25 அட்சர கணிதச் சமனிலிகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்,

- சமனிலிகளைத் தீர்க்கவும் தீர்வுகளை ஓர் எண் கோட்டின்மீது குறிப்பதற்கும்
- சமனிலிகளை ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் குறிப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

சமனிலிகள் தொடர்பாக முன்னர் கற்ற விடயங்களைக் கீழே தரப்பட்டுள்ள உதாரணங்கள் மூலம் மீண்டும் நினைவுகூர்வோம்.

உதாரணம் 1

$x + 20 > 50$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்த்து

(i) x எடுக்கக்கூடிய முழுவெண் (நிறைவெண்) பெறுமானத் தொடையை எழுதுக.

(ii) x எடுக்கக்கூடிய முழுவெண் பெறுமானங்களை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

$x + 20 > 50$

$x > 50 - 20$

$x > 30$

(i) $\{31, 32, 33, 34, ...\}$

(ii)

உதாரணம் 2

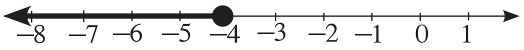
$-3x \geq 12$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்க்க.

x எடுக்கக்கூடிய சகல பெறுமானங்களையும் ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

$-3x \geq 12$ (சமனிலியொன்றை மறையெண்ணால் வகுக்கும்போது குறியீடு மாறும்.)

$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{12}{-3}$

$x \leq -4$



மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சமனிலியையும் தீர்க்க.
   (i) $x+4>11$ (ii) $y+3\geq 0$ (iii) $p-5<2$
   (iv) $p-3>-1$ (v) $a+5\leq 1$ (vi) $5y<12$
   (vii) $-2x\geq 10$ (viii) $-3y<-9$ (ix) $\frac{-2x}{3}>6$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சமனிலியையும் தீர்த்து தீர்வை ஓர் எண்கோட்டின் மீது குறிக்க.
   (i) $x+3\geq 1$ (ii) $y-4<-1$ (iii) $3x>-3$
   (iv) $\frac{x}{2}\leq 0$ (v) $-5y>10$ (vi) $-4x\geq 12$

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமனிலிகளைத் திருப்திசெய்யும் x இன் பெறுமானங்களில் ஒரு பெறுமானத்தை அடைப்பினுள்ளே உள்ளவற்றிலிருந்து தெரிந்து அதன் கீழ்க் கோடிடுக.
   (i) $x+3>7$ $(4,7)$ (ii) $x-3<2$ $(1,6)$ (iii) $3x>7$ $\left(2.3,\frac{8}{3}\right)$
   (iv) $-2x<8$ $(-5,3)$ (v) $5-x>6$ $(12,-2)$

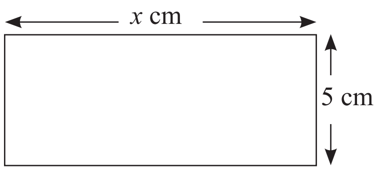
4. (i) $x+1>-2$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்த்து x எடுக்கக்கூடிய மிகச் சிறிய நிறைவெண் பெறுமானத்தை எழுதுக.
   (ii) $-3y>15$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்த்து y எடுக்கக்கூடிய மிகப் பெரிய நிறைவெண் பெறுமானத்தை எழுதுக.

5. $x+3>1$, $2x\leq 12$ ஆகிய சமனிலிகளைத் தீர்த்து இரண்டு சமனிலிகளையும் திருப்திசெய்யும் நிறைவெண் தீர்வுகளை ஓர் எண்கோட்டின் மீது குறிக்க.

25.1 $ax+b\geq c$ வடிவிலான சமனிலிகள்

உதாரணம் 1

30 cm நீளமுள்ள ஒரு கம்பியிலிருந்து உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது போல 5 cm அகலமுடைய ஒரு செவ்வக வடிவிலான ஒரு மாதிரியைச் செய்த காசிம் சிறிய கம்பித்துண்டொன்றை மீதப்படுத்திக் கொண்டான்.



செவ்வகத்தின் நீளத்தை x எனக் கொண்டால் செவ்வக வடிவ மாதிரியின் சுற்றளவுக்கான x இலான சமனிலி $2x + 10 < 30$ இன் மூலம் பெறப்படும். $x > 5$ ஆயின் x எடுக்கக்கூடிய முழுவெண் தீர்வுத் தொடையை எழுதுக. x இற்கு இருக்கக்கூடிய சகல தீர்வுத் தொடைகளையும் ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

$$2x + 10 < 30$$
$$2x + 10 - 10 < 30 - 10$$
$$2x < 20$$
$$\frac{2x}{2} < \frac{20}{2}$$
$$x < 10$$

(நீளம் எப்பொழுதும் அகலத்திலும் பெரியது என்பதால் $x > 5$ ஆக வேண்டும்.)

உதாரணம் 2

$3 - 2x \leq 9$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்க்க.
மேலே x எடுக்கக்கூடிய சகல தீர்வுகளையும் ஓர் எண் கோட்டில் குறிக்க.

$$3 - 2x \leq 9$$
$$\cancel{3} - 2x - \cancel{3} \leq 9 - 3$$
$$-2x \leq 6$$
$$\frac{-2x}{-2} \geq \frac{6}{-2}$$
$$x \geq -3$$

பயிற்சி 25.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சமனிலியையும் தீர்க்க.

(i) $4x + 1 > 5$ (ii) $5x - 3 < 7$ (iii) $3 + 2p \geq 1$ (iv) $7x + 9 < -5$

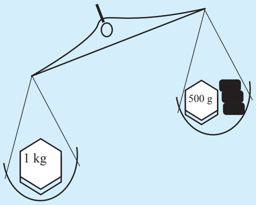
(v) $-2y - 5 > 1$ (vi) $3 - 4x \geq 3$ (vii) $8 - 4y < 0$ (viii) $2(3 - x) > 10$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சமனிலியையும் தீர்த்து நிறைவெண் தீர்வுத் தொடையை எழுதுக.

a. $5x+1>-4$ **b.** $3y-1\geq 2$ **c.** $-2p-4<0$ **d.** $7-4p>3$

3. 3 மாம்பழங்களையும் 2 தோடம்பழங்களையும் வாங்குவதற்கு ரூ. 100 போதுமானது. ஒரு மாம்பழத்தின் விலையை ரூ. 20 எனவும் ஒரு தோடம்பழத்தின் விலையை ரூ. y எனவும் கொண்டால் y இலான சமனிலியை $60+2y\leq 100$ என எழுதலாம். இச்சமனிலியைத் தீர்த்து ஒரு தோடம்பழத்தின் விலையாக இருக்ககூடிய அதிகூடிய முழுவெண் விலையைக் காண்க.

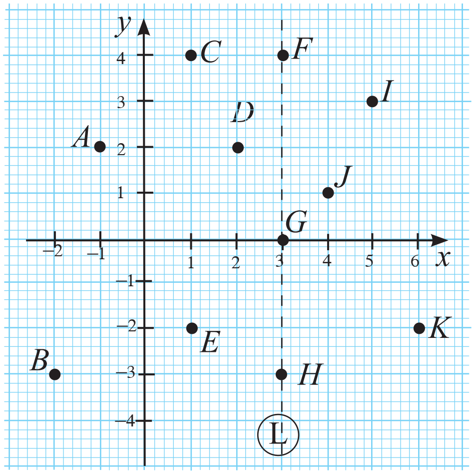
4. ஒரு தராசின் ஒரு பக்கத் தட்டில் 1 kg படிக்கல்லை வைத்த சாந்தன் மற்றைய தட்டில் 500g படிக்கல்லையும் ஒரே வகையைச் சார்ந்த 3 சவர்க்காரக்கட்டிகளையும் வைத்தான். அப்போது 1 kg படிக்கல்லைக் கொண்ட தட்டு கீழ் நோக்கிச் செல்வது அவதானிக்கப்பட்டது. ஒரு சவர்க்காரக்கட்டியின் நிறை pg எனக் கொண்டால் p இலான சமனிலியை $1000>500+3p$ என எழுதலாம். ஒரு சவர்க்காரக் கட்டியின் நிறையாக இருக்கக்கூடிய அதிகூடிய முழுவெண் பெறுமானத்தைக் காண்க.



25.2 $y \gtreqless a\,, x \gtreqless b$ வடிவிலான சமனிலிகள் மூலம் காட்டப்படும் பிரதேசங்கள்

y அச்சுக்கு சமாந்தரமான ஒரு கோட்டின் மூலம் வேறுபடுத்தப்படும் பிரதேசங்கள்

உருவில் ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் மீது $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K$ ஆகிய புள்ளிகளும் y அச்சுக்குச் சமாந்தரமாக (L) என்ற கோடும் காட்டப்பட்டுள்ளன.



கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணை, அவற்றுக்குரிய பண்புகள் என்பன பற்றிக் கவனத்தைச் செலுத்துவோம்.

கோடு (L) இன் மீதுள்ள புள்ளிகள்	x ஆள்கூறு	y ஆள்கூறு
F	3	4
G	3	0
H	3	–3

- கோடு (L) இன் மீதுள்ள புள்ளிகளின் x ஆள்கூறு 3 இற்குச் சமனாகும்.
- ∴ கோடு (L) இன் சமன்பாடு $x = 3$ எனப் பெயரிடப்படும்.
- கோடு $x = 3$ இன் மீதுள்ள எந்தவொரு புள்ளியினதும் x ஆள்கூறு 3 இற்குச் சமனாகும்.

கோடு (L) இற்கு வலப்பக்கத்திலுள்ள புள்ளிகள்	x ஆள்கூறு	y ஆள்கூறு
I	5	3
J	4	1
K	6	–2

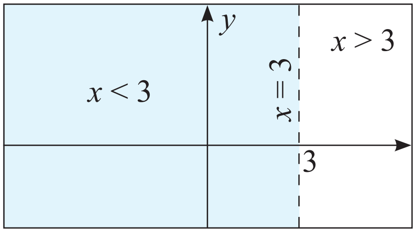
- கோடு (L) இற்கு வலப் பக்கத்திலுள்ள புள்ளிகளின் x ஆள்கூறு 3 இலும் கூடிய பெறுமானங்களாகும்.
- ∴ கோடு (L) இற்கு வலப் பக்கத்திலுள்ள பிரதேசம் $x > 3$ எனப் பெயரிடப்படும்.
- $x > 3$ என்ற பிரதேசத்திலுள்ள எந்தவொரு புள்ளியினதும் x ஆள்கூறு 3 இலும் பெரிய பெறுமானமாகும்.

கோடு (L) இற்கு இடப் பக்கத்திலுள்ள புள்ளிகள்	x ஆள்கூறு	y ஆள்கூறு
A	-1	2
B	-2	-3
C	1	4
D	2	2
E	1	-2

- கோடு (L) இற்கு இடப் பக்கத்திலுள்ள புள்ளிகளின் x ஆள்கூறு 3 இலும் குறைந்த பெறுமானங்களாகும்.
- $\therefore$ கோடு (L) இற்கு இடப் பக்கத்திலுள்ள பிரதேசம் $x < 3$ எனப் பெயரிடப்படும்.
- $x < 3$ என்ற பிரதேசத்திலுள்ள எந்தவொரு புள்ளியினதும் x ஆள்கூறு 3 இலும் சிறிய பெறுமானமாகும்.

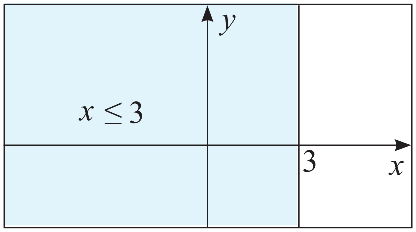
மேலேயுள்ள உதாரணத்தில் தரப்பட்டுள்ள ஆள்கூற்றுத்தளம் $x = 3$ என்ற கோட்டினால் $x < 3, x = 3$, $x > 3$ என்ற உறுதியான மூன்று பிரதேசங்களாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளன என்பது தெளிவாகும். இனி, இப்பிரதேசங்களை ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளத்தின்மீது குறிக்கும் முறை பற்றி ஆராய்வோம்.

$x < 3$ பிரதேசம்.



- இங்கு கோடு $x = 3$ ஆனது புள்ளிக் கோட்டினால் காட்டப்பட்டுள்ளது. இதன்மூலம் $x = 3$ என்னும் புள்ளி $x < 3$ என்ற பிரதேசத்துக்குரியதல்ல என்பது கருதப்படுகின்றது.

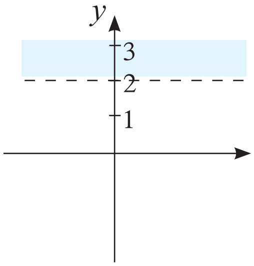
$x \leq 3$ பிரதேசம்.



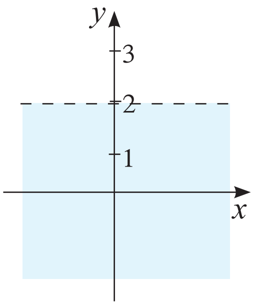
- கோடு $x = 3$ ஆனது தடிப்பான கோட்டினால் காட்டப்பட்டுள்ளது. நிழற்றப்பட்ட பிரதேசத்திற்கு $x < 3$, $x = 3$ ஆகிய இரண்டு பிரதேசங்களும் உரியனவாகும். என்பது கருதப்படுகின்றது. எனவே இப்பிரதேசம் $x \leq 3$ எனப் பெயரிடப்படும்.

ஓர் ஆள்கூற்று தளத்தின்மீது பிரதேசங்களைக் காட்டுவதற்கான மேலும் சில உதாரணங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

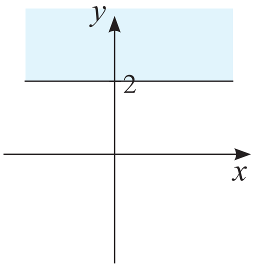
$y > 2$



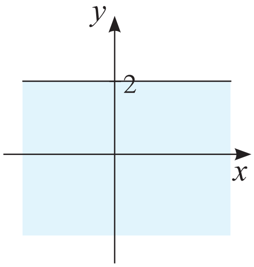
$y < 2$



$y \geq 2$



$y \leq 2$



பயிற்சி 25.2

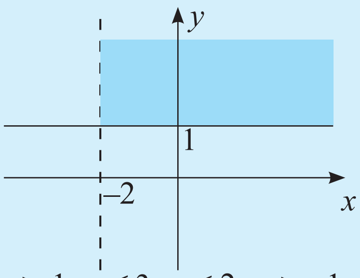
1. $x < -2$ என்னும் பிரதேசத்தில் உள்ள மூன்று ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

2. $x > -1$ என்னும் பிரதேசத்தில் உள்ள மூன்று ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

3. $x > 1, y < -2$ ஆகிய இரண்டு பிரதேசங்களுக்குரிய 3 புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

4. கீழே தரப்பட்டுள்ளவற்றில் எப்புள்ளி $x \leq -2$, $y > 0$ ஆகிய இரண்டு பிரதேசங்களுக்குமுரியது.
   $A = (-3, 0)$ $B = (-2, 1)$ $C = (-1, 4)$

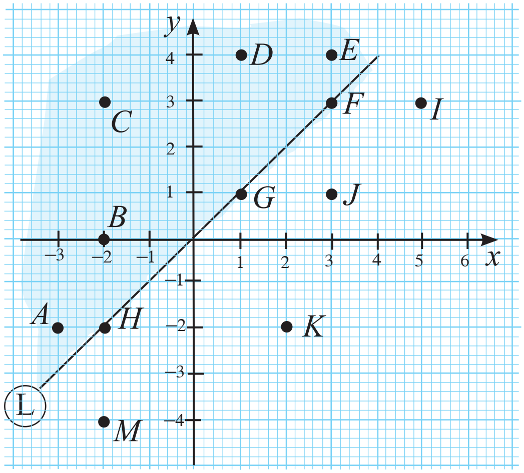
5. நிழற்றப்பட்ட பிரதேசத்துக்குரிய இரண்டு சமனிலிகளை எழுதுக.



6. $x > 1, x \leq 3, y \leq 2, y > -1$ ஆகிய நான்கு சமனிலிகளையும் திருப்திசெய்யும் பிரதேசத்தை ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் நிழற்றிக் காட்டுக.

25.3 $y \gtreqless x$ வடிவிலான சமனிலிகள்

உருவிள்ள ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, M$ ஆகிய புள்ளிகளும் கோடு (L) உம் காட்டப்பட்டுள்ளன.



கோடு (L) இன் மீதுள்ள புள்ளிகள்	x ஆள்கூறு	y ஆள்கூறு
F	3	3
G	1	1
H	− 2	− 2

- கோடு (L) இன் மீது அமைந்த புள்ளிகளின் y ஆள்கூறு x ஆள்கூறுக்குச் சமனாகும்.
- $\therefore$ கோடு (L) ஆனது $y = x$ எனப் பெயரிடப்படும்.

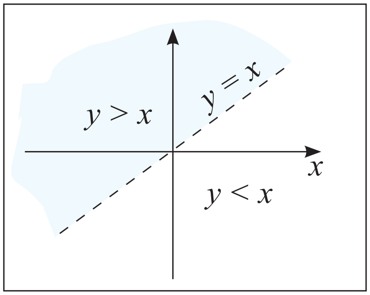
நிழற்றப்பட்ட பிரதேசத்துக்குரிய புள்ளிகள்	x ஆள்கூறு	y ஆள்கூறு
A	−3	−2
B	−2	0
C	−2	3
D	1	4
E	3	4

- நிழற்றப்பட்ட பிரதேசத்துக்குரிய புள்ளிகளின் y ஆள்கூறு x ஆள்கூறிலும் பெரிதாகும்.
- $\therefore$ நிழற்றப்பட்ட பிரதேசம் $y > x$ எனப் பெயரிடப்படும்.

நிழற்றப்படாத பிரதேசத்துக்குரிய புள்ளிகள்	x ஆள்கூறு	y ஆள்கூறு
I	5	3
J	3	1
K	2	–2
M	–2	–4

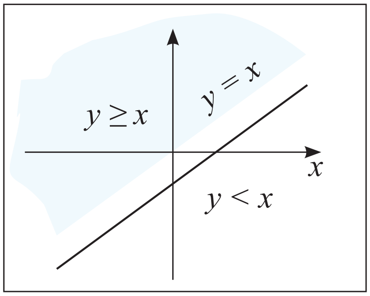
- நிழற்றப்பட்ட பிரதேசத்துக்குரிய புள்ளிகளின் y ஆள்கூறு x ஆள்கூறிலும் சிறிதாகும்.
- $\therefore$ நிழற்றப்படாத பிரதேசம் $y < x$ எனப் பெயரிடப்படும்

(i) $y > x$



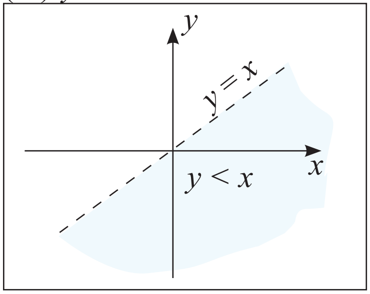
$y = x$ ஆனது புள்ளிக் கோட்டின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளதால் நிழற்றப்பட்ட பிரதேசமாகிய $y > x$ இற்கு $y = x$ இன் புள்ளிகள் உரியன அல்ல என்பது கருதப்படுகின்றது.

(ii) $y \geq x$

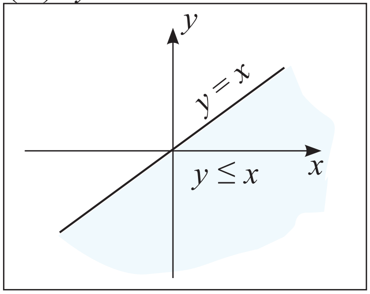


$y = x$ ஆனது தடிப்பான கோட்டின் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளதால் நிழற்றப் பட்ட பிரதேசமாகிய $y \geq x$ இற்கு $y = x$ உரியன என்பது கருதப்படு கின்றது.

(iii) $y < x$



(iv) $y \leq x$



பயிற்சி 25.3

1. $y = x$ என்னும் பிரதேசத்துக்குரிய 3 புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள புள்ளிகளில் $y \geq x$ என்னும் பிரதேசத்துக்குரியதல்லாத புள்ளி யாது ?
   $A = (5, 5)$ $B = (-3, -2)$ $C = (0, -1)$

3. $y < -2$, $y > x$ ஆகிய இரண்டு சமனிலிகளையும் திருப்தி செய்யும் 3 புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

4. $x \geq 0$, $y > x$ ஆகிய இரண்டு பிரதேசங்களையும் ஆள்கூற்றுத் தளமொன்றில் நிழற்றுக.

5. ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளத்தில் $x < 3, y > 0$, $y < x$ ஆகிய மூன்று சமனிலிகளுக்குரிய பிரதேசங்களையும் திருப்தி செய்யும் 3 புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.