

இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்,

- கவராயத்தையும் நேர்விளிம்பையும் பயன்படுத்தி அடிப்படை ஒழுக்குகள் நான்கையும் அமைப்பதற்கும்
- சமாந்தர கோடுகளைக் கொண்ட நேர்கோட்டுத் தளவுருக்களை அமைப்பதற்கும்
- தரப்பட்ட தரவுகளிலிருந்து முக்கோணிகளை அமைப்பதற்கும் தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

28.1 அடிப்படை ஒழுக்குகளின் அமைப்புகள்

அசையும் ஒரு புள்ளியின் பயணப் பாதை அப்புள்ளியின் ஒழுக்கு எனப்படும். அன்றாட வாழ்வில் சுற்றாடல் தொடர்பாகக் காணக்கிடைக்கும் ஒழுக்குகளுக்கான சில உதாணங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

1. ஒரு மரத்திலிருந்து விழும் ஒரு காயின் விழும் பயணப் பாதை.
2. ஒரு கடிகார முள்ளின் முனையின் பயணப் பாதை.
3. சூரியனைச் சுற்றிச் சுழலும் ஒரு கிரகத்தின் பயணப் பாதை.
4. ஓர் ஊசல் கடிகாரத்தின் ஊசலின் பயணப் பாதை.
5. ஒரு துடுப்பினால் பந்தை அடிக்கும்போது பந்தின் பயணப் பாதை.

கேத்திரகணித ரீதியாக விபரிக்கக்கூடிய நான்கு ஒழுக்குகள் பற்றி இப்பாடத்தில் கற்போம். இப்பாடத்தில் நாம் ஒரே தளத்திலுள்ள ஒழுக்குகளில் மாத்திரம் கவனஞ் செலுத்துவோம்.

குறிப்பு: ஒழுக்குக்களின் அமைப்பைப் பார்ப்பதற்கு முன்னர் இவை தொடர்பான பின்வரும் உண்மைகள் தொடர்பாகக் கவனஞ் செலுத்துவோம்.

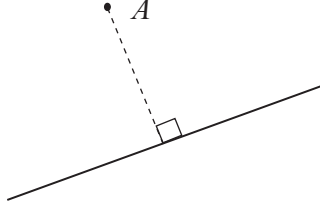
1. இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையேயான தூரம்

ஒரு தளத்தில் உள்ள இரு புள்ளிகளான A ஐயும் B ஐயும் கருதுவோம். இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையேயான தூரம் என்பதால் கருதப்படுவது யாதெனில் அவ்விரு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் நேர்கோட்டுத் துண்டத்தின் நீளமாகும்.



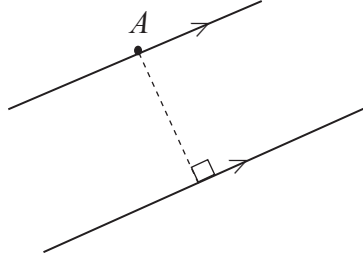
2. ஒரு கோட்டிற்கும் புள்ளியொன்றிற்கும் இடையேயான தூரம்:

தரப்பட்டுள்ள புள்ளி A ஐயும் தரப்பட்ட கோட்டுத் துண்டத்தையும் கருதுவோம். புள்ளி A யில் இருந்து கோட்டுத் துண்டத்திற்கான தூரம் என்பது யாதெனில் அப் புள்ளியில் இருந்து அக்கோட்டுத் துண்டத்திற்கான குறுகிய தூரமாகும். இக்குறுகிய நீளம் ஆனது A யில் இருந்து கோட்டுத்துண்டத்திற்கான செங்குத்துத் தூரமாகும்.

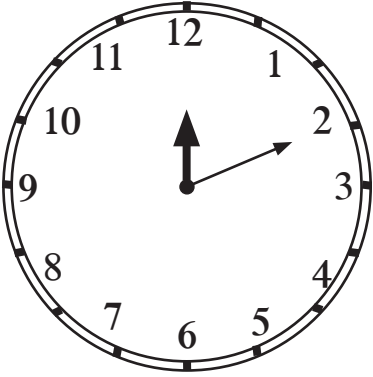


3. இரண்டு சமாந்தர கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட தூரம் :

கீழே தரப்பட்டுள்ள சமாந்தர கோடுகளைக் கருதுக. இவ்விரண்டு கோடுகளில் ஒன்றில் A என்னும் புள்ளியைக் குறிக்க. புள்ளி A யில் இருந்து மற்றைய கோட்டுக்கான குறுகிய (செங்குத்து) தூரம் இச்சமாந்தர கோட்டுக்கிடையேயான தூரம் எனப்படும். இக்கோடுகள் சமாந்தரம் என்பதால் முறையே A எங்கு அமைந்திருந்தாலும் இத்தூரமானது இக்கோடுகளுக்கிடையே எந்த இடத்திலும் மாறாததாகும்.



1. நிலையான புள்ளியிலிருந்து மாறாத் தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைத்தல்

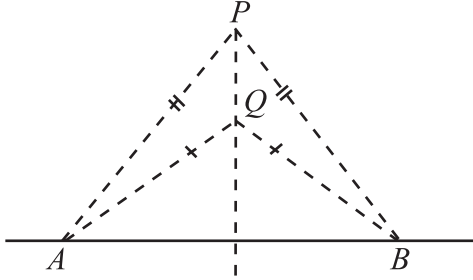


உருவிலுள்ள கடிகாரத்தில் ஒவ்வொரு முள்ளினதும் முனை முள் பொருத்தப்பட்டுள்ள அச்சிலிருந்து மறாத் தூரத்தில் இருக்கும். கடிகாரம் இயங்கும்போது அதிலுள்ள முள்ளினது முனை பயணம் செய்யும் பாதை வட்டவடிவானதென்பதை நீங்கள் அவதானிக்கலாம். கடிகாரத்தின் முற்கள் அச்சில் பொருத்தப்பட்டுள்ள இடம் வட்டங்களின் மையமாயிருப்பதுடன் ஒவ்வொரு முள்ளினதும் நீளம் வட்டத்தின் ஆரையாகும். இங்கு முள்ளின் ஒரு முனை (அச்சில்) நிலையான ஒரு புள்ளியிலிருந்து மறாத் தூரத்தில் பயணம் செய்வதை அவதானிக்கலாம்.

எனவே, நிலையான ஒரு புள்ளியிலிருந்து மறாத் தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கு வட்டமாகும்.

தற்போது அவ்வொழுக்கை எவ்வாறு அமைப்பது எனப் பார்ப்போம். நிலைத்த புள்ளி O வைக் குறிப்போம். பின் அப்புள்ளியிலிருந்து மறாத் தூரத்தை கவராயத்தில் அளந்து எடுத்து கவராயத்தின் கூர் முனையை மையத்தில் வைத்து வட்டத்தை அமைக்க.

2. இரண்டு புள்ளிகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைத்தல்



உருவிலுள்ளவாறு புள்ளி P ஆனது A , B ஆகிய இரண்டு புள்ளிகளிலுமிருந்தும் சமனான தூரத்தில் அமைந்துள்ளது. புள்ளி Q உம் A , B ஆகிய இரண்டு புள்ளிகளிலுமிருந்து சமனான தூரத்தில் அமைந்துள்ள இன்னொரு புள்ளியாகும். A , B ஆகிய இரண்டு புள்ளிகளிலுமிருந்தும் சமனான தூரத்தில் அமைந்துள்ள இவ்வாறான அதிக எண்ணிக் கையிலான புள்ளிகள் உண்டு. அச்சகல புள்ளிகளையும்

இணைக்கும்போது பெறப் படுவது யாது என அவதானிக்க. அப்போது, அப்புள்ளிகளை இணைப்பதால் பெறப்படும் கோடானது A , B ஆகியவற்றை இணைக்கும் கோட்டின் நடுப்புள்ளியினூடாகச் செல்கிறது என்பதும் அது கோடு AB இற்குச் செங்குத்தானது என்பதும் தெளிவாகும்.

எனவே, இரண்டு நிலைத்த புள்ளிகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கு, அந்நிலையான இரண்டு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் கோட்டின் செங்குத்து இருசமகூறாக்கியாகும்.

இனி, அவ்வொழுக்கை, அதாவது கோட்டுத்துண்டம் AB இன் செங்குத்து இரு சமகூறாக்கியை அமைக்கும் முறை பற்றி ஆராய்வோம்.

முதலில் A , B ஆகிய புள்ளிகளை இணைத்து நேர்கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைவோம்.

A B

A ————— B

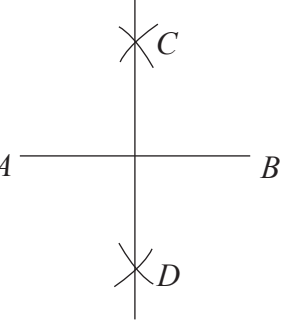


படிமுறை 1 கோட்டுத் துண்டம் AB இன் நீளத்தின் அரைப் பங்கிலும் கூடிய ஆரையைக் கொண்டதாகக் கவராயத்தை ஒழுங்கு செய்து A , B ஆகிய புள்ளிகளில் ஒவ்வொன்றையும் மையமாகக் கொண்டு (உருவிலுள்ளவாறு) இரண்டு வட்ட விற்களும் இடைவெட்டுமாறு வரைக.

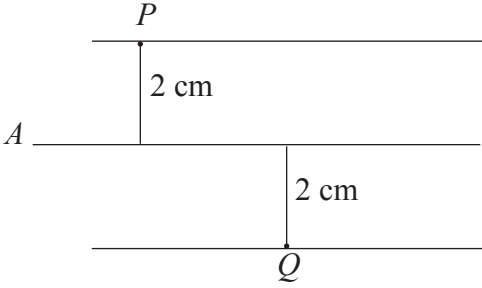
A ————— B



படிமுறை 2 அவ்வட்டவிற்கள் இரண்டும் இடைவெட்டும் புள்ளிகளை C, D எனப் பெயரிடுக. C, D ஆகியவற்றுக்கிடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டை வரைக. இக்கோடு தேவையான A ஒழுக்கு ஆகும்.



3. ஒரு நேர்கோட்டிலிருந்து மாறாத் தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைத்தல்



தரப்பட்டுள்ள AB என்னும் கோட்டுக்கு 2 cm தூரத்தில் வரையப்பட்ட ஒரு சோடி கோடு உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. அக்கோடுகளின் மீதுள்ள P, Q ஆகிய இரண்டு புள்ளிகளைக் கருத்தில் கொள்க. P, Q ஆகிய புள்ளிகளிலிருந்து கோடு AB இற்குள்ள தூரம் 2 cm ஆகும். P, Q ஆகிய புள்ளிகளை இச்சோடிக் கோடுகளின்மீது

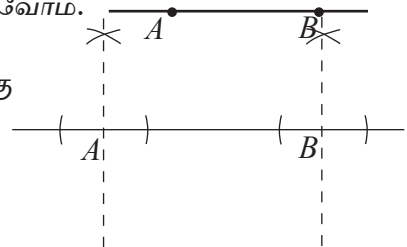
எங்கு தெரிந்தெடுத்தாலும் கோடு AB இற்குள்ள தூரம் அதாவது 2 cm மாறாது என்பதை அவதானிக்க.

ஒரு கோட்டுக்குச் சமாந்தரமாக அக்கோட்டுக்கு இரு பக்கங்களிலும் வரையப்பட்டுள்ள ஒரு சோடி கோடு உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. அவ்வொவ்வொரு கோடும் AB இலிருந்து 2 cm மாறாத்தூரத்தில் அமைந்துள்ளன.

மறுதலையாக கோடு AB இலிருந்து 2 cm மாறாத் தூரத்தில் யாதாயினுமொரு புள்ளி அமையுமாயின் அப்புள்ளியானது மேற்குறித்த இரண்டு கோடுகளிலும் ஒன்றின்மீது அமைய வேண்டும் என்பது தெளிவாகும்.

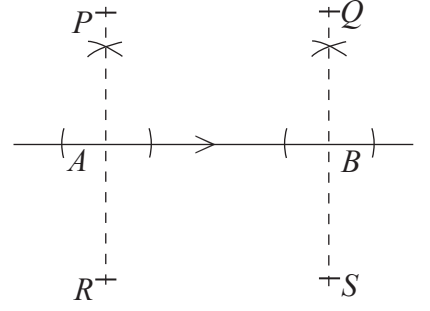
தற்போது அவ்வொழுக்கை அமைப்பதற்குத் தரப்பட்ட கோட்டுக்கு இருபக்கமும் வரையப்படும் சமாந்தர கோடுகள் அமைக்கும் முறை பற்றி ஆராய்வோம்.

முதலில் தரப்பட்ட கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைவோம்.

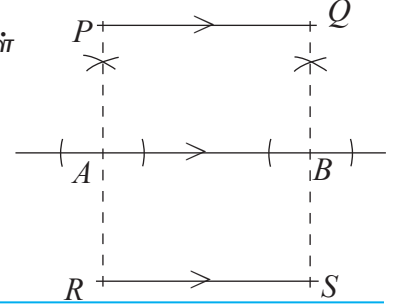


படிமுறை 1 A, B ஆகிய புள்ளிகளில் கோட்டுக்கு இரண்டு செங்குத்துகள் அமைக்க.

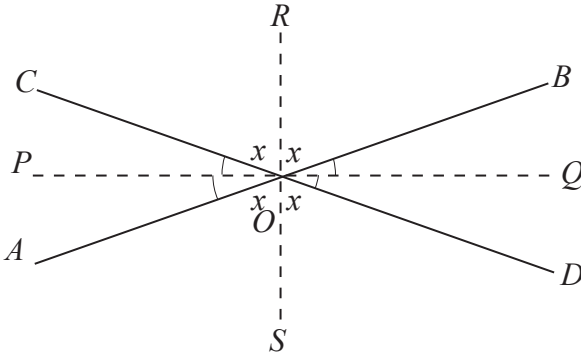
படிமுறை 2: அச்செங்குத்துக்களின் மீது கோட்டுக்கு இரு பக்கங்களிலும் தேவையான மாறாத் தூரத்தில் இரண்டு புள்ளிகள் வீதம் குறித்து, அவற்றை உருவிலுள்ளாறு P, Q, R, S எனப் பெயரிடுக.



படிமுறை 3 PQ, RS என்பவற்றுக்கூடாக நேர்கோடுகள் வரைக. இக்கோடுகள் இரண்டும் தேவையான ஒழுக்காகும்.



4. ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும் இரண்டு நேர்கோடுகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைத்தல்.

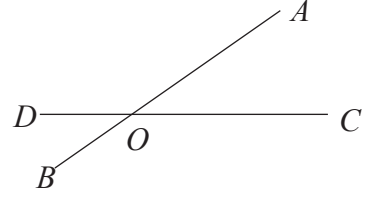


உருவிலுள்ள AB, CD ஆகிய நேர்கோடுகள் O இல் இடைவெட்டுகின்றன. $\hat{AOC}, \hat{BOD}$ ஆகிய கோணங்கள் சமனான இரண்டு கோணங்களாகப் பிரிக்கப்படும் வகையில் கோடு PQ வரையப்பட்டுள்ளது. இக்கோடு PQ ஆனது $\hat{AOC}, \hat{BOD}$ ஆகிய கோணங்களின் இருசமகூறாக்கி எனப்படும். இவ்

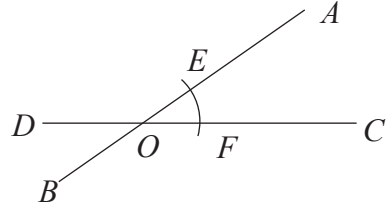
வாறே, $\hat{COB}, \hat{AOD}$ ஆகிய கோணங்கள் சமனான இரண்டு கோணங்களாகப் பிரிக்கப்படும் வகையில் கோடு RS வரையப்பட்டுள்ளது. இக்கோடு RS ஆனது $\hat{COB}, \hat{AOD}$ ஆகிய கோணங்களின் இருசமகூறாக்கி எனப்படும். இனிக் கோடு PQ மீதுள்ள எந்தவொரு புள்ளியிலிருந்தும் கோடு AB இற்கும் உள்ள தூரங்கள் சமனானவை என்பதை உங்களால் அவதானிக்க முடியுமா? இவ்வாறே கோடு RS இன் மீதுள்ள எந்தவொரு புள்ளியிலிருந்தும் கோடு CD இற்கும் கோடு AB இற்கும் உள்ள தூரங்கள் சமனானவை என்பதைப் புரிந்துகொள்க. மறுதலையாக, இரண்டு கோடுகளுக்கும் சமனான தூரத்தில் யாதாயினுமொரு புள்ளி அமையுமாயின் அப்புள்ளி PQ இன்மீது அல்லது RS இன்மீது அமைய வேண்டும் என்பதை உங்களால் அவதானிக்க முடிகிறதா?

ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும் இரண்டு நேர்கோடுகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கு, அக்கோடுகள் இரண்டும் இடைவெட்டுவதால் உண்டாகும் கோணங்களின் இருசமகூறாக்கி ஆகும்.

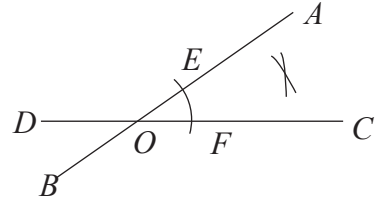
இனி, இவ்வொழுக்கை அமைக்கும் முறையை ஆராய்வோம். AB , CD ஆகிய இரண்டு நேர்கோடுகள் O இல் இடைவெட்டுகின்றன என்போம்.



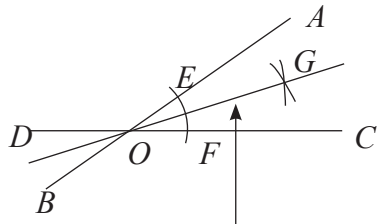
படிமுறை 1: கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி BA , DC ஆகியவற்றை வெட்டுமாறு O ஐ மையமாகக் கொண்டு ஒரு வட்ட வில் வரைக. வில்லினால் BA , DC ஆகிய கோடுகள் இடைவெட்டப்படும் புள்ளிகளை முறையே E , F எனப் பெயரிடுக.



படிமுறை 2: கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி E , F ஆகியவற்றை மையங்களாகக் கொண்டு ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுமாறு இரண்டு வட்ட விற்களை வரைக.



படிமுறை 3: வட்ட விற்கள் இரண்டும் இடைவெட்டும் புள்ளியை G எனப் பெயரிட்டு O, G இற்கூடாகச் செல்லும் நேர்கோட்டை வரைக. இவ்வாறே மற்றைய கோண இருசமகூறாக்கியையும் அமைக்க. அப்போது தேவையான ஒழுக்கு இரண்டு கோண இருசமகூறாக்கிகளும் ஆகும்.

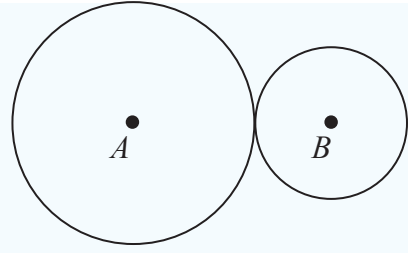


கோண இருசமகூறாக்கி

பயிற்சி 28.1

- ஒரு கடிகாரத்தின் செக்கன் முள்ளின் நீளம் 3.5 cm ஆயின் கடிகார செக்கன் முள்ளின் முனையின் பயணப் பாதையை வரைக
- ஒரு கயிற்றினால் மரத்தில் கட்டப்பட்டுள்ள ஒரு மாட்டுக்கும் மரத்துக்குமிடையிலான உச்சத் தூரம் 5 m ஆயின் எப்போதும் மரத்திலிருந்து உச்சத் தூரத்திலிருக்குமாறு மாடு பயணம் செய்யக்கூடிய பயணப் பாதையை வரைக.

3. A என்பது 3 cm ஐ ஆரையாகக் கொண்ட நிலையான ஒரு பற்சில்லைச் சுற்றி B ஐ மையமாகக் கொண்ட பற்சில்லு சுழலும் போது மையம் B இன் ஒழுக்கை வரைக.

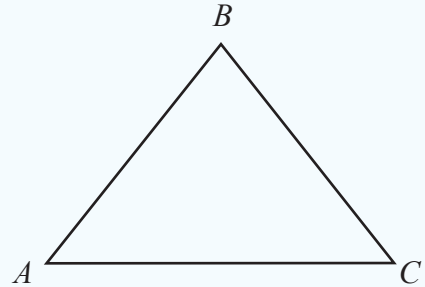


4. (i) $PQ = 5$ cm ஆகவுள்ள நேர்கோட்டுத் துண்டமொன்றை வரைக. P, Q ஆகியவற்றை மையமாகக் கொண்டு 3 cm ஆரைகளையுடைய இரண்டு வட்டங்களை வரைக.
(ii) இரண்டு வட்டங்களும் இடைவெட்டும் புள்ளிகளை X, Y எனப் பெயரிடுக. XY ஐ இணைக்க.
(iii) PQ, XY ஆகிய கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளியை S எனப் பெயரிட்டு PS, QS ஆகியவற்றின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.
(iv) PSX, QSX ஆகியவற்றின் பருமன்களை அளந்து எழுதுக.
(v) கோடு XY இனால் தரப்படும் ஒழுக்கை விபரிக்க.

5. $AB = 7$ cm ஆகவுள்ள கோடொன்றை அமைத்து அக்கோட்டை சமனான நான்கு பகுதிகளாகப் பிரித்துக் காட்டுக.

6. $AB = 5$ cm, $\angle BAC = 40^\circ$ ஆகவுள்ள $\triangle ABC$ ஐ வரைக. A, B ஆகிய புள்ளிகளிலிருந்து சமனான தூரத்திலுள்ள ஒழுக்கை அமைத்து, அவ்வொழுக்கின் மூலம் கோடு AC ஆனது வெட்டப்படும் புள்ளியை D எனப் பெயரிடுக.

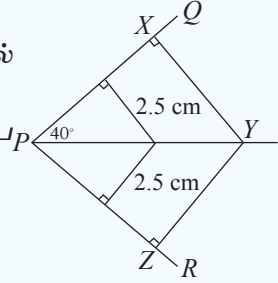
7. (i) ஒரு கூர்ங் கோண முக்கோணி ABC ஐ வரைக.
(ii) A, C ஆகிய புள்ளிகளிலிருந்து சமனான தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைக்க.
(iii) A, B ஆகிய புள்ளிகளிலிருந்து சமனான தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைக்க.
(iv) அவ்வொழுக்குகள் இடைவெட்டும் புள்ளியை O எனப் பெயரிடுக. இப்புள்ளி O இலிருந்து A, B, C ஆகிய புள்ளிகளுக்கு உள்ள தூரங்கள் பற்றி நீர் யாது கூறலாம்?



8. KL என்னும் நேர்கோட்டை வரைக. அந்நேர்கோட்டிலிருந்து 2 cm தூரத்தில் அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைக்க.
9. நீளம் 5 cm உம் அகலம் 3 cm உம் உடைய ஒரு செவ்வகத்தை வரைக. இச் செவ்வகத்தின் பக்கங்களுக்கு வெளியே 2 cm தூரத்தில் அசையும் ஒரு புள்ளியின் ஒழுக்கை அமைக்க.
10. கவராயத்தையும் பென்சிலையும் பயன்படுத்தி கீழே தரப்பட்டுள்ள கோணங்களை அமைத்து, அவற்றின் இருசமகூறாக்கிகளையும் அமைக்க.
 (i) 60° (ii) 90° (iii) 120°

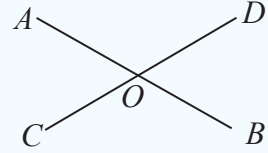
11. உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

- (i) PQ , PR ஆகிய கோடுகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அமைந்துள்ள புள்ளிகளின் ஒழுக்கைப் பெயரிடுக.
- (ii) XY , YZ ஆகியவற்றுக்கிடையிலுள்ள தொடர்பை P எழுதுக.
- (iii) $\hat{RPY}$ இன் பெறுமானம் யாது?



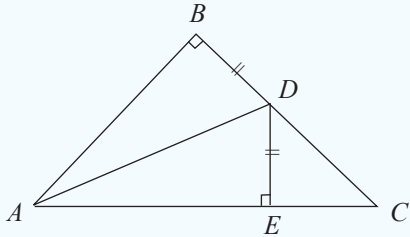
12. உருவில் தரப்பட்டுள்ள AB , CD ஆகிய நேர்கோடுகள் O வில் இடைவெட்டுகின்றன.

- (i) AB , CD ஆகிய இரண்டு நேர்கோடுகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அமைந்துள்ள புள்ளிகளின் ஒழுக்கை வரைக.
- (ii) அவ்வொழுக்கினால் அமையும் இரண்டு கோணங்களினதும் பெறுமானங்கள் யாது?



13. உருவில் $\hat{ABC} = \hat{AED} = 90^\circ$ உம் $BD = DE$ உம் ஆகும்.

- (i) AB , AC ஆகிய கோடுகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அமைந்துள்ள புள்ளிகளின் ஒழுக்கைப் பெயரிடுக.
- (ii) $\hat{ACB} = 40^\circ$ ஆயின் $\hat{BAD}$, $\hat{CAD}$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



28.2 முக்கோணி அமைத்தல்

ஒரு முக்கோணிக்கு மூன்று பக்கங்களும் மூன்று கோணங்களும் உள்ளன. ஒரு முக்கோணியின் பக்கங்களும் கோணங்களும் அதன் உறுப்புகள் எனப்படும். பக்கங்களின் நீளங்கள், கோணங்களின் பருமன்கள் என்பன தரப்படும்போது ஒரு முக்கோணியை அமைக்கக்கூடிய சில சந்தர்ப்பங்கள் பற்றிக் கற்போம்.

1. மூன்று பக்கங்களின் நீளங்கள் தரப்படும்போது

உதாரணம் 1

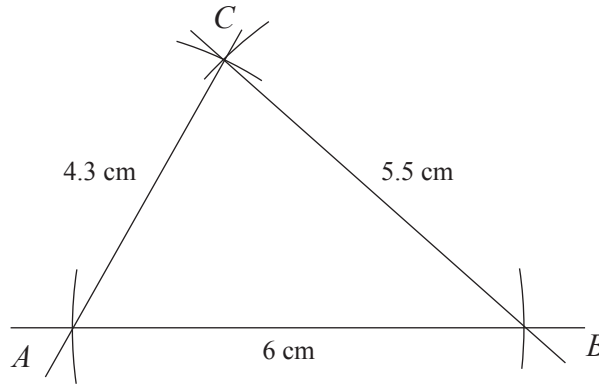
$AB = 6 \text{ cm}$, $BC = 5.5 \text{ cm}$, $AC = 4.3 \text{ cm}$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.

படிமுறை 1: 6 cm நீளமுடைய ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டத்தை அமைத்து AB எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 2: B ஐ மையமாகக் கொண்டு 5.5 cm ஆரையுள்ள ஒரு வட்ட வில்லை (போதிய நீளமுடையதாக) வரைக.

படிமுறை 3: மேலே படிமுறை 2 இல் அமைத்த வட்ட வில்லை இடைவெட்டுமாறு A ஐ மையமாகக் கொண்டு 4.3 cm ஆரையுடைய இன்னுமொரு வட்ட வில்லை வரைக.

படிமுறை 4: இரண்டு விற்களும் இடைவெட்டக்கூடிய புள்ளியை C எனப் பெயரிட்டு AC , BC ஆகியவற்றை இணைப்பதன் மூலம் முக்கோணி ABC ஐப் பூர்த்திசெய்க.



2. இரண்டு பக்கங்களின் நீளமும் அடைகோணமும் தரப்பட்டுள்ளபோது

உதாரணம் 2

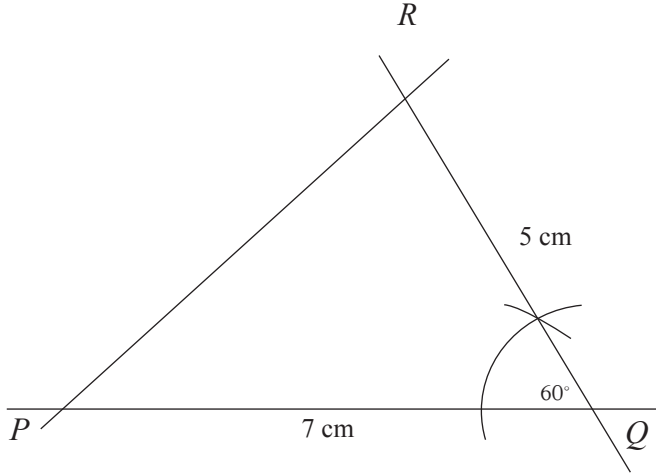
$PQ = 7 \text{ cm}$, $QR = 5 \text{ cm}$, $\angle PQR = 60^\circ$ ஆகவுள்ள முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க.

படிமுறை 1: 7 cm கோட்டுத் துண்டமொன்றை அமைத்து அதற்கு PQ எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 2: Q வில் 60° கோணமொன்றை அமைக்க.

படிமுறை 3: இக்கோணத்தின் PQ அல்லாத மற்றைய புயத்தில் 5 cm ஆரையுள்ள வில்லை அமைக்க. வில் புயத்தை இடைவெட்டும் புள்ளியை R எனக் குறிக்க.

படிமுறை 4: PR ஐ இணைத்து முக்கோணி PQR ஐப் பூரணப்படுத்துக.



3. இரண்டு கோணங்களின் பெறுமானங்களும் ஒரு பக்கத்தின் நீளமும் தரப்படும் போது

உதாரணம் 3

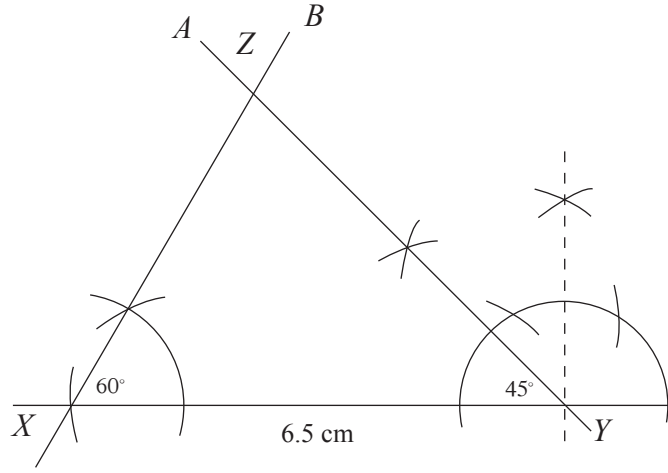
$XY = 6 \text{ cm}$, $\hat{XYZ} = 45^\circ$, $\hat{YXZ} = 60^\circ$ ஆகவுள்ள முக்கோணி XYZ ஐ அமைக்க
படிமுறை 1: 6.5 நீளமுடைய ஒரு நேர்கோட்டுத் துண்டம் அமைத்து அதனை XY எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 2: Y இல் $\hat{XYA} = 45^\circ$ ஆகுமாறு $\hat{XYA}$ ஐ அமைக்க.

படிமுறை 3: X இல் $\hat{YXB} = 60^\circ$ ஆகுமாறு $\hat{YXB}$ ஐ அமைக்க.

படிமுறை 4: YA , XB ஆகிய கோடுகள் இடைவெட்டும் புள்ளியை Z எனப் பெயரிடுக. அப்போது $\triangle XYZ$ என்பது தேவையான முக்கோணியாகும்.

குறிப்பு: மேலே உள்ள உதாரணத்தில் ஒரு பக்கத்தின் நீளமும் அப்பக்கத்தின் இரு முனைகளிலும் உச்சிகளாக அமைந்துள்ள கோணங்களும் தரப்பட்டிருந்தன. இரண்டு முனைகளிலும் ஒரு கோணம் தரப்படாதவிடத்து நாம் அவ்வுச்சியிலுள்ள கோணத்தின் பருமனைக் காண வேண்டும். (ஒரு முக்கோணியின் மூன்று கோணங்களினதும் கூட்டுத்தொகை 180° என்பதிலிருந்து).



பயிற்சி 28.2

- ஒரு பக்க நீளம் 6 cm ஆகவுள்ள சமபக்க முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.
- $PQ = 8$ cm , $RQ = QR = 6$ cm ஆகவுள்ள இருசமபக்க முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க.
- (i) $KL = 7.2$ cm , $LM = 6.5$ cm , $KM = 5$ cm ஆகவுள்ள முக்கோணி KLM ஐ அமைக்க.
(ii) முக்கோணியின் ஒவ்வொரு கோணத்தின் பருமனையும் அளந்து எழுதுக.
- (i) $AB = 6$ cm , $\hat{ABC} = 90^\circ$, $BC = 4$ cm ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க .
(ii) பக்கம் AC இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
(iii) AB, BC , AC ஆகிய பக்கங்களுக்கிடையே உள்ள ஒரு தொடர்பை எழுதுக.
(iv) அதிலிருந்து $\sqrt{52}$ இற்கான ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைப் பெறுக.
- (i) $XY = 5$ cm , $\hat{XYZ} = 75^\circ$, $YZ = 6$ cm ஆகவுள்ள முக்கோணி XYZ ஐ அமைக்க.
(ii) பக்கம் XZ இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
(iii) $\hat{YXZ}$ இன் பெறுமானத்தை அளந்து எழுதுக.
- (i) $RS = 6.5$ cm , $\hat{SRT} = 120^\circ$, $RT = 5$ cm ஆகவுள்ள முக்கோணி SRT ஐ அமைக்க.
(ii) பக்கம் SR இற்குச் சமாந்தரமாக T இனுடாக ஒரு கோட்டை அமைக்க.

7. $DE = 6.8 \text{ cm}$, $\hat{DEF} = 60^\circ$, $\hat{EDF} = 90^\circ$ ஆகவுள்ள முக்கோணி DEF ஐ அமைக்க.
8. (i) $AB = 6 \text{ cm}$, $\hat{ABC} = 105^\circ$, $BC = 4.5 \text{ cm}$ ஆகவுள்ள முக்கோணி ABC ஐ அமைக்க.
(ii) அதிலிருந்து இணைகரம் $ABCD$ ஐ அமைக்க.
(iii) மூலைவிட்டம் AC இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
9. (i) $QR = 7 \text{ cm}$, $\hat{QRP} = 60^\circ$, $\hat{QPR} = 75^\circ$ ஆகவுள்ள முக்கோணி PQR ஐ அமைக்க.
(ii) P இலிருந்து QR இற்குச் செங்குத்தை அமைத்து அதன் அடியை S எனப் பெயரிடுக.
(iii) PS இன் நீளத்தை அளந்து எழுதுக.
10. (i) $KL = 6.5 \text{ cm}$, $\hat{KLM} = 75^\circ$, $LM = 5 \text{ cm}$ ஆகவுள்ள முக்கோணி KLM ஐ அமைக்க.
(ii) K , M ஆகிய புள்ளிகளிலிருந்து சமனான தூரத்தில் அமையுமாறும் $MN = 4 \text{ cm}$ ஆகுமாறும் புள்ளி N ஐக் கண்டு நாற்பக்கல் $KLMN$ ஐ அமைக்க.
(iii) $\hat{LKN}$ இன் பெறுமானத்தை அளந்து எழுதுக.

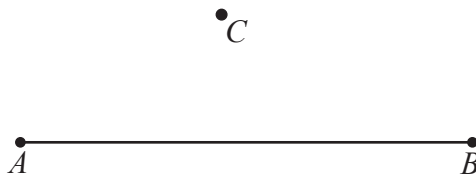
28.3 சமாந்தர கோடுகள் தொடர்பான அமைப்புகள்

மூலைமட்டத்தையும் நேர்விளிம்பையும் பயன்படுத்தி சமாந்தர கோடுகளை அமைக்கும் முறையை இதற்கு முன்னர் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். இனிக் கவராயத்தையும் நேர்விளிம்பையும் பயன்படுத்தி சமாந்தர கோடுகளை அமைக்கும் முறையைக் கற்போம்.

1. ஒரு நேர் கோட்டுக்குப் புறத்தே அமைந்துள்ள ஒரு புள்ளிக்கூடாக அக்கோட்டுக்கு சமாந்தரமாக ஒரு கோட்டை அமைத்தல்.

முறை 1 ஒத்த கோணங்களைப் பயன்படுத்தல்.

தரப்பட்டுள்ளகோடு AB எனவும்புறத்தே உள்ள புள்ளி C எனவும் கொள்வோம்.



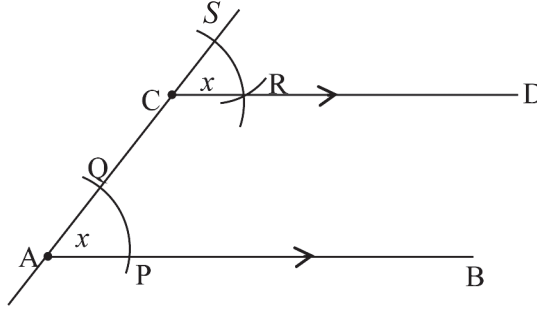
படிமுறை 1 A, C ஐ இணைக்க.

படிமுறை 2 A ஐ மையமாகக் கொண்டு $\hat{BAC}$ இன் மீது ஒரு வட்ட வில்லை வரைக. அதனை PQ எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 3 அதே ஆரையுடன் (அதாவது கவராயத்தின் நீளத்தை மாற்றாது) C ஐ மையமாகக் கொண்டு உருவிலுள்ளவாறு மேலுமொரு வட்ட வில்லை வரைக.

படிமுறை 4 PQ வின் நீளத்திற்கு சமனான SR இன் நீளத்தை இரண்டாவது வட்ட வில்லின்மீது உருவிலுள்ளவாறு குறிக்க.

படிமுறை 5 CR ஐ இணைத்து கோடு CD ஐ வரைக. அப்போது பெறப்படும் கோணம் $\angle SCD$ ஆனது $\hat{BAC}$ இற்குச் சமனான ஓர் ஒத்த கோணம் என்பதால் AB, CD ஆகிய கோடுகள் சமாந்தரமானவை ஆகும்.



முறை 2 ஒன்றுவிட்ட கோணங்களைப் பயன்படுத்தல்.

தரப்பட்டுள்ள கோடு AB எனவும் புறத்தே உள்ள புள்ளி C எனவும் கொள்வோம்.

•C



படிமுறை 1: AC ஐ இணைக்க.

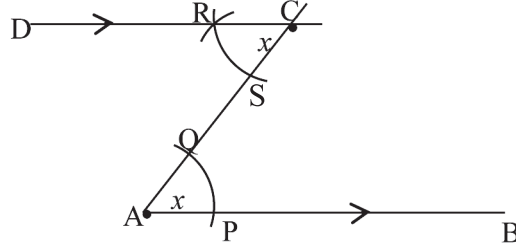
படிமுறை 2: A ஐ மையமாகக் கொண்டு $\hat{BAC}$ இன்மீது ஒரு வில்லை வரைக. அதனை PQ எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 3 வட்ட வில் PQ இன் ஆரைக்கு சமனான ஒரு வட்ட வில்லை C ஐ மையமாகக் கொண்டு AC ஐ இடைவெட்டுமாறு வரைக.

படிமுறை 4 PQ இற்குச் சமனான ஒரு நீளத்தை இரண்டாவது வில்லின்மீது குறிக்க. இடைவெட்டும் புள்ளியை R எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 5 CR ஐ இணைத்து கோடு CD ஐ வரைக. அப்போது பெறப்படும் கோணம் $\angle DCA$ ஆனது $\hat{BAC}$ இற்குச் சமனான ஓர் ஒன்றுவிட்டகோணம்

என்பதால் AB , CD ஆகிய கோடுகள் சமாந்தரமானவையாகும்.



முறை 3 தரப்பட்டுள்ள கோடு AB எனவும் புறத்தே உள்ள புள்ளி C எனவும் கொள்வோம்.

• C



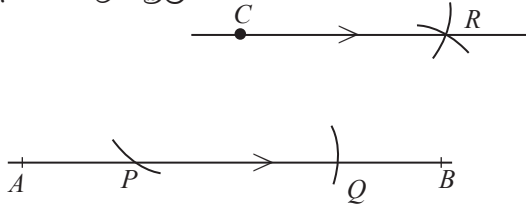
படிமுறை 1: கவராயத்தைப் பயன்படுத்தி C ஐ மையமாகக் கொண்டு கோடு AB இடைவெட்டப்படும் வகையில் ஒரு வில்லை வரைக. இடைவெட்டும் புள்ளியை P எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 2: முதலில் எடுத்த அதே ஆரையை எடுக்க. (அதாவது CP இன் நீளம்) P ஐ மையமாகக் கொண்டு இன்னுமொரு வில் AB இணை வெட்டுமாறு வரைக.

படிமுறை 3 இரண்டவது இடைவெட்டும் புள்ளியை Q எனக் கொண்டு Q ஐ மையமாகக் கொண்டு முன்னைய ஆரையையுடைய இன்னுமொரு வட்ட வில்லை C அமைந்துள்ள பக்கத்தில் வரைக.

படிமுறை 4: பின்னர் C ஐ மையமாகக் கொண்டு முன்னைய ஆரையில் (மூன்றாவது வட்ட வில்) இடைவெட்டும் புள்ளியை R எனப் பெயரிடுக.

படிமுறை 5: CR ஐ இணைக்க. அப்போது கோடு CR ஆனது கோடு AB இற்குச் சமாந்தரமானது ஆகும்.



செயற்பாடு

சமாந்தர கோடுகள் தொடர்பான அமைப்புகளின் மேலதிக விளக்கத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக இச்செயற்பாட்டைச் செய்வோம்.

1. $AB = 8$ cm ஆகுமாறு கோட்டுத் துண்டம் AB ஐ வரைக. A ஐ உச்சியாகக் கொண்டு 60° கோணத்தை அமைக்க. $AC = 5$ cm ஆகுமாறு இணைகரம் $ABDC$ ஐப் பூரணப்படுத்துக.
2. 4 cm இடைத்தூரத்தில் உள்ளவாறு இரண்டு சமாந்தர கோடுகளை வரைக. $AB = 7$ cm ஆகுமாறு இச்சமாந்தர கோடுகளில் ஒரு கோட்டில் A, B என்னும் புள்ளிகளைக் குறிக்க. $AD = 5$ cm ஆகுமாறு மற்றைய கோட்டில் D ஐக் குறிக்க. இணைகரம் $ABCD$ ஐப் பூரணப்படுத்துக.
3. 4 cm இடைத்தூரத்தில் இரண்டு சமாந்தர கோடுகளை வரைக. $AB = 7$ cm ஆகுமாறு இச்சமாந்தர கோடுகளில் ஒன்றில் A, B ஆகிய புள்ளிகளைக் குறிக்க. $BC = 5$ cm ஆகுமாறு C ஐ மற்றைய கோட்டில் குறிக்க. அதேகோட்டில் $CD = 4$ cm ஆகுமாறு புள்ளி D ஐ குறிக்க. தற்போது நாற்பக்கம் $ABCD$ ஐப் பூரணப்படுத்துக. இந்நாற்பக்கம் $ABCD$ ஒரு சரிவகம் என்பதை அவதானிக்கவும்.

பயிற்சி 28.3

1. ஒரு கூர்ங்கோணத்தை வரைந்து $\hat{ABC}$ எனப் பெயரிடுக. C இற்கூடாக AB இற்குச் சமாந்தரமான கோடொன்றை அமைக்க.
2. விரிகோணமொன்றை வரைந்து $P\hat{Q}R$ எனப் பெயரிடுக. PQ இற்கு சமாந்தரமாக R இற்கூடாக கோடொன்றை அமைக்க.
- 3 ஒரு பக்க நீளம் 6 cm ஆகவுள்ள ஒரு சதுரத்தை அமைக்க.
4. நீளம் 6.5 cm அகலம் 4 cm ஆகவுள்ள ஒரு செவ்வகத்தை அமைக்க. அதனை $ABCD$ எனப் பெயரிடுக. மூலைவிட்டம் AC இற்குச் சமாந்தரமான 2 நேர்கோடுகளை B, D ஊடாக அமைக்க.
5. $AB = 6$ cm , $\hat{ABC} = 120^\circ$, $BC = 5$ cm இணைகரம் $ABCD$ ஐ அமைக்க.
6. $KL = 7$ cm , $\hat{KLM} = 60^\circ$ ஆகவுள்ள சாய்சதுரம் $KLMN$ ஐ அமைக்க.
7. (i) ஆரை 3 cm ஆகவுள்ள ஒரு வட்டம் வரைந்து மையத்தை O எனப் பெயரிடுக.
 (ii) அதில் 4 cm நீளமுடைய ஒரு நாண் வரைந்து PQ எனப் பெயரிடுக.
 (iii) PO ஐ இணைத்து அது மீண்டும் வட்டத்தை R இல் சந்திக்குமாறு நீட்டுக.
 (iv) R இற்கூடாக PQ இற்கு சமாந்தர கோடொன்றை அமைக்க.