2 வர்க்கமூலம்

இப்பாடத்தை கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- நிறைவர்க்கம் அல்லாத ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்தை அண்ணளவாக்கம் மூலம் காணவும்
- யாதாயினும் ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்திற்கான ஓர் அண்ணளவுப் பெறுமானத்தைப் வகுத்தல் முறையின் மூலம் காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

2.1 எண் ஒன்றின் வர்க்கமூலத்தை அண்ணளவாக்கம் மூலம் காணல்

நீங்கள் எண் ஒன்றின் வர்க்கம் , நிறைவர்க்க எண்களின் வர்க்கமூலம் என்பன பற்றி முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள்.

3×3 என்பதன் பெறுமானம் 9 ஆகும். 3×3 ஐச் சுருக்கமாக 3^2 எனக் குறிப்போம். இது "மூன்றின் வர்க்கம்" என வாசிக்கப்படும். 3^2 என்பதில் "2" குறிப்பது "இரண்டு" மூன்றுகள் பெருக்கப்படுகின்றது என்பதையாகும். மூன்றின் வர்க்கம் ஒன்பது ஆகும். இது $3^2 = 9$ என எழுதப்படும்.

சில எண்களின் வர்க்கங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

எண்	எண்ணின் வர்க்கத்தை எவ்வாறு பெறல்	எண்ணின் வர்க்கத்தை எவ்வாறு எழுதுதல்	எண்ணின் வர்க்கம்
1	1×1	1^2	1
2	2×2	2^2	4
3	3×3	3^2	9
4	4×4	4^2	16
5	5×5	5^2	25

1, 4, 9, 16 ... போன்ற எண்கள் நிறைவர்க்கங்கள் எனப்படும்.

வர்க்கமூலம் காணல் என்பது வர்க்கம் என்பதன் நேர்மாறாகும். உதாரணமாக $3^2 = 9$ என்பதில் 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 என நாம் கூறுவோம். அட்டவணையில் முதலாவது மற்றும் இறுதி நிரல்களிலிருந்து இது உங்களுக்குத் தெளிவாகும்.

1 இன் வர்க்கமூலம் 1

4 இன் வர்க்கமூலம் 2

9 இன் வர்க்கமூலம் 3

16 இன் வர்க்கமூலம் 4

25 இன் வர்க்கமூலம் 5

வர்க்கமூலம் என்பது "$\sqrt{\ }$" என்ற குறியீட்டினால் குறிக்கப்படும்.

ஆகவே நாம் $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$ என எழுதலாம்.

இதிலிருந்து ஒவ்வொரு எண்ணிற்கும் வர்க்கம் காணப்படும் என்பது தெளிவாகும். அவ்வாறு ஒவ்வொரு நேர் எண்ணிற்கும் ஒரு வர்க்கமூலம் காணப்படுமா?
தற்போது இதை நாம் ஆராய்வோம்.

மேலே அட்டவணையின்படி 4 இன் வர்க்கமூலம் 2 உம் 9 இன் வர்க்கமூலம் 3 உம் ஆகும். 4 இற்கும் 9 இற்கும் இடையில் உள்ள ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலப் பெறுமானம் 2 இற்கும் 3 இற்கும் இடையில் காணப்படும். ஆகவே 4 இற்கும் 9 இற்கும் இடையில் உள்ள ஓர் எண்ணின் வர்க்கமூலப் பெறுமானம் ஒரு முழுவெண் பெறுமானம் அல்ல எனபது தெளிவாகும். அது ஒரு தசம எண்ணாகும்.
தற்போது நாம் இவ்வாறாக எந்தவொரு நேர் எண்ணிற்கும் வர்க்கமூல அண்ணளவாக்கப் பெறுமானத்தைக் காணலாம். இந்தப் பெறுமானம் **அண்ணளவாக்கம்** எனப்படும்.

அண்ணளவாக்கல் முறைமூலம் 5 இன் வர்க்கமூலம் எவ்வாறு பெறப்படுகின்றது?

எண்	**எண்ணின் வர்க்கத்தை எவ்வாறு பெறல்**	**எண்ணின் வர்க்கத்தை எவ்வாறு எழுதுதல்**	**எண்ணின் வர்க்கம்**
2	2×2	2^2	4
2.1	2.1×2.1	2.1^2	4.41
2.2	2.2×2.2	2.2^2	4.84
2.3	2.3×2.3	2.3^2	5.29
2.4	2.4×2.4	2.4^2	5.76
2.5	2.5×2.5	2.5^2	6.25
2.6	2.6×2.6	2.6^2	6.76
2.7	2.7×2.7	2.7^2	7.29

அட்டவணையின் 4 ஆவது நிரலில் உள்ள பெறுமானங்களில் இரண்டு பெறுமானங்கள் 4.84 உம் 5.29 உம் 5 இற்குக் கிட்டிய பெறுமானங்கள் ஆகும்.

இவை முறையே 2.2 இனதும் 2.3 இனதும் வர்க்கங்களாகும்.
மேலேயுள்ள அட்டவணையின் மூலம் 4.84 இனதும் 5.29 இனதும் வர்க்கமூலங்கள் 2.2 உம் 2.3 உம் ஆகும்.
இதை குறியீட்டின் மூலம் $\sqrt{4.84} = 2.2$ உம் $\sqrt{5.29} = 2.3$ என எழுதலாம்.
இப்போது இவற்றில் 5 இற்கு மிகக் கிட்டிய பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கு அவற்றிற்கும் 5 இற்கும் இடையேயான வித்தியாசத்தைக் காண்போம்.

$$5 - 4.84 = 0.16 \text{ உம்}$$

$$5.29 - 5 = 0.29 \text{ உம் ஆகும்.}$$

இவற்றில் குறைந்த வித்தியாசாத்தைத் தருவது 4.84 ஆகும். ஆகவே 5 இன் வர்க்கமூலத்தின் அண்ணளவாக்க பெறுமானம் 2.2 ஆகும்.
இவ்வாறு நேர் நிறைவெண் ஒன்றின் வர்க்கமூலமாகப் பெறப்பட்ட முதலாம் தசமதானப் பெறுமானம் "**வர்க்கமூலத்தின் முதலாம் தசமதான அண்ணளவாக்கம்** " எனப்படும்.
எனவே 5 இன் வர்க்கமூலத்திற்கான முதலாம் தசமதான அண்ணளவாக்கப் பெறுமானம் 2.2 ஆகும்.
அண்ணளவாக்கப் பெறுமானத்தைக் குறிக்க "$\approx$" என்னும் குறியீடு பயன்படுத்தப்படும்.
ஆகவே $\sqrt{5} \approx 2.2$ என எழுதப்படும்.
இதே முறையில் காரணங்களை வழங்குவதன்மூலம் 6 இன் வர்க்கமூலத்திற்கான முதலாம் தசமதான அண்ணளவாக்கம் 2.4 எனவும் 7 இற்கு 2.6 எனவும் முடிவுக்கு வரலாம்.

அதாவது $\sqrt{6} \approx 2.4$

$$\sqrt{7} \approx 2.6$$

உதாரணம் 1

$\sqrt{17}$ ஐ அண்ணளவாக்கம் மூலம் காண்போம்.

- 17 இற்கு மிகக் கிட்டிய குறைந்த நிறைவர்க்க எண் 16 ஐயும் 17 இற்கு மிகக் கிட்டி கூடிய நிறைவர்க்க எண் 25 ஐயும் காண்க. அப்போது $16 < 17 < 25$ ஆகும்.
- அவ்வெண்கள் ஒவ்வொன்றினதும் வர்க்கமூலத்தை எழுதுக.

$$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$$

$$4 < \sqrt{17} < 5$$

இதற்கேற்ப 17 இன் வர்க்கமூலம் 16 இன் வர்க்கமூலமாகிய 4 இலும் கூடியது. 25 இன் வர்க்கமூலமாகிய 5 யிலும் குறைந்தது.
அதாவது, $\sqrt{17}$ இன் பெறுமானம் 4 இற்கும் 5 இற்குமிடையே காணப்படும்.
மேலும் $\sqrt{17}$ இன் பெறுமானத்திற்கான ஒரு கிட்டிய அண்ணளவாக்கத்தைக் காண்பதற்கு 17 ஆனது 16 இற்கா 25 இற்கா மிகக் கிட்டியதெனக் காண்போம்.
16 இற்கும் 17 இற்குமிடையே வித்தியாசம் 1 ஆகும்.

17 இற்கும் 25 இற்குமிடையே வித்தியாசம் 8 ஆகும்.

$\therefore$ 17 ஆனது 16 இற்குக் கிட்டியதாகும்.

$\therefore \sqrt{17}$ ஆனது 4 இற்குக் கிட்டிய ஒரு பெறுமானம் ஆகும்.

அதாவது 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 ஆகிய எண்களில் ஓர் எண் $\sqrt{17}$ இற்குக் கிட்டிய பெறுமானமாகும்.

- அவ்வெண்கள் ஒவ்வொன்றையும் அதே எண்ணினால் பெருக்கும்போது விடையாக 17 இற்குக் கிட்டிய பெறுமானம் பெறப்படும் எண்ணை அறிந்து கொள்வோம்.

$$\begin{array}{r} 4.1 \\ \times\ 4.1 \\ \hline 41 \\ 1640 \\ \hline \underline{\underline{16.81}} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4.2 \\ \times\ 4.2 \\ \hline 84 \\ 1680 \\ \hline \underline{\underline{17.64}} \end{array}$$

16.81 இற்கும் 17.64 இற்கும் இடையில் 17 இருப்பதால் 4.3×4.3 ஐயும் 4.4×4.4 ஐயும் காண்பது அவசியம் இல்லை.

17 இற்கு கிட்டிய பெறுமானம் 16.81 ஆகும்.

4.1 ஆனது $\sqrt{17}$ இன் ஓர் அண்ணளவாக்கமாகும்.

உதாரணம் 2

$\sqrt{245}$ இன் பெறுமானத்தை அண்ணளவாக்கம் மூலம் காண்போம்.

$$225 < 245 < 256$$

$$\sqrt{225} < \sqrt{245} < \sqrt{256}$$

$$15 < \sqrt{245} < 16$$

$\sqrt{245}$ இன் பெறுமானம் 15 இற்கும் 16 இற்கும் இடைப்பட்ட ஓர் எண்ணாகும். 245 ஆனது 256 இற்கு கிட்டியதால் $\sqrt{245}$ இன் பெறுமானம் 16 இற்குக் கிட்டிய ஓர் எண்ணாகும்.

$15.9 \times 15.9 = 252.81$

$15.8 \times 15.8 = 249.64$

$15.7 \times 15.7 = 246.49$

$15.6 \times 15.6 = 243.36$

245 இற்கு மிகக் கிட்டிய பெறுமானம் 246.49 ஆகும்.

$\therefore \sqrt{245}$ இன் அண்ணளவாக்கம் 15.7 ஆகும்.

பயிற்சி 2.1

பின்வரும் எண்கள் ஒவ்வொன்றினதும் வர்க்கமூலத்தை அண்ணளவாகக் காண்க.

(i) $\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt{20}$ (iii) $\sqrt{67}$ (iv) $\sqrt{115}$ (v) $\sqrt{1070}$

2.2 வர்க்க மூலத்தைக் காண்பதற்கான வகுத்தல் (சாதாரண) முறை

நிறை வர்க்க எண்களின் வர்க்க மூலத்தைக் காண்பதற்கு மாத்திரம் முதன்மைக் காரணி முறை பயன்படுத்தப்படுகின்றது. நிறைவர்க்கம் அல்லாத ஓர் எண்ணின் வர்க்க மூலத்தை அண்ணளவாக்கத்தினால் காணலாம்.யாதாயினும் ஒரு நேர் எண்ணின் வர்க்கமூலத்தின் மிகக் கிட்டிய பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கு வர்க்க மூலத்தைக் காண்பதற்கான பொது முறையைப் பயன்படுத்தலாம்.

உதாரணம் 1

1764 இன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்போம்.

படி 1

1764 ஐ ஒன்றினிடத்திலிருந்து இடப்பக்கமாக இரு இலக்கங்கள் வீதம் பின்வருமாறு வேறுபடுத்துக.

17, 64

படி 2

அவ்வாறு வேறுபடுத்திய பின்னர் முதலில் வரும் இலக்கத்தின் அல்லது இரு இலக்கங்களினாலும் காட்டப்படும் எண்ணிலும் குறைந்த மிகக் கிட்டிய நிறைவர்க்க எண்ணின் வர்க்கமூலத்தைக் கோட்டிற்கு மேலேயும் கோட்டிற்கு இடப்பக்கத்திலும் பின்வருமாறு எழுதுக.

$$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 4 & 17\ \ 64 \end{array} \qquad \boxed{\begin{array}{l} 16 < 17 \\ 4^2 < 17 \end{array}}$$

படி 3

கோட்டிற்கு மேலே உள்ள எண்ணினதும் இடப்பக்கத்தில் உள்ள எண்ணினதும் பெருக்கமாகிய 4 × 4 ,அதாவது 16 ஐக் கீழே காட்டியுள்ளவாறு எழுதுக.

$$\begin{array}{r|l} & \ \ 4 \\ \hline 4 & 17\,64 \\ & \underline{16} \\ & \ \ 1 \end{array}$$

படி 4

இப்போது அடுத்த இரு எண்களாகிய 64 ஐப் பின்வருமாறு எழுதுக.

$$\begin{array}{r|l} & \ \ 4 \\ \hline 4 & 17\,64 \\ & \underline{16} \\ & \ \ 1\,64 \end{array}$$

படி 5

அடுத்ததாகக் கோட்டிற்கு மேலே உள்ள எண்ணின் இரு மடங்காகிய 8 ஐ ஓர் இலக்கம் எழுதப்படத்தக்கதாக இடம் விட்டுக் கீழே காட்டியுள்ளவாறு இடப்பக்கத்தில் எழுதுக.(அதாவது ஒன்றினிடத்தின் பெறுமானத்திற்கு ஒரு வெற்றிடத்தைக் கருதுக)

$$\begin{array}{r|l} & \;\;4 \\ \hline 4 & 17\;64 \\ & \underline{16} \\ 4\times2=8 \rightarrow 8\;\square & \;\;1\;64 \end{array}$$

படி 6

கோட்டிற்கு மேலே 4 இற்கு வலப்பக்கத்திலும் கோட்டிற்கு இடப்பக்கத்தில் வெற்றிடமாக வைக்கப்பட்ட இடத்திலும் ஒரே இலக்கத்தை இடுக.

8 $\square$ × $\square$ = 164 இலுங் குறைந்த மிகக் கிட்டிய பெறுமானம் கிடைக்கத்தக்கதாக இலக்கத்தைத் தெரிந்தெடுத்தல் வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|r} & 4\;\boxed{2} \\ \hline 4 & 17\;64 \\ & \underline{16\;\;\;\;\;} \\ 8\;\boxed{2} & 1\;64 \\ & \underline{1\;64} \\ & 0 \end{array}$$

இதற்கேற்ப $\sqrt{1764} = 42$ ஆகும்.

ஒரு தசம எண்ணின் வர்க்க மூலத்தைக் காணும்போது தசமப் புள்ளியிலிருந்து இரு பக்கங்களிலும் இரு எண்கள் வீதம் கீழே காட்டியுள்ளவாறு வேறுபடுத்துக.

3.61 ⟶ 3. 61

12.321 ⟶ 12. 32 10

143.456 ⟶ 1 43. 45 60

உதாரணம் 2

$\sqrt{3.61}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\begin{array}{r|l} & 1.\;\boxed{9} \\ \hline 1 & 3.\;61 \\ & \underline{1\;\;\;\;\;\;\;} \\ 1\times2=2 \rightarrow 2\;\boxed{9} & 2\;\;61 \\ & \underline{2\;\;61} \\ & \;\;\;\;\;00 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{3.61} = 1.9$$

உதாரணம் 3

$\sqrt{2737}$ இன் பெறுமானத்தை இரு தசம தானங்களுக்குக் காண்க.

		$5\ \boxed{2}.\boxed{3}\ \boxed{1}\ \boxed{6}$
	5	27 37. 00 00 00
		25
5 x 2 = 10 →	$10\boxed{2}$	2 37
		2 04
52 x 2 = 104 →	$104\boxed{3}$	33 00
		31 29
523 x 2 = 1046 →	$1046\boxed{1}$	1 71 00
		1 04 61
5231 x 2 = 10462 →	$10462\boxed{8}$	66 39 00
		6277 56
		2 68 76

மீதியாக 33 கிடைக்கிறது. அவ்வாறு மீதிப் பெறுமானம் உள்ளபோது “00” சோடியைச் சேர்ப்பதால் மிகக் கிட்டிய ஒரு பெறுமானத்தைக் கண்டு கொள்ளலாம்

$$\therefore \sqrt{2733} = 52.32$$

உதாரணம் 4

$\sqrt{3.421}$ இன் பெறுமானத்தை இரண்டு தசம தானங்களுக்குக் காண்க.

	$1.\ \boxed{8}\ \boxed{4}\ \boxed{9}$
	3. 42 10 00
	1
$2\boxed{8}$	2 42
	2 24
$36\boxed{4}$	18 10
	14 56
$368\boxed{9}$	3 54 00
	3 32 01
	2199

$$\therefore \sqrt{3.421} \approx \underline{\underline{1.85}}$$

பயிற்சி 2.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு எண்ணினதும் வர்க்க மூலத்தைக் காண்க.

(i) 676 (ii) 1024 (iii) 2209 (iv) 2809 (v) 3721

2. (i) $\sqrt{8}$ (ii) $\sqrt{19}$ (iii) $\sqrt{26}$

(iv) $\sqrt{263}$ (v) $\sqrt{2745}$ (vi) $\sqrt{3630}$

3. (i) $\sqrt{5.4}$ (ii) $\sqrt{3.45}$ (iii) $\sqrt{15.3}$

(iv) $\sqrt{243.2}$ (v) $\sqrt{4061.3}$ (vi) $\sqrt{85.124}$

2.3 வர்க்கமூலத்தைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்

உதாரணம் 1

பரப்பளவு 441 cm^2 உள்ள ஒரு சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

சதுரத்தின் பரப்பளவு $=$ (ஒரு பக்கத்தின் நீளம்)^2

சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம் $= \sqrt{\text{சதுரத்தின் பரப்பளவு}}$

சதுரத்தின் பரப்பளவு $= 441 \text{ cm}^2$

சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம் $= \sqrt{441}$

$\underline{\underline{21 \text{ cm}}}$

உதாரணம் 2

சதுர வடிவிலான ஒரு வீட்டுத் தோட்டம் முற்றாக மூடப்படுமாறு 900 cm^2 பரப்பளவையுடைய சதுர வடிவிலான 324 பீங்கான் கற்கள் பதிக்கப்பட்டுள்ளன. வீட்டுத் தோட்டத்தின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

ஒரு நிரையில் பதிக்கத் தேவையான பீங்கான் கற்களின் எண்ணிக்கை $= \sqrt{324}$

$= 18$

ஒரு பீங்கான் கல்லின் நீளம் $= \sqrt{900} \text{ cm}$

$= 30 \text{ cm}$

வீட்டுத் தளத்தின் ஒரு பக்க நீளம் $= 18 \times 30 \text{ cm}$

$= 540 \text{ cm}$

$= \underline{\underline{5.4 \text{ m}}}$

பயிற்சி 2.3

1. 1225 cm^2 பரப்பளவுள்ள ஒரு காட்போட் துண்டின் ஒரு பக்க நீளம் யாது?

2. பக்கங்களின் நீளங்களாக 27 cm , 12 cm என்னும் பக்கங்களை உடைய ஒரு செவ்வகத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமமான ஒரு சதுரத்தின் ஒரு பக்க நீளம் யாது?

3. 196 பிள்ளைகள் ஓர் உடற்பயிற்சிக் கண்காட்சிக்காக நிரைகளினதும் நிரல்களினதும் எண்ணிக்கை சமனாகுமாறு நிறுத்தப்பட்டுள்ளனர். ஒரு நிரையிலுள்ள பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை யாது?

4. ஒரு சதுரமுகியின் மேற்பரப்பளவு 1350 cm^2 ஆகும். சதுரமுகியின் ஒரு பக்க நீளத்தைக் காண்க.

5. சதுர வடிவிலான முகங்களையுடைய 200 கற்களைப் பத்து நிரைகளில் பதிப்பதன் மூலம் செவ்வக வடிவிலான ஒரு பாதை அமைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு கொங்கிறீற்றுக் கல்லின் பரப்பளவு 231.04 cm^2 ஆயின், பாதையின் நீளம், அகலம் என்பவற்றைக் காண்க.

பலவினப் பயிற்சி

1. பெறுமானம் காண்க
(i) $\sqrt{3669}$ (ii) $\sqrt{4302}$ (iii) $\sqrt{22.79}$ (iv) $\sqrt{0.1296}$ (v) $\sqrt{5.344}$

2. 60×135 ஐ இரு தசம எண்களின் பெருக்கமாக எழுதி அதன் வர்க்கமூலத்தைக் காண்க

3. ஒரு செவ்வகக் காணியின் நீளமும் அகலமும் முறையே 25 m , 12 m ஆகும். காணியின் ஒரு மூலையில் உள்ள ஒரு பிள்ளை எதிர் மூலைக்குச் செல்ல வேண்டிய இழிவுத் தூரத்தைக் கிட்டிய மீற்றருக்குக் காண்க.

4. ஓர் இருசமபக்கச் செங்கோண முக்கோணியின் செம்பக்கத்தின் நீளம் 12 cm எனின், எஞ்சியுள்ள ஒரு பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க. (விடையை இரு தசம தானங்களுக்குக் காட்டுக).

5. 9, 16, 25, ... ஓர் எண் கோலம் ஆகும். 729 ஆனது எண் கோலத்தின் எத்தனையாவது உறுப்பாகும்?