4 ද්විපද ප්‍රකාශන

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට
- ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක් ගුණ කිරීමට
- ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතය ප්‍රසාරණය කිරීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

වීජීය ප්‍රකාශන ආශ්‍රිත සුළු කිරීම් පිළිබඳ ඔබ උගත් විෂය කරුණු නැවත මතක් කර ගැනීම සඳහා පහත දී ඇති අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

a. $2 \times 3a$ **b.** $4 \times (-2x)$ **c.** $(-3) \times 2x$
d. $2x \times 3y$ **e.** $3a \times (-5b)$ **f.** $(-2m) \times 4n$
g. $(-4p) \times (-2q)$ **h.** $3x \times 5x$ **i.** $(-5a) \times 3a$

2. ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $2(x+1)$ **b.** $3(b+3)$ **c.** $4(y-2)$
d. $-3(a+2)$ **e.** $-2(x-2)$ **f.** $x(2x+3)$
g. $2y(y+1)$ **h.** $-2x(4x+1)$ **i.** $-3b(a-b)$
j. $2(a-b-3c)$

3. ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

(a) (i) $x(x+2)+2(x+2)$ **(ii)** $y(y+3)+3(y-2)$
(iii) $x(x+1)-3(x-1)$ **(iv)** $m(m-3n)-n(m-3n)$

(b) (i) $(x+5)(x+8)$ **(ii)** $(7+a)(3+a)$ **(iii)** $(x-5)(x+8)$
(iv) $(x+5)(x-8)$ **(v)** $(2+m)(3-m)$ **(vi)** $(x-5)(x-8)$

4.1 ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය

ඉහත පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයෙහි 3 (b) ප්‍රශ්නය යටතේ ඔබ විසින් සුළු කරන ලද්දේ $x + a$ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය යි. $ax + by$ ආකාරයේ වඩාත් සාධාරණ ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ප්‍රසාරණය කිරීම පිළිබඳ ව මෙම පාඩමේ දී ඉගෙන ගනිමු. මෙහි ax හා byට ද්විපද ප්‍රකාශනයේ පද දෙක යැයි කියනු ලැබේ.

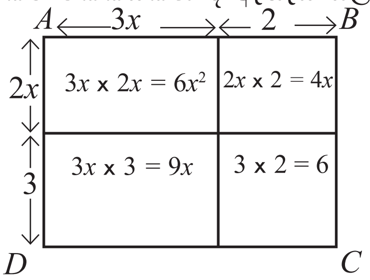
නිදසුන 1 $(3x + 2)\,(2x + 3)$ ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

$$(3x+2)(2x+3)$$
$$= 3x(2x+3)+2(2x+3)$$
$$= 6x^2+9x+4x+6$$
$$= \underline{\underline{6x^2+13x+6}}$$

හෝ

$$(3x+2)(2x+3)$$
$$= (3x+2)\times 2x+(3x+2)\times 3$$
$$= 6x^2+4x+9x+6$$
$$= \underline{\underline{6x^2+13x+6}}$$

ඉහත ලබා ගත් ප්‍රතිඵලය සෘජුකෝණාස්‍රවල වර්ගඵලය ඇසුරෙන් ද නිදර්ශනය කළ හැකි ය. (සියලු මිනුම් එකම ඒකකයකින් දී ඇතැයි සලකමු).



රූපයට අනුව, $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ,

AB හි දිග $= 3x + 2$

AD හි දිග $= 2x + 3$

වර්ගඵලය $= (3x + 2)\,(2x + 3)$ ______ ①

වෙනත් අයුරකින්, රූපයට අනුව

$ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය = කුඩා සෘජුකෝණාස්‍ර හතරෙහි වර්ගඵලවල එකතුව

$= 6x^2 + 9x + 4x + 6$

$= 6x^2 + 13x + 6$ ______ ②

① හා ② අනුව

$(3x + 2)\,(2x + 3) = 6x^2 + 13x + 6$ වන බව සනාථ වේ.

විවිධ ආකාරයේ ද්විපද ප්‍රකාශන ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන ආකාරය දැක්වෙන පහත දී ඇති නිදසුන් ද අධ්‍යයනය කරන්න.

නිදසුන 2

$(3x-2)\,(2x+5)$

$$(3x-2)\,(2x+5)$$
$$= 3x(2x+5)-2(2x+5)$$
$$= 6x^2+15x-4x-10$$
$$= \underline{\underline{6x^2+11x-10}}$$

නිදසුන 3

$(2x+y)\,(x+3y)$

$$(2x+y)\,(x+3y)$$
$$= 2x\,(x+3y)+y\,(x+3y)$$
$$= 2x^2+6xy+xy+3y^2$$
$$= \underline{\underline{2x^2+7xy+3y^2}}$$

නිදසුන 4

$(3x+2y)(3x-2y)$

$$(3x+2y)(3x-2y)$$
$$= 3x(3x-2y)+2y(3x-2y)$$
$$= 9x^2-6xy+6xy-4y^2$$
$$= \underline{\underline{9x^2-4y^2}}$$

නිදසුන 5

$(5a-2b)(2a-3b)$

$$(5a-2b)(2a-3b)$$
$$= 5a(2a-3b)-2b(2a-3b)$$
$$= 10a^2-15ab-4ab+6b^2$$
$$= \underline{\underline{10a^2-19ab+6b^2}}$$

නිදසුන 6

$(a+b)(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)$

$$(a+b)(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)$$
$$= a(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)+b(\frac{1}{3}a-\frac{1}{4}b)$$
$$= \frac{1}{3}a^2-\frac{1}{4}ab+\frac{1}{3}ab-\frac{1}{4}b^2$$
$$= \underline{\underline{\frac{1}{3}a^2+\frac{1}{12}ab-\frac{1}{4}b^2}}$$

4.1 අභ්‍යාසය

1. පහත එක් එක් කොටසේ දැක්වෙන ද්විපද ප්‍රකාශනය ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

a. $(x+2)(x+2)$ **b.** $(x-3)(x-3)$ **c.** $(2x+3)(x+2)$
d. $(2p-5)(p-3)$ **e.** $(3x-1)(3x+1)$ **f.** $(-3x+2)(2x-3y)$
g. $(2a+b)(3a+2b)$ **h.** $(3x-5y)(4x+3y)$ **i.** $(-3p+4q)(3p-2q)$
j. $(-7k-5l)(3k+4l)$ **k.** $(4m-3n)(4m-3n)$ **l.** $(5x-2y)(5x-2y)$
m. $\left(\frac{1}{2}x+y\right)(2x+3y)$ **n.** $\left(\frac{1}{3}p+\frac{1}{2}q\right)\left(\frac{2}{3}p-\frac{3}{4}q\right)$ **o.** $(3x+4y)(5a+3b)$

2. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පිට්ටනියක දිග මීටර $(2a+7)$ ද පළල මීටර $(2a-3)$ ද නම් පිට්ටනියේ වර්ගඵලය a ඇසුරෙන් සොයන්න.

3. පියුමි සමචතුරස්‍රාකාර මල් පාත්තියක් සෑදුවා ය. ඇගේ නැගණිය සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මල් පාත්තියක් සෑදුවා ය. නැගණියගේ මල් පාත්තියේ දිග, පියුමිගේ මල් පාත්තියේ පැත්තක දිගට වඩා මීටර 3ක් වැඩි වන අතර එහි පළල පියුමිගේ පාත්තියේ පැත්තක දිගට වඩා මීටර 2ක් අඩුය. පියුමිගේ මල් පාත්තියේ පැත්තක දිග මීටර x ලෙස ගෙන නැගණියගේ මල් පාත්තියේ දිග හා පළල සොයා, එහි වර්ගඵලය Ax^2+Bx+C ආකාරයෙන් ලියන්න.

4. ළමයෙක්, එකක් රුපියල් x බැගින් වූ නාරං ගෙඩි a සංඛ්‍යාවක් මිලදී ගත්තේය. ඉන් පසු නාරං ගෙඩි ප්‍රමාණය මෙන් තුන් ගුණයක ඇපල් ප්‍රමාණයක් මිල දී ගැනීමට සූදානම් වේ. ඇපල් ගෙඩියක මිල, නාරං ගෙඩියක මිල මෙන් දෙගුණයකි.
 (i) ඇපල් මිල දී ගැනීමට යන වියදම සඳහා ප්‍රකාශනයක් a හා x ඇසුරෙන් ලියන්න.
 මිල දී ගන්නා ඇපල් ගෙඩි ගණන තවත් 5කින් වැඩි කළහොත් ඇපල් ගෙඩියක මිල රුපියල් 3කින් අඩු කළ හැකි බව වෙළෙන්දා පවසයි. ළමයා ඒ අනුව වැඩිපුර ඇපල් ගෙඩි 5ක් මිල දී ගැනීමට තීරණය කරයි.
 (ii) මිල දී ගන්නා ඇපල් ප්‍රමාණය සඳහා ප්‍රකාශනයක් a ඇසුරෙන් ලියන්න.
 (iii) ඇපල් ගෙඩියක මිල සඳහා ප්‍රකාශනයක් x ඇසුරෙන් ලියන්න.

(iv) ඇපල් මිල දී ගැනීම සඳහා යන වියදම දැක්වෙන ප්‍රකාශනයක් a හා x ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

(v) ඉහත (iv) කොටසෙහි දැක්වෙන ද්විපද ප්‍රකාශන ප්‍රසාරණය කොට සුළු කරන්න.

4.2 ද්විපද ප්‍රකාශනවල වර්ගායිත

ඉහත අභ්‍යාසයේ 1. **a, b** හා **l** හිදී ඔබ විසින් ප්‍රසාරණය කළ පහත සඳහන් ද්විපද ප්‍රකාශනවල ගුණිත පිළිබඳ ව නැවත අවධානය යොමු කරමු.

$$(x + 2)(x + 2),\ (x - 3)(x - 3),\ (5x - 2y)(5x - 2y)$$

ඒවායේ ගුණ කිරීමට ඇති ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකම එකිනෙකට සමාන බව පෙනේ ද? වීජ ගණිතයේ දී $x \times x = x^2$ ලෙස ලියන්නා සේම,

$(x + 2)(x + 2) = (x + 2)^2$ ලෙස ද ලිවිය හැකි ය.

එසේ ම, $(x - 3)(x - 3) = (x - 3)^2$

$(5x - 2y)(5x - 2y) = (5x - 2y)^2$ ලෙස ලියනු ලැබේ.

එසේ ලියන ලද $(x + 2)^2$, $(x - 3)^2$ හා $(5x - 2y)^2$ ආකාරයේ ප්‍රකාශන වර්ගායිත ලෙස හැඳින්වේ.

වර්ගායිත ප්‍රසාරණය කිරීම සඳහා මීට ඉහත දී ඉගෙන ගත් ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතය ප්‍රසාරණය කළ ආකාරය ම යොදා ගත හැකි ය.

නිදසුන 1

$(x + 2)^2$ වර්ගායිතය, ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලියා ප්‍රසාරණය කරන්න.

$$\begin{aligned}(x+2)^2 &= (x+2)(x+2)\\ &= x(x+2) + 2(x+2)\\ &= x^2 + 2x + 2x + 4\\ &= \underline{\underline{x^2 + 4x + 4}}\end{aligned}$$

වර්ගායිත සුළු කිරීම තවත් ක්‍රමයකින් ද කළ හැකි ය.

$(a + b)^2$ ආකාරයේ වර්ගායිතයක් ප්‍රසාරණය කරන ආකාරය සලකා බලමු.

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)(a+b)\\ &= a^2 + ab + ba + b^2\\ &= a^2 + ab + ab + b^2\\ &= \underline{\underline{a^2 + 2ab + b^2}}\end{aligned}$$

මෙය සූත්‍රයක් ලෙස මතක තබා ගැනීම වැදගත් ය.

$$\boxed{(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$$

මුල් පදයෙහි වර්ගය

මුල් පදය හා දෙවන පදයේ ගුණිතයේ දෙගුණය

දෙවන පදයෙහි වර්ගය

දැන් $(a-b)^2$ ප්‍රසාරණය සලකා බලමු.

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b)(a-b)\\ &= a^2 - ab - ba + b^2\\ &= a^2 - ab - ab + b^2\\ &= \underline{\underline{a^2 - 2ab + b^2}}\end{aligned}$$

එනම්, $\boxed{(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$

සටහන: $(a-b)^2$ සඳහා ප්‍රකාශනය, $(a+b)^2$ හි b වෙනුවට $-b$ යොදාගැනීමෙන් ද ලබා ගත හැකි ය.

ඒ මෙසේය $(a+(-b))^2 = a^2 + 2(a)(-b) + (-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$$(a+(-b))^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

තවද,

$$(-a+b)^2 = (-a)^2 + 2(-a)b + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(-a-b)^2 = (-a)^2 + 2(-a)(-b) + (-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ඒ අනුව, $(a+b)^2$ හා $(-a-b)^2$ හි ප්‍රසාරණ එකිනෙක සමාන බවද $(a-b)^2$ හා $(-a+b)^2$ හි ප්‍රසාරණ එකිනෙක සමාන බව ද ඔබට පෙනී යනු ඇත.

පහත දැක්වෙන නිදසුන් අධ්‍යයනය කරන්න.

නිදසුන 2

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 2\times x\times 3 + 3^2\\ &= \underline{\underline{x^2 + 6x + 9}}\end{aligned}$$

නිදසුන 3

$$\begin{aligned}(y-2)^2 &= y^2 - 2\times y\times 2 + 2^2\\ &= \underline{\underline{y^2 - 4y + 4}}\end{aligned}$$

නිදසුන 4

$$\begin{aligned}(3x+5y)^2 &= (3x)^2 + 2\times 3x\times 5y + (5y)^2\\ &= \underline{\underline{9x^2 + 30xy + 25y^2}}\end{aligned}$$

නිදසුන 5

$$\begin{aligned}(3a-2b)^2 &= (3a)^2 - 2\times 3a\times(2b) + (2b)^2\\ &= \underline{\underline{9a^2 - 12ab + 4b^2}}\end{aligned}$$

නිදසුන 6

$$\begin{aligned}(-y+5)^2 &= (-y)^2 - 2\times(y)\times 5 + 5^2\\ &= \underline{\underline{y^2 - 10y + 25}}\end{aligned}$$

නිදසුන 7

$$\begin{aligned}(-2x-3y)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2\\ &= \underline{\underline{4x^2 + 12xy + 9y^2}}\end{aligned}$$

සමහර සංඛ්‍යාත්මක සුළු කිරීම් පහසුවෙන් කිරීම සඳහා මෙම ප්‍රථිඵලය යොදා ගත හැකි ආකාරය විමසා බලමු.

නිදසුන 8

105^2 හි අගය සොයන්න.

$$105^2 = (100 + 5)^2$$
$$= 100^2 + 2 \times 100 \times 5 + 5^2$$
$$= 10000 + 1000 + 25$$
$$= \underline{\underline{11025}}$$

නිදසුන 9

99^2 හි අගය සොයන්න.

$$99^2 = (100 - 1)^2$$
$$= 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2$$
$$= 10000 - 200 + 1$$
$$= \underline{\underline{9801}}$$

නිදසුන 10

$x = 5$ හා $y = 2$ සඳහා $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ යන්න සත්‍යාපනය කරන්න.

ව.පැ.
$$(x+y)^2$$
$$=(5+2)^2$$
$$=7^2$$
$$=\underline{\underline{49}}$$

දැ.පැ.
$$x^2+2xy+y^2$$
$$=5^2+2\times5\times2+2^2$$
$$=25+20+4$$
$$=\underline{\underline{49}}$$

$\therefore$ ව.පැ. = දැ.පැ.

4.2 අභ්‍යාසය

1. A තීරුවේ දැක්වෙන එක් එක් වර්ගායිතයේ ප්‍රසාරණය, B තීරුවෙන් තෝරා යා කරන්න.

***A* තීරුව**	***B* තීරුව**
a. $(x + 5)^2$	$4x^2 + 4xy + y^2$
b. $(x - 5)^2$	$4y^2 + 4xy + x^2$
c. $(2x + 5)^2$	$x^2 - 10x + 25$
d. $(2x + y)^2$	$4x^2 - 4xy + y^2$
e. $(-2x + 5)^2$	$x^2 - 4xy + 4y^2$
f. $(x - 2y)^2$	$4x^2 - 12xy + 9y^2$
g. $(-2x + y)^2$	$4x^2 + 20x + 25$
h. $(2x + 3y)^2$	$4x^2 + 12xy + 9y^2$
i. $(2x - 3y)^2$	$x^2 + 10x + 25$
j. $(-2y - x)^2$	$4x^2 - 20x + 25$

2. පහත දැක්වෙන වර්ගායිත ප්‍රසාරණය කරන්න.

a. $(x+2)^2$ **b.** $(a+3)^2$ **c.** $(p-3)^2$ **d.** $(y-1)^2$
e. $(2a+3)^2$ **f.** $(3b+2)^2$ **g.** $(3x-1)^2$ **h.** $(4m-5)^2$
i. $(3p+4q)^2$ **j.** $(5m-3n)^2$ **k.** $(-2y+5)^2$ **l.** $(3a-5b)^2$
m. $(-3m+n)^2$ **n.** $(-5m-6n)^2$

3. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශනවල ඇති හිස්තැන් සඳහා සුදුසු පද ලියා දක්වන්න.

a. $(x+3)^2 = x^2+6x+$ ___ **b.** $(y+2)^2 = y^2+$ ___ $+4$
c. $(m-5)^2 = m^2-10m+$ ___ **d.** $(a+$ ___ $)^2 = a^2+8a+16$
e. $($ ___ $+b)^2 = 25+10b+b^2$ **f.** $($ ___ $-7)^2 = x^2-14x+49$
g. $(-3+$ ___ $)^2 =$ ___ $-6x+x^2$ **h.** $($ ___ $-x)^2 = +16-8x+x^2$

4. පහත දැක්වෙන එක එකක අගය, ද්විපද ප්‍රකාශනයක වර්ගායිතයක් ලෙස ලියා සොයන්න.

(i) 21^2 (ii) 102^2 (iii) 17^2 (iv) 98^2 (v) 9.9^2

5. සමචතුරස්‍රාකාර කාමරයක පැත්තක දිග මීටර $(2a+3b)$ ලෙස දී ඇත්නම්, කාමරයේ වර්ගඵලය සඳහා ප්‍රකාශනයක් a හා b ඇසුරෙන් ලියා ප්‍රසාරණය කර දක්වන්න.

6. $a=2$ හා $b=3$ අවස්ථාව සඳහා,

(i) $(-a+b)^2 = a^2-2ab+b^2$ බව
(ii) $(-a-b)^2 = a^2+2ab+b^2$ බව
සත්‍යාපනය කරන්න.

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. $(2x+3y)(x+y) = 2x^2+5xy+3y^2$ බව පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාව සඳහා සත්‍යාපනය කරන්න.

(i) $x=3,\ y=2$ (ii) $x=5,\ y=0$
(iii) $x=1,\ y=1$ (iv) $x=-1,\ y=-2$

2. පහත දැක්වෙන භාගමය සංගුණක සහිත එක් එක් වර්ගායිතය, ද්විපද ප්‍රකාශන දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලියා සුළු කරන්න.

(i) $(\frac{1}{2}x+y)^2$ (ii) $(\frac{1}{3}a-b)^2$ (iii) $(\frac{1}{4}m-\frac{2}{3}n)^2$

3. හිස්තැන් පුරවන්න.

(i) $(x+_)^2 = x^2+6x+_$ (ii) $(y+_)^2 = y^2+8y+_$

(iii) $(_+5)^2 = x^2+_+25$ (iv) $(_+y)^2 = x^2+_+y^2$

4. වර්ගායිතයක් ලෙස ලිවීම සඳහා පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයට එකතු කළ යුතු පදය ලියා, එය වර්ගායිතයක් ලෙස ලියා දක්වන්න.

(i) x^2+6x (ii) y^2+8y (iii) m^2+10m
(iv) a^2-4a (v) x^2+4xy (vi) p^2-12pq

4. $x + y = 5$ ද $xy = 6$ ද වන විට $x^2 + y^2$ හි අගය සොයන්න.

5. $a - b = 3$ ද $ab = 28$ ද වන විට $a^2 + b^2$ හි අගය සොයන්න.

6. $x^2 + y^2 = 25$ ද $xy = 12$ ද වන විට $x + y$ හි අගය සොයන්න.

7. $(x + k)^2 = x^2 + 6x + q$ වන විට k හා q හි අගය සොයන්න.

8. $t + \frac{1}{t} = 2$ වන විට $t^2 + \frac{1}{t^2}$ හි අගය සොයන්න.