3 + pA = qI_3$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக p, q ஆகிய மாறிலிகளைக் காணக; இங்கு I_3 ஆனது வரிசை 3 இன் சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

$BA = I_3$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக வரிசை 3 இன் ஒரு சதுரத் தாயம் B இருக்கின்றதென உய்த்தறிக.

பின்வரும் ஏபரிமாணச் சமன்பாட்டுத் தொகுதியைக் கருதுக:

$$\begin{aligned} y + z &= 1 \\ x + z &= 2 \\ x + y &= 5 \end{aligned}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} \text{ எனவும் } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \text{ எனவும் எடுத்துக் கொண்டு } AX = H \text{ ஆனது மேற்குறித்த}$$

ஏபரிமாணச் சமன்பாட்டுத் தொகுதியை வகைக்குறிக்கின்றதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, மேற்குறித்த ஏபரிமாணச் சமன்பாட்டுத் தொகுதியைத் தீர்க்க.

13. (a) முகங்களில் 1, 2, 3, 4, 5, 6 எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ள ஆறு பக்கங்களைக் கொண்ட I, II என்னும் இரு கோடாத நியமத் தாயக் கட்டைகள் மேலே ஏறியப்படுகின்றன. தாயக் கட்டை I இனதும் தாயக் கட்டை II இனதும் தரையிற் படும் எண்கள் முறையே x, y எனக் கொள்வோம்.

A, B ஆகிய நிகழ்ச்சிகள்

$A : x \leq y,$

$B : x + y$ ஓர் ஒற்றை நிறையெண்

ஆகியவற்றினால் வரையறுக்கப்படுகின்றனவெனக் கொள்வோம்.

$P(A), P(B), P(A \cap B), P(A | B)$ ஆகியவற்றைக் காணக.

- (b) (i) “STATISTICS” என்னும் சொல்லின் பத்து எழுத்துகளினாலும் ஆக்கப்படத்தக்க வரிசைமாற்றங்களின் எண்ணிக்கையைக் காணக.
- (ii) “STATISTICS” என்னும் சொல்லின் பத்து எழுத்துகளிலிருந்து எடுக்கப்பட்ட நான்கு எழுத்துகளினால் ஆக்கப்படத்தக்க ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட சேர்மானங்களின் எண்ணிக்கையைக் காணக.

14. A, B, C என்னும் மூன்று பெட்டிகளில் பழங்கள், பெட்டி A இல் 7 மாம்பழங்கள் மாத்திரமும் பெட்டி B இல் 4 மாம்பழங்களும் 3 பேரிக் காய்களும் பெட்டி C இல் 5 அப்பிள்களும் 2 பேரிக் காய்களும் இருக்கத்தக்கதாக, உள்ளன. ஒரு பெட்டியை எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுத்து, அத்தெரிந்தெடுத்த பெட்டியிலிருந்து பிரதிவைப்பு இல்லாமல் எழுமாற்றாக ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட சேர்மானங்களின் எண்ணிக்கையைக் காணக.

ஒவ்வொரு பெட்டியையும் தெரிந்தெடுத்தல் சமமாய இயலத்தக்கதெனக் கொண்டு

(i) தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட இரு பழங்களும் மாம்பழங்களாக,

(ii) தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட பழங்களில் குறைந்தபட்சம் ஒன்றேனும் மாம்பழமாக,

(iii) ஒன்று மாம்பழமெனத் தரப்படும்போது தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட பழங்கள் இரண்டும் மாம்பழங்களாக,

(iv) பழங்கள் ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட வகைகளாக.

இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காணக.

15. ஒரு தொடர் எழுமாற்று மாறி X இற்கு நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு $f(x)$ ஆனது

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x > 0 \\ 0, & \text{அவ்வாறு இராதபோது;}\end{cases}$$

இனால் தரப்படும் ஓர் அடுக்குக்குறிப் பரம்பல் உள்ளது; இங்கு $\lambda (> 0)$ ஒரு பரமானம்.

X இன் இடையையும் மாற்றிறணையும் காண்க.

ஒரு மின்னுபகரணத்தின் ஆயுட்காலம் X ஆனது இடை 2 ஆண்டுகளுடன் அடுக்குக்குறிமுறையாகப் பரம்பியுள்ளது. X இன் திரள் பரம்பற் சார்பைக் கண்டு, அதிலிருந்து, X இன் இடையத்தைக் காண்க. (நீர் $e^{-0.7} \approx 0.5$ என எடுக்கலாம்.)

ஓர் உபகரணம் எழுமாற்றாகத் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றது.

- (i) உபகரணத்தின் ஆயுட்காலம் $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளை விஞ்சவதற்கான,
- (ii) உபகரணம் $1\frac{1}{2}$ ஆண்டுகளுக்கு மேற்பட்ட காலத்திற்கு இருந்ததெனத் தரப்படும்போது உபகரணம் 2 ஆண்டுகளுக்கு முன்பாகத் தொழிற்படத் தவறுவதற்கான

நிகழ்தகவைக் காண்க.

(நீர் தீவுகளைச் சுருக்க வேண்டியதில்லை.)

16. பெறுமானத் தொடை $\{x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ இன் இடையும் நியம விலகலும் முறையே μ, σ ஆகும். பெறுமானத் தொடை $\{ax_i + b : i = 1, 2, \dots, n\}$ இன் இடையையும் நியம விலகலையும் காண்க; இங்கு a, b ஆகியன மாறிலிகள்.

70 நீரிழிவு நோயாளிகளைக் கொண்ட ஒரு குழுவில் உயர் குருதி வெல்லம் இருந்ததல் முதல் நிதானிப்பில் இனங்காணப்பட்ட வயதுகள் (கிட்டிய ஆண்டுக்கு அறிக்கையிடப்பட்டுள்ளன) பின்வரும் அட்டவணையில் பொழிப்பாக்கப்பட்டுள்ளன.

வயது	நோயாளிகளின் எண்ணிக்கை
10 – 20	9
20 – 30	12
30 – 40	32
40 – 50	14
50 – 60	3

- (i) ஓர் உகந்த ஏகபரிமாண உருமாற்றத்தைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறு விதமாக, தரப்பட்ட மீறிறன் பரம்பலின் இடையையும் நியம விலகலையும் கணிக்க.
- (ii) மேற்குறித்த பரம்பலின் காலணையிடை வீச்சைக் காண்க.
- (iii) 55 வயதில் உயர் குருதி வெல்லம் இருப்பதாக முதல் தடவை இனங்காணப்பட்ட இரு நோயாளிகள் இக்குழுவுடன் இணைந்தனர். எல்லா 72 நோயாளிகளிலும் உயர் குருதி வெல்லம் இருப்பதாக முதல் தடவை இனங்காணப்பட்ட வயதுகளின் மீறிறன் பரம்பலின் காலணையிடை வீச்சைக் காண்க.

17. ஒரு செயற்றிட்டத்தின் செயற்பாடுகளுக்கு எடுக்கும் காலமும் செயற்பாடுகளின் பாய்ச்சலும் பின்வரும் அட்டவணையில் விவரிக்கப்பட்டுள்ளன:

செயற்பாடு	கிட்டிய முந்திய செயற்பாடு (செயற்பாடுகள்)	காலம் (மாதங்களில்)
A	—	2
B	A	2
C	A	3
D	B, C	4
E	B, D	5
F	—	8
G	E, F	1
H	E, G	2
I	H	4

- (i) செயற்றிட்ட வலையமைப்பை அமைக்க.
- (ii) ஒவ்வொரு செயற்பாட்டுக்கும் ஆரம்பிக்கத்தக்க முந்திய நேரம், முடிக்கத்தக்க முந்திய நேரம், ஆரம்பிக்கத்தக்க பிந்திய நேரம், முடிக்கத்தக்க பிந்திய நேரம், மிதப்பு ஆகியவற்றை உள்ளடக்கும் ஒரு செயற்பாட்டு அட்டவணையைத் தயாரிக்க
- (iii) செயற்றிட்டத்திற்கு எடுக்கும் மொத்தக் காலத்தை நீட்டிக்காமல் தாழ்த்திக்க முடியாத செயற்பாடுகள் யாவை?
- (iv) செயற்றிட்டத்திற்கு எடுக்கும் மொத்த நேரத்தைக் காண்க.
- (v) வெளிக் காரணங்களுக்காகச் செயற்பாடு F இற்கு விதித்த காலத்திலும் பார்க்க ஒரு மாதம் கூடுதலாக எடுக்குமென எதிர்பார்க்கப்படுகின்றது. மேலே (iv) இற் கணித்த மொத்தக் காலத்தில் செயற்பாட்டை இன்னும் முடிக்க முடியுமாவெனத் துணிக.

* * *