25 වීජීය අසමානතා

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- අසමානතා විසඳීම හා විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කිරීමට
- අසමානතා ඛණ්ඩාංක තලය මත නිරූපණය කිරීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

අසමානතා පිළිබඳ ව මීට පෙර උගත් කරුණු පහත දැක්වෙන නිදසුන් මගින් නැවත මතක් කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$x + 20 > 50$ අසමානතාව විසඳා,

(i) xට ගත හැකි පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගය කුලකය ලියන්න.

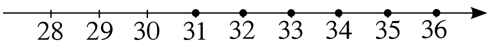
(ii) xට ගතහැකි පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගය, සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

$x + 20 > 50$

$x > 50 - 20$

$x > 30$

(i) $\{31, 32, 33, 34, ...\}$

(ii) 

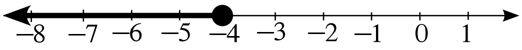
නිදසුන 2

$-3x \geq 12$ අසමානතාව විසඳා x ට ගතහැකි සියලු විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කරන්න.

$-3x \geq 12$ (අසමානතාවක් ඍණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමේ දී ලකුණ වෙනස් වේ.)

$$\frac{-3x}{-3} \leq \frac{12}{-3}$$

$x \leq -4$



පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳන්න.
   (i) $x+4>11$ (ii) $y+3\geq 0$ (iii) $p-5<2$
   (iv) $p-3>-1$ (v) $a+5\leq 1$ (vi) $5y<12$
   (vii) $-2x\geq 10$ (viii) $-3y<-9$ (ix) $\frac{-2x}{3}>6$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳා, xට ගත හැකි සියලු අගය සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.
   (i) $x+3\geq 1$ (ii) $y-4<-1$ (iii) $3x>-3$
   (iv) $\frac{x}{2}\leq 0$ (v) $-5y>10$ (vi) $-4x\geq 12$

3. පහත දැක්වෙන අසමානතාව තෘප්ත කරන xහි අගය අතුරෙන් එකක් වරහන් තුළ දක්වා ඇත. එම අගය තෝරා යටින් ඉරක් අඳින්න.
   (i) $x+3>7$ $(4, 7)$ (ii) $x-3<2$ $(1, 6)$ (iii) $3x>7$ $\left(2.3, \frac{8}{3}\right)$
   (iv) $-2x<8$ $(-5, 3)$ (v) $5-x>6$ $(12, -2)$

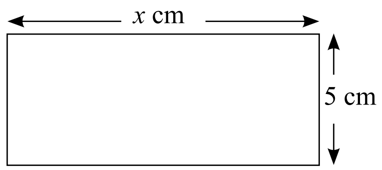
4. (i) $x+1>-2$ අසමානතාව විසඳා xට ගතහැකි කුඩාම නිඛිලමය අගය ලියා දක්වන්න.
   (ii) $-3y>15$ අසමානතාව විසඳා yට ගතහැකි විශාලම නිඛිලමය අගය ලියා දක්වන්න.

5. $x+3>1$ හා $2x\leq 12$ අසමානතා විසඳා, අසමානතා දෙකම තෘප්ත කරන සියලු විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

25.1 $ax+b \gtrless c$ ආකාරයේ අසමානතා

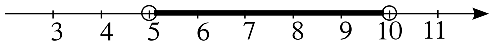
නිදසුන 1

30cm දිග කම්බියකින් රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ පළල 5cm වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ආකෘතිය නිර්මාණය කළ නිමල් ඉන් කුඩා කම්බි කොටසක් ඉතිරි කර ගන්නා ලදී.



සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග x ලෙස ගත්විට සෘජුකෝණාස්‍ර ආකෘතියේ පරිමිතිය සඳහා x ඇතුළත් අසමානතාවක් $2x+10<30$ මගින් දෙනු ලැබේ. $x>5$ නම් x සඳහා වියහැකි සියලු විසඳුම්, සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

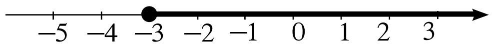
$$2x+10<30$$
$$2x+10-10<30-10$$
$$2x<20$$
$$\frac{2x}{2}<\frac{20}{2}$$
$$x<10$$



නිදසුන 2

$3-2x\leq 9$ අසමානතාව විසඳා xට ගතහැකි සියලු විසඳුම්, සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

$$3-2x\leq 9$$
$$3-2x-3\leq 9-3$$
$$-2x\leq 6$$
$$\frac{-2x}{-2}\geq\frac{6}{-2}$$
$$\underline{\underline{x\geq -3}}$$

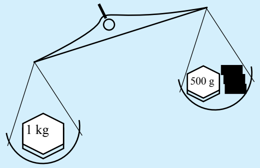


25.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳන්න.
   (i) $4x+1>5$ (ii) $5x-3<7$ (iii) $3+2p\geq 1$ (iv) $7x+9<-5$
   (v) $-2y-5>1$ (vi) $3-4x\geq 3$ (vii) $8-4y<0$ (viii) $2(3-x)>10$

2. පහත එක් එක් අසමානතාව විසඳා අදාළ නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලියන්න.
   (i) $5x+1>-4$ (ii) $3y-1\geq 2$ (iii) $-2p-4<0$ (iv) $7-4p>3$

3. අඹ ගෙඩි 3ක් හා නාරං ගෙඩි 2ක් මිල දී ගැනීමට රුපියල් 100ක් ප්‍රමාණවත් ය. අඹ ගෙඩියක මිල රුපියල් 20ක් ද, නාරං ගෙඩියක මිල රුපියල් y ද ලෙස ගත් විට, y ඇතුළත් අසමානතාවක් $60+2y\leq 100$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. මෙම අසමානතාව විසඳා, නාරං ගෙඩියක මිල සඳහා විය හැකි උපරිම මිල සොයන්න.

4. 

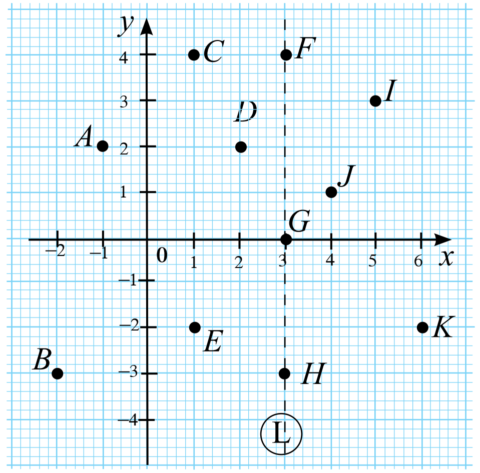
තරාදියක එක් තැටියකට 1 kg පඩිය දැමූ නිමල්, අනෙක් තැටියට 500 g පඩිය හා එකම වර්ගයකට අයත් සබන් කැට 3ක් දමන ලදී. එවිට 1 kg පඩිය සහිත තැටිය පහළ යන බව නිරීක්ෂණය විය.

සබන් කැටයක ස්කන්ධය ග්‍රෑම් p ලෙස ගත්විට p ඇතුළත් අසමානතාවක් $1000 > 500 + 3p$ ලෙස ලිවිය හැකි ය. සබන් කැටයක ස්කන්ධය සඳහා විය හැකි උපරිම පූර්ණ සංඛ්‍යාත්මක අගය සොයන්න.

25.2 $y \gtreqless a$ සහ $x \gtreqless b$ ආකාරයේ අසමානතා මගින් දැක්වෙන පෙදෙස්

y අක්ෂයට සමාන්තර රේඛාවක් මගින් වෙන්වන පෙදෙස්

රූපයේ දැක්වෙන කාටීසීය තලය මත $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K$ ලක්ෂ්‍ය හා y අක්ෂයට සමාන්තර (L) රේඛාව දක්වා ඇත.



පහත දැක්වෙන වගු හා ඒවාට අදාළ ලක්ෂණ ගැන අවධානය යොමු කරන්න.

(L) රේඛාව මත පිහිටන ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
F	3	4
G	3	0
H	3	-3

- (L) රේඛාව මත පිහිටන ලක්ෂ්‍යවල x - ඛණ්ඩාංකය 3ට සමානය.
- එමනිසා (L) රේඛාවේ සමීකරණය $x = 3$ ලෙස නම් කෙරේ.
- $x = 3$ රේඛාව මත පිහිටන ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 3ට සමානය.

(L) රේඛාවට දකුණු පසින් පිහිටන ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
I	5	3
J	4	1
K	6	-2

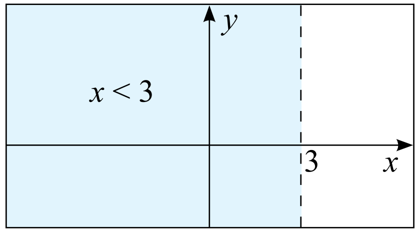
- (L) රේඛාවට දකුණු පසින් පිහිටන ලක්ෂ්‍යවල x - ඛණ්ඩාංකය 3ට වැඩි අගයන් ය.
- එමනිසා $x = 3$ රේඛාවට දකුණු පසින් පිහිටන පෙදෙස $x > 3$ ලෙස නම් කෙරේ.
- $x > 3$ පෙදෙසට අයත් ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 3ට වැඩි අගයක් ය.

(L) රේඛාවට වම් පසින් පිහිටන ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
A	-1	2
B	-2	-3
C	1	4
D	2	2
E	1	-2

- (L) රේඛාවට වම් පසින් පිහිටන ලක්ෂ්‍යවල x ඛණ්ඩාංකය 3ට අඩු අගයන් ය.
- එමනිසා $x = 3$ රේඛාවට වම් පසින් පිහිටන පෙදෙස $x < 3$ ලෙස නම් කෙරේ.
- $x < 3$ පෙදෙසට අයත් ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක x ඛණ්ඩාංකය 3ට අඩු අගයක් ය.

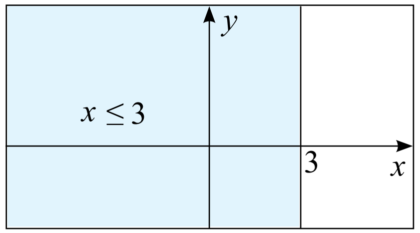
ඉහත උදාහරණයෙහි දී ඇති කාටීසීය තලය, $x = 3$ රේඛාව මගින් $x < 3, x = 3$ හා $x > 3$ යන නිශ්චිත පෙදෙස් තුනකට බෙදී ඇති බව පැහැදිලි ය.
දැන්, එම පෙදෙස් කාටීසීය තලය මත නිරූපණය කරන ආකාරය විමසා බලමු.

$x < 3$ ප්‍රදේශය



මෙහි $x = 3$ රේඛාව කැඩි ඉරකින් දක්වා ඇත. ඉන් අදහස් කෙරෙන්නේ $x = 3$ වන ලක්ෂ්‍ය $x < 3$ ප්‍රදේශයට අයත් නොවන බවයි.

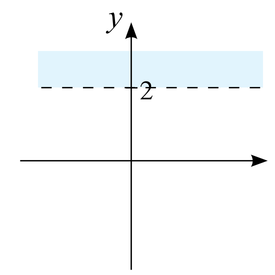
$x \leq 3$ ප්‍රදේශය



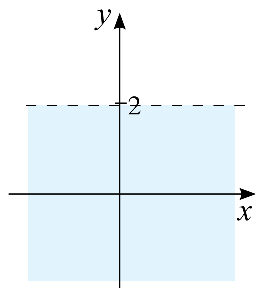
$x = 3$ රේඛාව ඝන ඉරකින් දක්වා ඇත. ඉන් අදහස් කෙරෙන්නේ අඳුරු කළ පෙදෙසට $x < 3$ හා $x = 3$ යන පෙදෙස් දෙකම අයත් වන බවයි.
එබැවින් එම පෙදෙස $x \leq 3$ ලෙස නම් කරයි.

කාටීසීය තලය මත x අක්ෂයට සමාන්තර රේඛාවක් මගින් වෙන්වන පෙදෙස් දැක්වීම සඳහා නිදසුන් කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

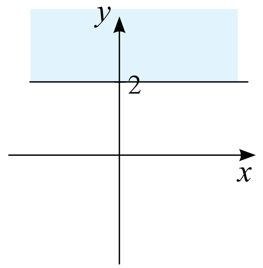
$y > 2$



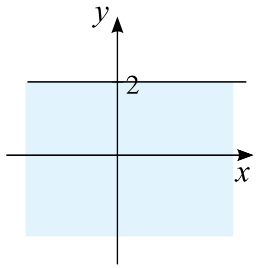
$y < 2$



$y \geq 2$

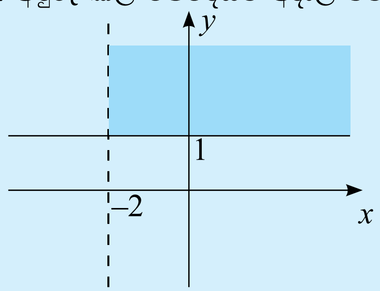


$y \leq 2$



25.2 අභ්‍යාසය

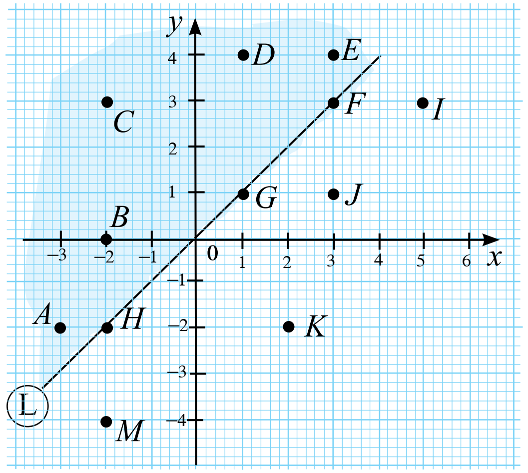
1. $x < -2$ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
2. $x > -1$ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
3. $x > 1$ හා $y < -2$ පෙදෙස් දෙකටම අයත් ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
4. $x \leq -2$ හා $y > 0$ යන පෙදෙස් දෙකටම අයත් ලක්ෂ්‍ය පහත ඒවායින් කවරක් ද?
   $A = (-3, 0)$ $B = (-2, 1)$ $C = (-1, 4)$
5. අඳුරු කළ පෙදෙසට අදාළ වන අසමානතා දෙක ලියන්න.



6. $x > 1, x \leq 3, y \leq 2, y > -1$ යන අසමානතා හතරම තෘප්ත කරන ප්‍රදේශය කාටීසීය තලයක අඳුරු කර දක්වන්න.

25.3 $y \gtrless x$ ආකාරයේ අසමානතා

රූපයේ දැක්වෙන කාටීසීය තලය මත $A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, M$ ලක්ෂ්‍ය හා (L) රේඛාව දක්වා ඇත.



(L) රේඛාව මත පිහිටන ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
F	3	3
G	1	1
H	– 2	– 2

- (L) රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය, x ඛණ්ඩාංකයට සමානය.
- එමනිසා (L) රේඛාව $y = x$ ලෙස නම් කෙරේ.

අඳුරු කළ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
A	–3	–2
B	–2	0
C	–2	3
D	1	4
E	3	4

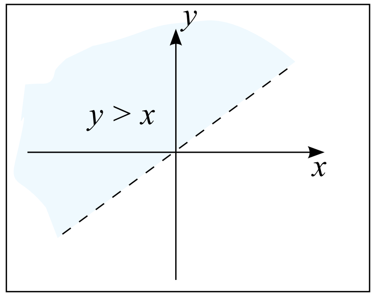
- අඳුරු කළ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය, x ඛණ්ඩාංකයට වඩා විශාල ය.
- එමනිසා අඳුරු කළ පෙදෙස $y > x$ ලෙස නම් කෙරේ.

අඳුරු නොකළ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය	x ඛණ්ඩාංකය	y ඛණ්ඩාංකය
I	5	3
J	3	1
K	2	–2
M	–2	–4

- අඳුරු නොකළ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍යවල y ඛණ්ඩාංකය, x ඛණ්ඩාංකයට වඩා කුඩා ය.
- එමනිසා අඳුරු නොකළ පෙදෙස $y < x$ ලෙස නම් කෙරේ.

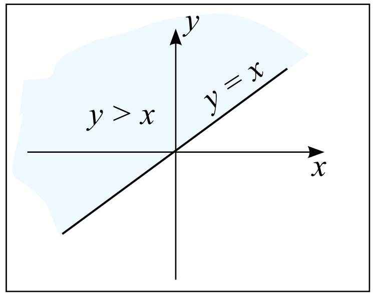
දැන් තවත් අසමානතා කිහිපයක් කාටීසීය තලය මත නිරූපණය කර ඇති ආකාරය විමසා බලමු.

(i) $y > x$



$y = x$ රේඛාව කැඩි ඉරකින් දැක්වීමෙන් අදහස් කෙරෙන්නේ අඳුරු කළ පෙදෙස වන $y > x$ පෙදෙසට $y = x$ ලක්ෂ්‍ය අයත් නොවන බවයි.

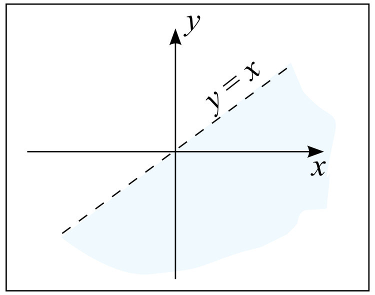
(ii) $y \geq x$



$y = x$ රේඛාව ඝන ඉරකින් දැක්වීමෙන් අදහස් කෙරෙන්නේ අඳුරු කළ පෙදෙස වන $y > x$ පෙදෙසට $y = x$ ලක්ෂ්‍ය අයත් වන බවයි.

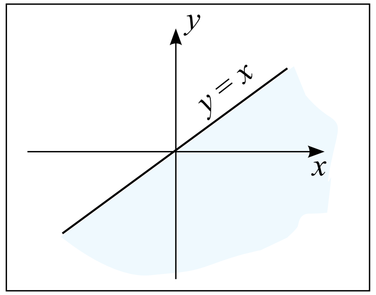
(iii)

$y < x$



(iv)

$y \leq x$



25.3 අභ්‍යාසය

1. $y = x$ පෙදෙසට අයත් ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
2. $y \geq x$ පෙදෙසට අයත් වන ලක්ෂ්‍ය තෝරන්න.
   $A = (5, 5)$ $B = (–3, –2)$ $C = (0, –1)$
3. $y < –2$ හා $y > x$ යන අසමානතා දෙකම තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.
4. කාටීසීය තලය මත $x \geq 0$ හා $y > x$ යන අසමානතා දෙකට ම අයත් පෙදෙස අඳුරු කරන්න.
5. $x < 3, y > 0$ හා $y < x$ යන අසමානතා තුනම තෘප්ත කරන ලක්ෂ්‍ය 3ක ඛණ්ඩාංක ලියන්න.