12 அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொது மடங்குகளுட் சிறியது

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,

- அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்பதற்குத் தேவையான ஆற்றலைப் பெறுவீர்கள்.

பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காணல்

எண்கள் சிலவற்றின் பொது மடங்குகளுட் சிறியது (**பொ.ம.சி.**) என்பது அவ்வெல்லா எண்களினாலும் வகுக்கப்படும் மிகச் சிறிய எண்ணாகும். அதனைக் காணும் விதம் பற்றி நீங்கள் முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள். அது தொடர்பான அறிவை நினைவுகூர்வோம்.

6, 8, 12 என்னும் எண்களின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதை முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவதன் மூலம் காண்போம்.

$$6 = 2\times3 = 2^1\times3^1$$

$$8 = 2\times2\times2 = 2^3$$

$$12 = 2\times2\times3 = 2^2\times3$$

இங்கு ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட முதன்மைக் காரணிகள் 2,3 ஆகும். மூன்று எண்களையும் கருதும்போது அவற்றின்,

2 இன் சுட்டியின் மிகப் பெரிய வலு $= 2^3$

3 இன் சுட்டியின் மிகப் பெரிய வலு $= 3^1$

$\therefore$ ஆகவே பொது மடங்குகளுட் சிறியது $= 2^3\times3$

$= \underline{\underline{24}}$

இதற்கேற்பச் சில எண்களின் பொ.ம.சி ஐக் காணும் முறையை இவ்வாறு காட்டலாம்.

1. ஒவ்வோர் எண்ணையும் முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.
2. அக்காரணிகளிடையே ஒவ்வொரு முதன்மை எண்ணுக்கும் மிகப் பெரிய சுட்டியை உடைய வலுவைத் தெரிந்தெடுக்க.
3. அவ்வலுக்கள் எல்லாவற்றையும் பெருக்குவதன் மூலம் தேவையான பொ.ம.சி ஐப் பெறலாம்.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் எண் திரிதங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் பொது மடங்குகளுட் சிறியதை முதன்மைக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவதன்மூலம் காண்க.
(i) 12, 18, 24 (ii) 6, 10, 15 (iii) 20, 30, 60
(iv) 8, 12, 24 (v) 24, 36, 48

2. ஐஸ்கிறீம் உற்பத்தி நிறுவனம் ஒன்றிடம் மூன்று ஐஸ்கிறீம் வான்கள் உள்ளன. இவை முறையே முதலாவது 3 நாட்களுக்கு ஒருமுறை அடுத்தது 6 நாட்களுக்கு ஒரு தடவையும் மூன்றாவது 8 நாட்களுக்கு ஒரு தடவையும் "வள்ளுவர்" இல்லத் தொகுதிக்கு வருகின்றன. இம்மூன்று வான்களும் ஒரே நாளில் "வள்ளுவர்" இல்லத்தொகுதிக்கு வருமெனின், அவை எத்தனை நாட்களுக்குப் பின்னர் மீண்டும் ஒரே நாளில் அவ்வில்லத் தொகுதிக்கு வரும்?

3. திரு. சங்கர் ஒவ்வொரு ஞாயிற்றுக்கிழமையும் சூரியன் மறைவதை இரசிப்பதற்குக் காலிமுக மைதானத்துக்குச் செல்லும் அதே வேளை திரு. முகமதுவு 6 நாட்களுக்கு ஒரு தடவையும் திரு. பிரியந்தன் 8 நாட்களுக்கு ஒரு தடவையும் சூரியன் மறைவதை இரசிப்பதற்கு இவ்விடத்துக்கு வருகின்றனர். 2013.12.08 ஆந் திகதி ஞாயிற்றுக்கிழமை அவர்கள் காலிமுக மைதானத்தில் முதல் தடவை சந்திக்கும் அதே வேளை அவர்கள் எத்தனை நாட்களுக்குப் பின்னர் அதே இடத்தில் மீண்டும் சந்திப்பர்? அத்தினம் யாது?

4. ஓர் எண்ணை 5, 6 மற்றும் 7 ஆகிய ஒவ்வொரு எண்ணினாலும் வகுக்கும்போதும் 1 மீதியாகும். அவ்வாறு அமையும் மிகச் சிறிய எண்ணைக் காண்க.

12.1 அட்சரகணித உறுப்புகளைக் கொண்ட கோவைகளின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காணல்

$4a^2$, $6ab$, $8b$ என்னும் அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்போம். ஒவ்வோர் உறுப்பையும் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுவோம்.

$$4a^2 = 2\times 2\times a\times a = 2^2\times a^2$$
$$6ab = 2\times 3\times a\times b = 2^1\times 3^1\times a^1\times b^1$$
$$8b = 2\times 2\times 2\times b = 2^3\times b^1$$

இவ்வட்சரகணிதக் கோவைகளின் ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட காரணிகள் 2, 3, a, b ஆகும்.

2 இன் மிகப் பெரிய வலு 2^3
3 இன் மிகப் பெரிய வலு 3^1
a இன் மிகப் பெரிய வலு a^2
b இன் மிகப் பெரிய வலு b^2

$$\therefore \textbf{பொ.ம.சி.} = 2^3 \times 3 \times a^2 \times b$$
$$= 24a^2b$$

தரப்பட்ட அட்சரகணித உறுப்புகளை கொண்ட கோவைகளின் ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட எல்லாக் காரணிகளினதும் மிகப் பெரிய சுட்டியைக் கொண்ட வலுக்களின் பெருக்கத்தின்மூலம் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைப் பெறலாம்.

பயிற்சி 12.1

1. பின்வரும் பகுதிகள் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள கோவைகளின் பொ.ம.சி ஐக் காண்க

(i) xy, xy^2 (ii) a^2b, ab^2 (iii) $6, 3a, 8b$ (iv) $24, 8x, 10x^2$
(v) $4m, 8mn, 12m^2$ (vi) $6p, 4pq, 12pq^2$ (vii) $4, 6x^2y, 8y$ (viii) m^2n, nm, nm^2
(ix) $ab, 4a^2b, 8a^2b^2$ (x) $5xy, 10x^2y, 2xy^2$

ஈருறுப்புக் கோவைகளைக் கொண்ட அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொ.ம.சி ஐக் காணல்

$2x + 4$ இனதும் $3x - 9$ இனதும் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்போம்.

இத்தகைய அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொ.ம.சி. ஐக் காண்பதற்கு முன்பாக இக்கோவைகளின் காரணிகளைக் காண்போம்.

$$2x + 4 = 2\,(x + 2)$$
$$3x - 9 = 3\,(x - 3)$$

ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட காரணிகள் $2, 3, (x + 2), (x - 3)$ ஆகும்.
மிகப் பெரிய வலுக்களின் பெருக்கம் $= 2 \times 3 \times (x+2) \times (x-3)$
$\therefore$ பொ.ம.சி. $= 6\,(x+2)\,(x-3)$

உதாரணம் 1

$15x^2$, $20\ (x + 1)$, $10\ (x + 1)^2$ ஆகியவற்றின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்க.

$15x^2 \quad = 3 \times 5 \times x^2$

$20\ (x + 1) = 2 \times 2 \times 5 \times (x + 1) = 2^2 \times 5\ (x + 1)$

$10\ (x + 1)^2 = 2 \times 5 \times (x + 1)^2$

ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட காரணிகள் 2, 3, 5, x^2, $(x + 1)$ ஆகும்.

$\therefore$ பொ.ம.சி $= 2^2 \times 3 \times 5 \times x^2 (x+1)^2$

$= 60x^2 (x+1)^2$

உதாரணம் 2

$(b - a)$, $2(a - b)$, $4a^2\ (a - b)^2$ என்னும் அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்க.

$(b - a) = (-1) \times (a - b)$

$2(a - b) = 2 \times (a - b)$

$4a^2 (a - b) = 2 \times 2 \times a^2 \times (a - b)^2$

இங்கு இரு உறுப்புகளில் $a - b$ ஒரு காரணியாக இருப்பதனால் உறுப்பு $b - a$ யையும் $(-a + b)$ என அமைதல் வேண்டும்.

ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட காரணிகள் 2, (-1), a, $(a - b)$ ஆகும்.

மிகப் பெரிய வலுக்களின் பெருக்கம் $= 2^2 \times (-1) \times a^2 \times (a - b)^2$

$\therefore$ பொ.ம.சி $= -4a^2 (a - b)^2$

பயிற்சி 12.3

1. பின்வரும் பகுதிகள் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொ.ம.சி ஐக் காண்க.

a. $3x + 6,\ 2x - 4$

b. $2a + 8,\ 3a + 12$

c. $p - 4,\ 8 - 2p$

d. $8(x + 5),\ 20(x + 5)^2$

e. $3x,\ 15(x + 1),\ 9(x - 1)$

f. $a^2,\ 2(a - b),\ (b - a)$

g. $3(x - 2),\ 5(3 - x),\ (x - 2)(x - 3)$

h. $3x,\ 15(x - 3),\ 6(x - 3)^2$

i. $(t - 1),\ (1 - t)^2$

j. $2a - 4,\ 12(a - 2)^2,\ 8(a + 2)(2 - a)^2$

அட்சரகணிதக் கோவைகளுக்கான பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காணல் மேலும்

உதாரணம் 1

$2x - 6$, $4x\ (x - 3)^2$, $6\ (x^2 - 9)$ என்னும் அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்க.

$2x - 6 \quad = 2\ (x - 3)$

$4x\ (x - 3^2) = 2 \times 2 \times x \times (x - 3)^2$

$6\ (x^2 - 9) \quad = 2 \times 3 \times (x - 3)\ (x + 3)$

ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட காரணிகள் 2, 3, x, $(x - 3)$, $(x + 3)$ ஆகும்.

$\therefore$ பொ.ம.சி. $= 2^2 \times 3 \times x \times (x + 3) \times (x - 3)^2$

$= 12x\ (x + 3)\ (x - 3)^2$

உதாரணம் 2

$3\ (x + 2)^2$, $x^2 + 5x + 6$, $2x2 + 7x + 3$ என்னும் அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொது மடங்குகளுட் சிறியதைக் காண்க.

$3,\ (x + 2^{)2} = 3 \times (x + 2)^2$

$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)\ (x + 3)$

$2x^2 + 7x + 3 = (x + 3)\ (2x + 1)$

ஒன்றிலிருந்தொன்று வேறுபட்ட காரணிகள் 3, $(x + 2)$, $(x + 3)$, $(2x + 1)$ ஆகும்.

$\therefore$ பொ.ம.சி. $= 3\ (x + 3)\ (2x + 1)\ (x + 2)^2$

$= 3\ (x + 3)\ (2x + 1)\ (x + 2)^2$

பயிற்சி 12.2

1. பின்வரும் அட்சரகணிதக் கோவைகளின் பொ.ம.சி. ஐக் காண்க.

a. $3(x - 2), (x^2 - 4)$
b. $6(x - 1), 2x\ (x^2 - 1)$
c. $3x - 9, 4x\ (x - 3), (x^2 - 9)$
d. $(a - b), (a^2 - b^2)$
e. $p(p - q), pq\ (p^2 - q^2)$
f. $x^2 + 2x + 1, 2\ (x + 1)$
g. $x^2 - 8x + 15, 2x^2 - x - 15$
h. $x^2 - 4, 3x^2 - 5x - 2, 3x^2 - 9x - 12$
i. $m^2 - 5m + 6, m^2 - 2m - 3$
j. $x^2 - a^2, x^2 - ax, x^2 - 2ax + a^2$