

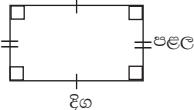
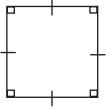
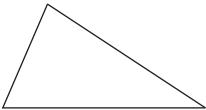
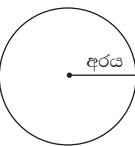
මෙම පාඨම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- කේත්දීක බණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීමට,

- කේත්දීක බණ්ඩ ආග්‍රිත තල රුපවල පරිමිතිය සෙවීම සම්බන්ධ ගැටලු විසඳීමට හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

තල රුපවල පරිමිතිය

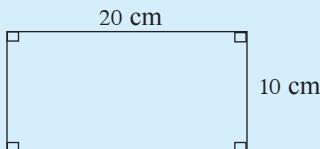
සෘජුකෝණාසුය, සමවතුරසුය, ත්‍රිකෝණය සහ වංත්තය යන තල රුපවල පරිමිතිය සෙවීම පිළිබඳ ව මේට පෙර ගෞණීවල දී ඔබ හදාරා ඇත. ඒ පිළිබඳ ව කරුණු සාරාංශ කර මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

තල රුපය	පරිමිතිය
සෘජුකෝණාසුය	 $2(d_1 + d_2)$
සමවතුරසුය	 $4 \times \text{පැත්තක දිග}$
ත්‍රිකෝණය	 පාද තුනේ දිගෙහි එකතුව
වංත්තය	 $2\pi \times \text{අරය}$

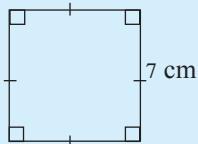
ප්‍රතික්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් තල රුපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

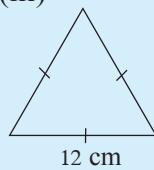
(i)



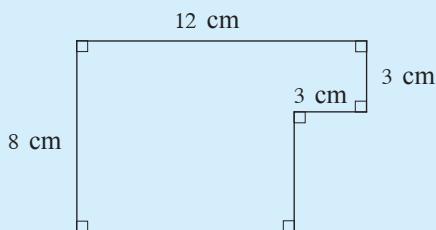
(ii)



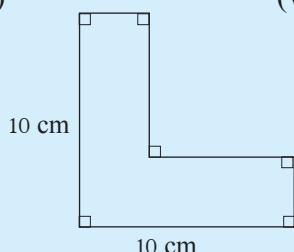
(iii)



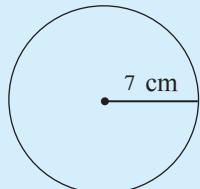
(iv)



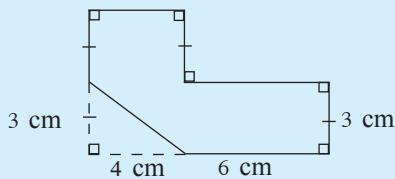
(v)



(vi)

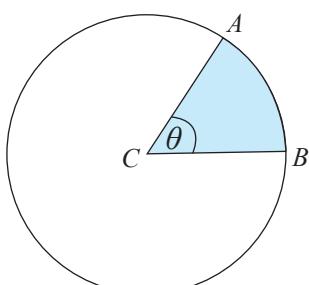


2. පහත දැක්වෙන රුපයේ පරිමිතිය සොයන්න.



මූලික තල රුපවල පරිමිතිය මෙන්ම සංයුක්ත තල රුපවල පරිමිතිය සොවීම පිළිබඳ කරුණු ඉහත ප්‍රතික්ෂණ අභ්‍යාසය මගින් ඔබේ මතකයට නැගෙන්නට ඇත. දැන්, කේන්ද්‍රික බණ්ඩවල පරිමිතිය පිළිබඳ ව විමසා බලමු.

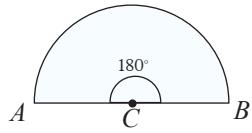
1.0 කේන්ද්‍රික බණ්ඩය



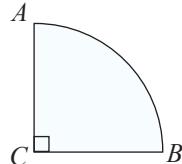
මෙම රුපයේ අඛරු කොට ඇත්තේ කේන්ද්‍රය C වූ වෘත්තයක අර දෙකකින් හා පරිධියේ කොටසකින් මායිම වූ පෙදෙසකි. එවැනි පෙදෙසකට කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක් යැයි කියනු ලැබේ. අර දෙක අතර කේන්ද්‍රය වන θ ($A\hat{C}B$)ට කේන්ද්‍ර කේන්ද්‍රය යැයි කියනු ලැබේ.

මෙම කේන්ද්‍ර කේන්ද්‍රය 0° සිට 360° තෙක් වූ ඔනැම අගයක් විය හැකි ය.

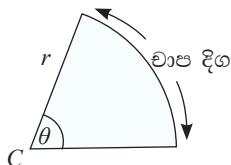
- කේන්දු කෝණය 180° වූ විට ලැබෙන කේන්දුක බණ්ඩය වන්නේ අර්ධ වෘත්තයකි.



- කේන්දු කෝණය 90° වූ විට ලැබෙන කේන්දුක බණ්ඩය වෘත්තයෙන් නතරෙන් එක් පංගුවකි.



1.1 කේන්දුක බණ්ඩයක වාප දිග සෙවීම



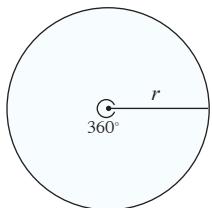
රුපයේ දැක්වෙන්නේ අරය r වන වෘත්තයකින් වෙන්කර ගන්නා ලද කේන්දුක බණ්ඩයකි. මෙවැනි කේන්දුක බණ්ඩයකට කේන්දු කෝණය θ හා අරය r වන කේන්දුක බණ්ඩයක් යැයි කියනු ලැබේ. මෙහි වාප දිග සෞයන ආකාරය දැන් විමසා බලමු. මේ සඳහා සූදානමක් ලෙස අරය r වන අර්ධ වෘත්තයක වාප දිග සෞයමු.

අරය r වන වෘත්තයක පරිධිය (එනම් පරිමිතිය) $2\pi r$ බව අපි දනිමු. එබැවින්, සමමිතිය අනුව, අරය r වන අර්ධ වෘත්තයක වාප දිග වන්නේ

$$\frac{2\pi r}{2} = \pi r \text{ ය.}$$

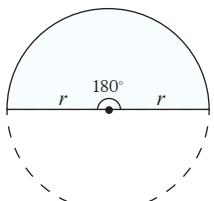
මෙහි දී $2\pi r$ හි අගය 2න් බෙදා πr ලෙස අර්ධ වෘත්තයේ වාප දිග සෙවීමට හේතු වූයේ සමමිතිය යි. පහත විස්තර කෙරී ඇති පරිදි හේතු දැක්වීමෙන් ද එම πr අගය ලබා ගත හැකි ය.

මුළුන්ම, අරය r වූ වෘත්තයක් හා අර්ධ වෘත්තයක් සලකමු.



වෘත්තයෙහි කේන්දුය වටා කෝණය 360° කි. එම කෝණයට අනුරූප වෘත්තයේ වාප දිග වන්නේ පරිධිය වන $2\pi r$ ය.

දැන් අර්ධ වෘත්තය සලකමු.



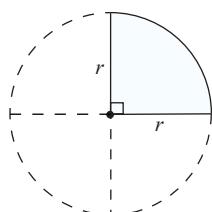
අර්ධ වෘත්තයේ කේන්දු කෝණය 180° කි. එය 360° න් $\frac{1}{2}$ කි. එම නිසා, අර්ධ වෘත්තයේ වාප දිග, වෘත්තයේ වාප දිගින් $\frac{1}{2}$ ක් විය යුතු ය.

එනම්, එය $2\pi r \times \frac{1}{2} = \pi r$ විය යුතුය.

වඩාන් විස්තරාත්මක ව ලියු විට,

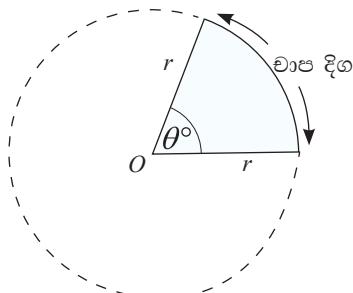
$$\begin{aligned}\text{අර්ධ වෘත්තයේ වාප දිග} &= 2\pi r \times \frac{180}{360} \\ &= 2\pi r \times \frac{1}{2} \\ &= \pi r\end{aligned}$$

මෙලෙසම, වෘත්තයෙන් $\frac{1}{4}$ ක් වන කේන්ද්‍රීක බණ්ඩයක කේන්ද්‍ර කෝණය 90° නිසා,



$$\begin{aligned}\text{වෘත්තයෙන් } \frac{1}{4} \text{ ක් වන කේන්ද්‍රීක බණ්ඩයක වාප දිග} &= 2\pi r \times \frac{90}{360} \\ &= 2\pi r \times \frac{1}{4} \\ &= \frac{\pi r}{2}\end{aligned}$$

මේ ආකාරයට හේතු දැක්වීමෙන්, අරය r වන වෘත්තයක, කේන්ද්‍ර කෝණය θ° වන කේන්ද්‍රීක බණ්ඩයක වාප දිග සඳහා ප්‍රකාශනයක් මෙසේ ලබා ගත හැකි ය.

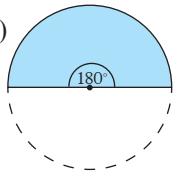
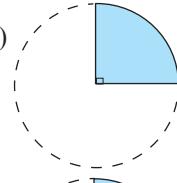
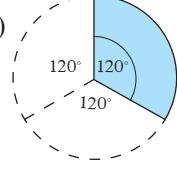
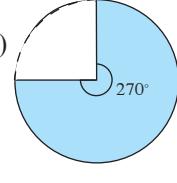
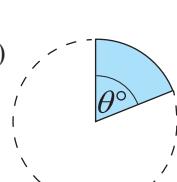


වෘත්තයේ පරිධිය $= 2\pi r$

$$\text{වාප දිග} = \text{වෘත්තයේ පරිධියෙන් \frac{\theta}{360}}$$

$$\therefore \text{වාප දිග} = 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$$

කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක වාප දීග සෙවීම පිළිබඳ අදහස තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීම සඳහා පහත වගුව අධ්‍යයනය කරන්න.

කේන්ද්‍රික බණ්ඩය	වාප කොටසේ දීග පරිධියෙන් භාගයක් ලෙස (රුපය ඇසුරෙන්)	කේන්ද්‍ර කෝණය	කේන්ද්‍ර කෝණය මූල කෝණයෙන් භාගයක් ලෙස	
(a)		$\frac{1}{2}$	180°	$\frac{180}{360} = \frac{1}{2}$
(b)		$\frac{1}{4}$	90°	$\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$
(c)		$\frac{1}{3}$	120°	$\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$
(d)		$\frac{3}{4}$	270°	$\frac{270}{360} = \frac{3}{4}$
(e)		$\frac{\theta}{360}$	θ°	$\frac{\theta}{360}$

වගුවේ 1 හා 2 තීර බලන්න. යම් වාප කොටසක දීග, වෘත්තයේ පරිධියෙන් කවර භාගයක් දැයි රුපයෙන් හඳුනාගත හැකි විට එම වාප කොටසේ දීග පහසුවෙන් සෞයා ගත හැකිය. ඇත්ත වශයෙන් ම මෙම භාගය වන්නේ, කේන්ද්‍ර කෝණය අංශකවලින් දී ඇති විට

කේන්ද්‍ර කෝණය

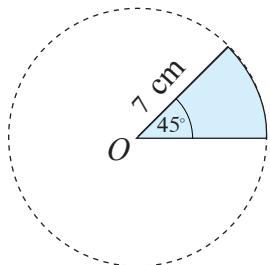
360

බව අවසාන තීරය අනුව පෙනී යයි. මේ අනුව කේත්ද කෝණය θ° හා අරය r වන කේත්දික බණ්ඩයක වාප දිග $2\pi r \times \frac{\theta}{360}$ මගින් ලැබෙන බව තවදුරටත් ඔබට පැහැදිලි වන්නට ඇත.

දැන් අපි නිදසුන් කිහිපයක් සලකා බලමු.

මෙම පාඨමෙහි අඩංගු නිදසුන් හා අභ්‍යාසවලදී π හි අගය $\frac{22}{7}$ ලෙස සලකනු ලැබේ.

නිදසුන 1



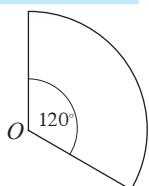
- (i) රුපයේ අදුරු කොට දැක්වන කේත්දික බණ්ඩයේ වාප දිග වෘත්තයේ පරිධියෙන් කවර හායක් ද?
- (ii) එම වාප දිග සෞයන්න.

$$(i) \quad \frac{45}{360} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$

$$(ii) \text{ වාප දිග } = 2\pi r \times \frac{1}{8} \\ = \cancel{2} \times \frac{\cancel{22}}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \times \frac{1}{\cancel{8}_4} \\ = 5.5$$

එනම්, වාප දිග 5.5 cm වේ.

නිදසුන 2



රුපයේ දැක්වන කේත්දික බණ්ඩයෙහි වාප දිග සෙන්ට්‍රිමිටර 44කි. එම කේත්දික බණ්ඩය අයත් වන වෘත්තයේ අරය (එනම්, කේත්දික බණ්ඩයේ අරය) සෞයන්න.

වෘත්තයේ අරය සෙන්ට්‍රිමිටර r ලෙස ගනීමු.

$$\text{වාප දිග } = 2\pi r \text{ න් } \frac{120}{360}$$

$$\therefore 44 = 2\pi r \times \frac{120}{360}$$

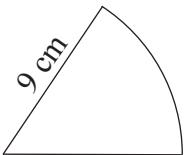
$$44 = 2 \times \frac{22}{7} \times r \times \frac{1}{\cancel{360}_3}$$

$$\therefore r = \frac{44 \times 3 \times 7}{\cancel{2} \times \cancel{22} \cancel{1}}$$

$$r = 21$$

∴ වෘත්තයේ අරය 21 cm වේ.

ନିର୍ଦ୍ଦେଶନ 3



රුපයේ දැක්වෙන කේත්දික බණ්ඩයෙහි වාප දිග සෙනට්මේර 11කි. මෙම කේත්දික බණ්ඩයෙහි, කේත්ද කොළඹ සොයන්න.

കേന്ദ്ര കോൺഗ്രസ്സ് θ° യൈറ്റ് ഗതിമു.

$$\text{လီခိုင်, } \text{သေပ ဒီဂ = } 2\pi r \times \frac{\theta}{360}$$

$$\therefore 11 = 2 \times \frac{22}{7} \times 9 \times \frac{\theta}{360}$$

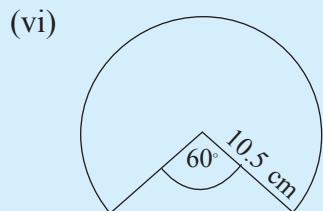
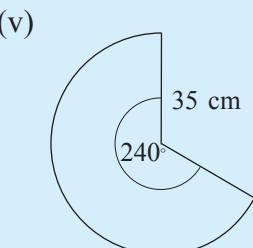
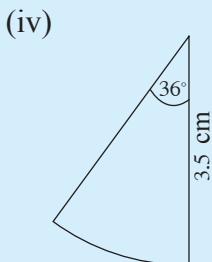
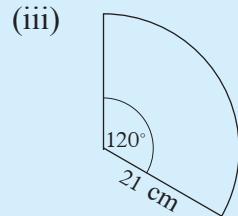
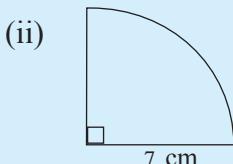
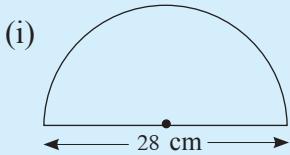
$$\theta = \frac{1020}{2 \times 22 \times 9} \times 7$$

$$\theta = 70$$

∴ කේන්දු කෝණය 70° වේ.

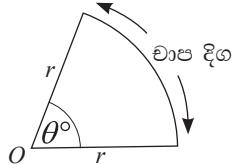
1.1 අභ්‍යන්තරය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේතුදික බණ්ඩයේ වාප කොටසේ දිග සෞයන්න



1.2 කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක පරිමිතිය සෙවීම

කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක වාප දිග සෙවූ පසු කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ පරිමිතිය සෙවීම පහසු ය. ඒ සඳහා කළ යුත්තේ, කේන්ද්‍රික බණ්ඩය මායිම් වන අර දෙකේ දිගත් වාප දිගත් එකතු කිරීම ය. එනම්,

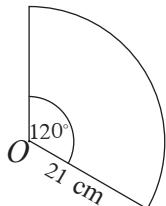


$$\begin{aligned} \text{කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ පරිමිතිය} &= \text{වාප දිග} + \text{අරය} + \text{අරය} \\ &= \text{වාප දිග} + 2 \times \text{අරය} \end{aligned}$$

මේ අනුව, අරය r හා කේන්ද්‍ර කෝණය θ° වූ කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක,

$$\text{පරිමිතිය} = 2\pi r \times \frac{\theta}{360} + 2r$$

නිදසුන 1



රුපයේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍ර කෝණය 120° ක් සහ අරය සෙන්ටිමේටර 21ක් වූ කේන්ද්‍රික බණ්ඩයකි. එහි පරිමිතිය සොයන්න.

$$\begin{aligned} \text{වාප දිග} &= 2\pi r \times \frac{120}{360} \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times \frac{120}{360} \\ &= 44 \end{aligned}$$

එනම්, වාප දිග 44 cm වේ.

$$\begin{aligned} \therefore \text{කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ පරිමිතිය} &= 44 \text{ cm} + 2 \times 21 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{86 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

නිදසුන 2

වත්තයකින් $\frac{2}{3}$ ක් වූ කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක පරිමිතිය සෙන්ටිමේටර 260කි. එහි අරය සොයන්න.

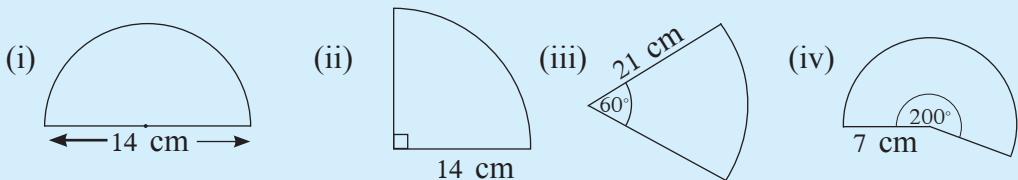
වෘත්තයේ අරය සෙන්ටිමේටර් r ලෙස ගනිමු.

$$\begin{aligned}
 \text{වාප කොටසේ දිග} &= 2\pi r \times \frac{2}{3} \\
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times r \times \frac{2}{3} \\
 &= \frac{88r}{21} \\
 \text{කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ පරිමිතිය} &= \frac{88r}{21} + 2r \\
 \therefore \frac{88r}{21} + 2r &= 260 \\
 \therefore 88r + 42r &= 260 \times 21 \\
 \therefore 130r &= 260 \times 21 \\
 r &= \frac{260 \times 21}{130} \\
 &= 42
 \end{aligned}$$

\therefore වෘත්තයේ අරය 42 cm වේ.

1.2 ආහාරාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ පරිමිතිය සෞයන්න.



2. කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක,

- (i) කේන්ද්‍ර කෝණය 180° සහ පරිමිතිය 180 cm වන විට
- (ii) කේන්ද්‍ර කෝණය 120° සහ පරිමිතිය 43 cm වන විට
එහි අරය සෞයන්න.

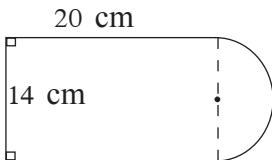
3. කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක,

- (i) පරිමිතිය 64 cm හා අරය 21 cm වන විට
- (ii) පරිමිතිය 53 cm හා අරය 21 cm වන විට
එහි කේන්ද්‍ර කෝණය සෞයන්න.

1.3 කේන්ද්‍රික බණ්ඩ ආග්‍රිත තල රුපවල පරිමිතිය

කේන්ද්‍රික බණ්ඩ ආග්‍රිත තල රුපවල පරිමිතිය සොයන අයුරු නිදසුන් කීපයක් මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 1



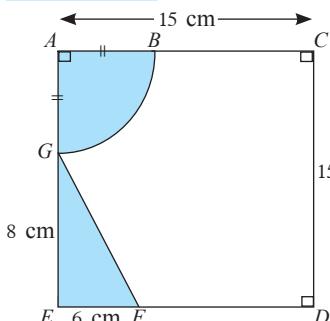
රුපයේ දැක්වෙන්නේ දිග සෙන්ටිමිටර 20ක් හා පළල සෙන්ටිමිටර 14ක් වූ සාපුරුණ්‍යකට අර්ථ වෘත්තයක් සම්බන්ධ කර ඇති අයුරුයි. එම රුපයේ පරිමිතිය සොයන්න.

$$\text{අරය } r \text{ වූ අර්ථ වෘත්තයක වාප දිග} = \frac{1}{2} \times 2\pi r$$

$$\begin{aligned}\text{අරය } 7 \text{ cm} \text{ වූ අර්ථ වෘත්තයේ වාප කොටසේ දිග} &= \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \\ &= 22 \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{රුපයේ පරිමිතිය} &= 20 + 20 + 14 + 22 \text{ cm} \\ &= \underline{\underline{76 \text{ cm}}}\end{aligned}$$

නිදසුන 2



රුපයේ දැක්වෙන්නේ පැශ්චත්ක දිග සෙන්ටිමිටර 15ක් වූ සමවතුරසාකාර තහඩුවකි. එහි අයුරු කර ඇති කේන්ද්‍රික බණ්ඩය (AGB) හා ත්‍රිකෝණාකාර කොටස (GEF) කපා ඉවත් කළහොත් ඉතිරි වන තහඩුවේ (BCDFG) පරිමිතිය සොයන්න.

$BCDFG$ හි පරිමිතිය වන්නේ $BC + CD + DF + FG + GB$ වාප දිග

මුළුන් ම FG හි අගය ගණනය කරමු.

එම සඳහා GEF සාපුරුණ්‍යක ත්‍රිකෝණයට පයිතගරස් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,

$$\begin{aligned}FG^2 &= 8^2 + 6^2 \\ &= 64 + 36 \\ &= 100 \\ \therefore FG &= \sqrt{100} \\ &= 10 \text{ cm}\end{aligned}$$

මිළයට GB වාප දිග සොයමු.

ABG කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ කේන්ද්‍ර කෝණය 90° නිසා

$$GB = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{190}{360}$$

$$GB = 11 \text{ cm}$$

අවසාන වගයෙන්, BC හා DF දිග සොයමු.

$$BC = 15 - 7$$

$$= 8 \text{ cm}$$

$$DF = 15 - 6$$

$$= 9 \text{ cm}$$

$$BCDFG \text{ පරිමිතිය} = BC + CD + DF + FG + GB \text{ වාප දිග}$$

$$= 8 + 15 + 9 + 10 + 11 \text{ cm}$$

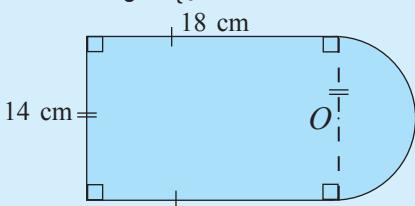
$$= 53 \text{ cm}$$

\therefore ඉතිරිවන තහඩුවේ පරිමිතිය 53 cm වේ.

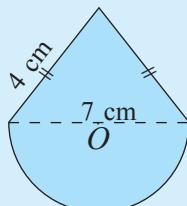
1.3 අන්තර්ජාලය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් තල රුපයේ පරිමිතිය සොයන්න. O වලින් එක් එක් කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ කේන්ද්‍රය දැක්වේ.

(i)

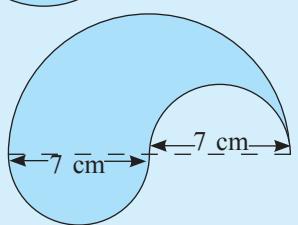


(ii)



2. අරය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තාකාර තහඩුවකින් විෂ්කම්හය 7 cm වූ අර්ධ වෘත්තාකාර කොටසක් කිහිපයා, එම කොටස රුපයේ පරිදි පාස්සා ඇත.

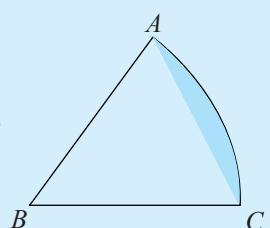
(i) අරය 7 cm වූ කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ වාප දිග සොයන්න.



(ii) විශ්කම්හය 7 cm වූ කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ වාප දිග සොයන්න.

(iii) අදුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.

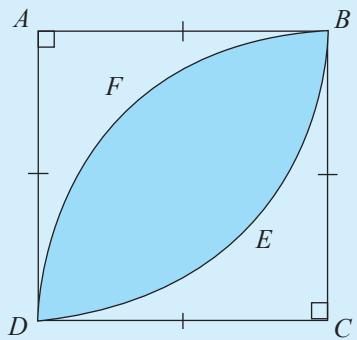
3. පැන්තක දිග සෙන්ට්මීටර 7cm වූ ABC සමඟාද ත්‍රිකෝණය, එහි පාදක දිගට සමාන අරයකින් යුත් කේන්ද්‍රික බණ්ඩයක් තුළ ඇද ඇති අයුරු රුපයේ දැක්වේ.



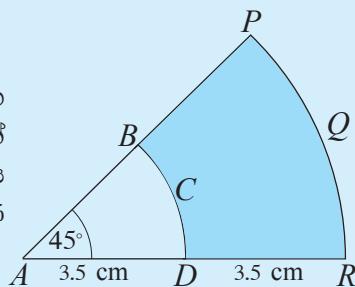
(i) කේන්ද්‍රික බණ්ඩයේ වාප දිග සොයන්න.

(ii) අදුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සොයන්න.

4. රුපයේ දැක්වෙන්නේ $ABED$ හා $CDFB$ කේත්දික බණ්ඩ දෙකකි. $AB = 10.5 \text{ cm}$ නම්, දී ඇති දත්ත යොදා ගනිමින් අදුරු කළ කොටසේ පරිමිතිය සෞයන්න.

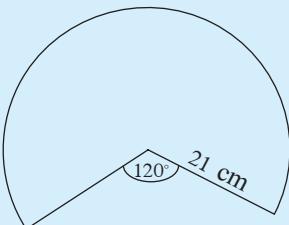


5. A කේත්දය දී අරය AD දී වූ කේත්දික බණ්ඩයක් සහ A කේත්ද දී අරය AR දී වූ කේත්දික බණ්ඩ දෙකක් රුපයේ දැක්වේ. $APQR$ කේත්දික බණ්ඩයේ පරිමිතිය අදුරු කරන ලද කොටසේ පරිමිතියට වඩා කොපමණ වැඩි දී?

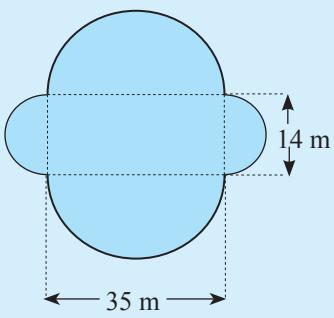


මිගු අභ්‍යාසය

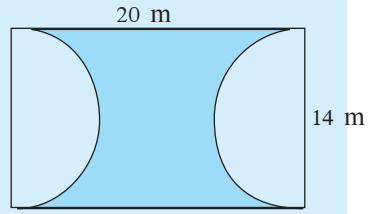
1. අරය 21 cm වූ වංත්තාකාර තහවුවකින් රුපයේ පරිදි කේත්ද කේත්ශය 120° වූ කේත්දික බණ්ඩයක් කපා ඉවත් කර ඇත. තහවුවේ ඉතිරි කොටසේ පරිමිතිය 130 cm බව පෙන්වන්න.



2. රුපයේ දැක්වෙන්නේ අරධ වංත්තාකාර මායිම් සහිත පොකුණකි. පොකුණ වටා එහි මායිම ඔස්සේ ආරක්ෂිත වැටක් සැකසීමට නියමිත ය. දී ඇති දත්ත භාවිතයෙන් (i) පොකුණහි පරිමිතිය සෞයන්න.
(ii) වැටෙහි මිටර 1ක දිගක් නිම කිරීම සඳහා රු 5 000ක් වැයවේ යයි ඇසකමේන්තු කර ඇත. මුළු වැටම සකසා නිම කිරීමට කොපමණ මුදලක් වැයවේ ද?



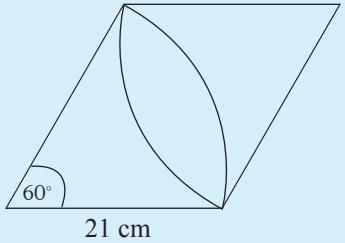
3. දෙකෙලවර අර්ධ විහානකාර මල් පාත්ති දෙකක් සහිත සාපුෂ්කේක්ණාපාකාර ඉඩමක් රුපයේ දැක්වේ. අදුරු කර ඇති කොටසේ තණකොල වවා ඇත.



(i) තණකොල වවා ඇති කොටසේ පරිමිතිය සෞයන්න. තණකොල වවා ඇති කොටස වවා ගබාල් ඇල්ලීමට තීරණය කෙරේ. ගබාලක දිග 25 cm වේ.

(ii) අවශ්‍ය අවම ගබාල් ගණන සෞයන්න.

4. ජන්ලයකට සවි කිරීම සඳහා සකස් කරන ලද කමි රාමුවක (ග්‍රීල්) කොටසක් රුපයේ දැක්වෙන පරිදි සමාන කේන්ද්‍රීක බණ්ඩ දෙකක් සංයුත්ත කර සකසා ඇත. එහි දක්වා ඇති දත්ත අනුව එය සකස් කිරීම සඳහා 128 cm දිගින් යුතු කමින් කැබල්ලක් අවශ්‍ය බව එය සාදන්නා ප්‍රකාශ කරයි. මහුගේ ප්‍රකාශය සත්‍ය බව හේතු සහිතව පෙන්වන්න.



සාරාංශය

කේන්ද්‍ර කේත්‍ය θ° සහ අරය r වූ කේන්ද්‍රීක බණ්ඩයක

- වාප දිග $2\pi r \times \frac{\theta}{360}$ මගින් ද

- පරිමිතිය $2\pi r \times \frac{\theta}{360} + 2r$ මගින් ද ලැබේ.