රාජකීය විද්‍යාලය කොළඹ 07
Royal College Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2010
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2010

13 වන ශ්‍රේණිය අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2010 ජුනි
Grade 13 – Final Term Test June 2010

කාලය: පැය 03

සංයුක්ත ගණිතය I

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(01) (i) $f(x) = ax^2 + bx + c$ ප්‍රකාශණයේ $a < 0$ වේ. මෙහි $b^2 - 4ac > 0$ වේ නම් එවිට සියලු $x \in \Re$ සඳහා $f(x) \le \lambda$ වන පරිදි $\lambda > 0$ නම් λ නියතයන් පවතින බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් ℓ, m, k යනු තාත්වික සංඛ්‍යා තුන වන අතර එහි $k > 1$ වේ. $x^2 + x - k(x-\ell)(x-m) + 1 = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණයට තාත්වික ප්‍රභින්න මූල දෙකක් තිබෙන බවත් ඒවා අතර ℓ හා m පවතින බවත් පෙන්වන්න.

ඉහත මූලයන්ගේ සමාන්තර මධ්‍යනය n වන පරිදි k සඳහා තාත්වික අගයන් පවතී නම්, k හි අගය ℓ , m හා n ඇසුරින් ලබාගන්න.

(ii) $\log_3(2x+5) + \dfrac{1}{\log_{(x+1)} 3} = 2$ වන පරිදි x ට තිබිය හැකි අගය සොයන්න.

(iii) P නියතයක් වන පරිදි $f(x) \equiv x^3 - 3x^2 + Px + 8$ යන බහුපදයක් වේ.

මෙම බහු පදය $x - 2$ මගින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය 2 විය.

P හි අගය සොයන්න.

<u>එනයින්</u> හෝ අන්ක්‍රමයකින් $g(x) \equiv x^2 - x - 4$ වන විටදී

$H(x) = f(x) + g(x)$ නම්,

$H(x) = 0$ හි විසදුම් සියල්ලම ලබාගන්න.

(02)(i) මහත්වරු හයදෙනෙකු හා නෝනාවරු හයදෙනෙකු වට මේසයක පිරිමි හා ගැහැණු මාරුවෙන් මාරුවට වාඩිවීමට අදහස් කරති. මහත්වරු අතර සිටින Z ආසන්නයේ නෝනාවරු අතර සිටින X හා Y නෝනාවරුන් එක් අයකු වත් අසුන් ගැනීම ප්‍රතික්ෂේප කරන විටදී මෙවැනි ආකාරයේ පිළියෙල කිරීම් කොපමණ සංඛ්‍යාවක් වේද?

(ඔබ පිළිතුරට එළඹුන ආකාරය පැහැදිලිව දක්වන්න.)

(ii) $\left(x^2+\dfrac{a}{x}\right)^{2n+1}$ හි $n \in Z^+$ ද a නියතයක් විට $\left(x^2+\dfrac{a}{x}\right)^{2n+1}$ හි ප්‍රසාරණය ලියන්න.

$(n+2)$, යනු 3 හි ගුණාකාරයක් නම් එවිට ඉහත ප්‍රසාරණයේ x වලින් ස්වායත්ත පදයක් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

$n=13$ විට මෙම පදය ${}^{27}C_9(27)^6$ වේ නම් a හි අගය සොයන්න.

$a > 0$ විට මෙම ප්‍රසාරණයේ විශාලතම සංගුණකය සොයන්න.

(03) (i) $\dfrac{2x+5}{|x-1|} \le 3$ වන $x \in \Re$ කුලකය සොයන්න.

(ii) n ධන නිඛිලයක් විට ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින්

$1+\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}}+.........+\dfrac{1}{\sqrt{n}} > 2\left(\sqrt{n+1}-1\right)$ බව පෙන්වන්න.

(iii) $\dfrac{1}{1.3.5}+\dfrac{1}{2.4.6}+\dfrac{1}{3.5.7}+......$ ශ්‍රේණියේ r වන පදය U_r ලියන්න.

U_r භින්න භාග ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

එනයින් හෝ වෙන ක්‍රමයකින් $U_r = f(r+1) - f(r)$ ලෙස f(r), r හි ශ්‍රිතයක් ලබාගන්න.

$S_n = \sum_{r=1}^{n} U_r$ නම් S_n සොයන්න.

ඉහත ශ්‍රේණිය අභිසාරිද? සනාථ කරන්න.

$\dfrac{8}{15} \le 8S_n \le \dfrac{11}{12}$ බවද පෙන්වන්න.

(04) (i) $f(z)=a_0+a_1z+a_2z^2+..........+a_nz^n$ වන විට $z = z_0$ යනු $f(z) = 0$ හි මූලයන් වන විට $z = \overline{z_0}$ ද මූලයන් වන බව පෙන්වන්න.

$4x^4+8x^3+11x^2-18x-45=0$ යන සමීකරණයේ $x = 2i - 1$ මූලයන් වන විට ඉතිරි මූලයන් ලබාගන්න.

(ii) $|z-3-4i|=4$ හා $\arg(z-3-4i)=\frac{\pi}{3}$ මගින් ආගන්ඩ් තලයේ නිරූපනය වන z ලක්ෂායයන්ගේ පථය විස්තර කර ඒවායේ සමීකරණය ලබාගන්න.

එනයින් $3\le|z-3-4i|\le 4$ වන පරිදි හා $0\le\arg(z-3-4i)\le\frac{\pi}{3}$ වන පොදු ප්‍රදේශය අඳුරු කර දක්වන්න.

එම ප්‍රදේශය තුල $|z|$ හි උපරිම හා අවම අගයන් සොයන්න.

(05) (i) $x > 0$ විට $\frac{d(\ln x)}{dx}=\frac{1}{x}$ බවද පෙන්වන්න.

$y=\frac{x^2}{2}+\frac{1}{2}x\sqrt{x^2+1}+\ell n\sqrt{x+\sqrt{x^2+1}}$ නම්

$2y=x\frac{dy}{dx}+\ln\left(\frac{dy}{dx}\right)$ බව පෙන්වන්න.

(ii) කේන්ද්‍රය (a,b) වූ අරය r වූ වෘත්තයක් මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂායක් (x,y) නම්

$\frac{d^2y}{dx^2}=-\frac{r^2}{(y-b)^3}$ බව පෙන්වා

$\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]\frac{d^3y}{dx^3}=3\left(\frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2$ බව අපෝහනය කරන්න.

(iii) වක්‍රයක් පරාමිතිය θ වන $x=aCos^3\theta$ හා $y=aSin^3\theta$ සමීකරණය මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ ද a ධන නියතයක් ද වේ. පරාමිතිය "θ" වන ලක්ෂායේ දී වක්‍රයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ හා අභිලම්බයේ සමීකරණ සොයන්න.

0 මූල ලක්ෂායේ සිට ජ්පර්ශකයට හා අභිලම්බයට ඇඳි ලම්බ දුර පිළිවෙලින් p හා q වේ. $4p^2+q^2$ හි අගය θ වලින් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න.

(06) (i) $\lambda(ax^2+1)+(\mu x+\upsilon)\dfrac{d}{dx}(ax^2+1)\equiv x^2+1,(a\neq 0)$ වන ලෙස λ,μ,υ හි නියත අගයන්න.

එමගින් $\int \dfrac{x^2+1}{(ax^2+1)^2}dx$ අනිශ්චිත අනුකලනය අගයන්න.

(ii) $f(x)=\dfrac{Sin2x}{Cos^4x+Sin^4x}$ නම් $f(\pi+x)=f(x)$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx=\int_{\pi}^{\frac{5\pi}{4}} f(x)dx$ පෙන්වන්න.

එනයින් $\int_{\pi}^{\frac{5\pi}{4}} \dfrac{Sin2x}{Cos^4x+Sin^4x}dx=\dfrac{\pi}{4}$ බව පෙන්වන්න.

(iii) සුදුසු ආදේශයක් මගින්

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sqrt{Cos2\theta}}{Cos\theta}d\theta=\dfrac{\pi}{2}\left(\sqrt{2}-1\right)$ බව පෙන්වන්න.

(07) $U_1=a_1x+b_1y+c_1=0$ හා $U_2=a_2x+b_2y+c_2=0$ යන රේඛා දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය වන G හරහා යන ඕනෑම රේඛාවක සමීකරණය $U_1+\lambda U_2=0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි λ පරාමිතියකි. ඉහත U_1 හා U_2 සරල රේඛා දෙක $ax+by+c=0$ රේඛාව පිළිවෙලින් A හා B ලක්ෂ්‍යය වලදී ඡේදනය කරයි. AB රේඛාව මත F ලක්ෂ්‍යය වනුයේ $\dfrac{AF}{FB}=k$ වන පරිදිය.

F හා G යා කරන සරල රේඛාවේ සමීකරණය $(ba_2-ab_2)U_1+k(ba_1-ab_1)U_2=0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි k පරාමිතියකි.

ABC Δ ක AB, BC, CA පාද වල සමීකරණය පිළිවෙලින් $y-x-1=0$, $2y+x-5=0$ හා $y-3x+1=0$ AC පාදය මත D වනුයේ $\dfrac{AD}{DC}=4$ වන පරිදි හා AB මත E වනුයේ $\dfrac{AE}{EB}=\dfrac{2}{3}$ වන පරිදිය. ඉහත ප්‍රථිඵලය භාවිතයෙන් BD හා CE රේඛාවල සමීකරණය සොයන්න. එමගින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් මෙම රේඛා දෙක P දී හමුවේ නම් AP රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න. මෙම AB රේඛාව BC පාදය Q දී හමුවේ නම් $\dfrac{BQ}{QC}$ අනුපාතය අපෝහනය කරන්න.

(08) (i) $S \equiv x^2+y^2+2xy+2fy+c=0$ වෘත්තම මත පිහිටි $P\equiv(x_1,y_1)$ ලක්ෂ්‍යයේ ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ලබාගන්න.

එමගින් $a > 1$ වූ $x^2+y^2-2ay+2a-1=0$ වෘත්තයට x අක්ෂය මත $A(\lambda,0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ස්පර්ශවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය $\lambda x-ay+2a-1=0$ බව පෙන්වන්න.

මෙම ස්පර්ශ ජ්‍යාය BC නම් BC, O මූලයේ සෘජුකෝණයක් ආපාතනය කරයි නම් $a\ge 2+\sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.

$a = 4$ විට A ලක්ෂ්‍යය O මූලයේ සිට ඒකක 2ක් දුරින් බව පෙන්වන්න.

(ii) $y=mx+c$ හා $y=m'x+c'$ ආනත වූ සරල රේඛා දෙක x අක්ෂයත් y අක්ෂයත් හමුවන ලක්ෂ්‍යයන් හතර ඒක වෘත්ත වේ. වෘත්තයේ සමීකරණය නොසොයා $mm'=1$ බව පෙන්වන්න.

එම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $\left[-\frac{(c'm+m'c)}{2},\frac{c+c'}{2}\right]$ බවද

අරය $\frac{\sqrt{c^2(m'^2+1)+c'^2(m^2+1)}}{2}$ බවද පෙන්වන්න.

(09) (i) $\tan x=\frac{1-Cosy}{Siny}$ නම් $y=2x$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් $\tan 7\frac{1}{2}^0=\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-2$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\left(Cos\frac{\theta}{4}-2Sin\theta\right)Sin\theta+\left(1+Sin\frac{\theta}{4}-2Cos\theta\right)Cos\theta=0$ සමීකරණයේ විසඳුම් සොයන්න.

(iii) ඕනෑම ABC Δක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC Δක Cos A. Cos B + Sin A. Sin B. Sin C = 1 නම් A = B බව පෙන්වා

a : b : c = 1: 1: $\sqrt{2}$ බවද පෙන්වන්න.

රාජකීය විද්‍යාලය   කොළඹ 07

Royal College   Colombo 07

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2010

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2010

13 වන ශ්‍රේණිය   අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2010 ජුනි

Grade 13 – Final Term Test   June 2010

කාලය: පැය 03

සංයුක්ත ගණිතය II

ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(1)(a) තිරසට 30^0 ආනතයකින් යුතු රළු ආනත තලයක උපරිම බෑවුම් රේඛාවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යය දෙකක A හා B වන අතර AB = a ද A ලක්ෂ්‍යය Bට පහළින්ද පිහිටයි. A හා B සිට එකිනෙක වෙත U වේගයෙන් P හා Q අංශු දෙකක් ප්‍රක්ෂේප කරයි. P අංශුවත් තලයත් හා Q අංශුවත් තලයත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණක පිළිවෙලින් $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ හා $\frac{2}{\sqrt{3}}$ වේ.

අංශු දෙක නිසලතාවයට පත්වීමට පෙර ගැටේ නම් අංශු දෙකේ චලිතය සඳහා එකම අක්ෂ මත ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාර ඇඳ එමගින් $U^2 \ge \frac{3ag}{5}$ බව පෙන්වන්න.

$U^2 = \frac{8ag}{3}$ නම් අංශු $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{2a}{3g}}$ කාලයකදී A සිට $\frac{37a}{75}$ දුරකදී ගැටෙන බව ද පෙන්වන්න.

(b) A සහ B නම් ළමයි දෙදෙනෙක් තිරස් පොළව මත එකිනෙකට මීටර් d දුරින් වූ ලක්ෂ්‍යය දෙකක සිටගෙන සිටී. A සිරස්ව U ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් P නම් ගලක් විසිකරයි. එම ගල් කැටය එහි ඉහලම ලක්ෂ්‍යයට එළඹෙන මොහොතේ B විසින් තවත් Q නම් ගල් කැටයක් V ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනුයේ P හි ගැටෙන පරිදිය.

P ඉහලම ලක්ෂ්‍යයේ වූ අවස්ථාවේ P ට සාපේක්ෂව Q හි ප්‍රවේගය ද P ඉහලම ලක්ෂ්‍යයට එළඹීමෙන් පසු P ට සාපේක්ෂව Q හි ත්වරණ ද සොයන්න.

එමගින් Q ගල් කැටයේ ප්‍රක්ෂේපන දිශාව සොයන්න.

තවද අවකාශයේ ලක්ෂ්‍යයකදී මේවා ගැටීමට අවශ්‍යතාව

$V \ge \frac{\sqrt{U^4 + 4g^2d^2}}{2U}$ බවද පෙන්වන්න.

(2)(a) තිරසට 60^0 කෝණයක් ආනත සුමට මුහුණතක් සහිත කුඤ්ඤයක් රළු තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුනත අංශුවක් තබා පද්ධතිය සීරුවෙන් මුදහරී. කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධය අංශුවේ ස්කන්ධය මෙන් n ගුණයක්ද, කුඤ්ඤය හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ නම්,

i) $n \geq 2$ නම් කුඤ්ඤය චලනය නොවන බවද

ii) $n < 2$ නම් කුඤ්ඤය චලිතය වන අතර එවිට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{(2-n)g}{\sqrt{3}(3n+2)}$ බව ද පෙන්වන්න.

(b) ස්කන්ධ m වන A නම් කුඩා ගෝලයක් එහි අරයට සමාන අරයක් ඇති ස්කන්ධය λ m වූ කුඩා B නම් ගෝලයක් සමග සරලව ගැටේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{2}{3}$ නම් ගැටුමෙන් පසු ගෝල වල ප්‍රවේගය සොයන්න. B ගෝලය පසුව එහි චලිත දිශාවට ලම්බ සිරස් සුමට තලයක් සමග සෘජුව ගැටී පොලපනි. තලය හා B ගෝලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{2}{3}$ නම් A හා B නැවත නොගැටේ නම් එවිට $\lambda \geq \frac{19}{6}$ බව පෙන්වන්න.

$\lambda = 3$ විට A හා B ගැටුණු පසු චාලක ශක්ති හානිය A හා B හි මුල් චාලක ශක්තියෙන් කුමන භාගයක්ද?

(3) ස්කන්ධය 3m වූ කේන්ද්‍රය O වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක් එහි තල මුහුණත සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇත්තේ නිදහසේ චලනය විය හැකි පරිදිය. අර්ධ ගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ ඉහලම A ලක්ෂයේ සිට AOB = $\frac{\pi}{3}$ කෝණයෙන් වන පරිදි B ලක්ෂයේ ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා සීරුවෙන් මුදා හරී. AOP = $\theta\left(>\frac{\pi}{3}\right)$ වන විට ශක්ති හා ගම්‍යතා සංස්ථිති මූල ධර්මය මගින් අර්ධ ගෝලයට සාපේක්ෂව අංශුවේ කෝණික ප්‍රවේගය $\dot{\theta}$, $\dot{\theta}^2 = \frac{4g(1-2Cos\theta)}{a(3+Sin^2\theta)}$ යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වා අංශුව අර්ධ ගෝලයේ පෘෂ්ඨය අත් හරින විට $\theta = \alpha$ නම් $Cos^3\alpha = 4(3Cos\alpha - 1)$ බව පෙන්වන්න.

(4) ස්වභාවික දිග ℓ වන ප්‍රත්‍යස්ථ මාපාංකය mg වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවරට ස්කන්ධ m හා $3m$ වූ A හා B අංශු දෙකක් සම්බන්ධ කර $AB = \ell$ වන ලෙස අංශු දෙක සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. A ස්කන්ධයට $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට V නම් ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. t කාලයකට පසු $AB = \ell + x$ සහ B ගමන් කල දුර y නම්

$\ddot{x} + n^2x = 0$ බව පෙන්වන්න මෙහි $n^2 = \dfrac{4g}{3\ell}$ වේ.

එහි විසඳුම $x = A\,Cos\,nt + B\,Sin\,nt$ ලෙස ගෙන A හා B නියත සොයන්න.

එමගින් $nx = V\,Sin\,nt$ බව පෙන්වන්න.

තවද $\ddot{y} = \dfrac{V}{6}\sqrt{\dfrac{3g}{\ell}}\,Sin\,nt$ බව පෙන්වන්න.

එහි විසඳුම $4ny = V(nt - Sin\,nt)$ ලෙස උපකල්පනය කර AB දිග නැවත ℓ වන විට $y = \dfrac{\pi V}{8}\sqrt{\dfrac{3\ell}{g}}$ බව පෙන්වන්න.

(5)(a) ABCD ඍජුකෝණාශ්‍රයේ AB = a , AD = 2a ද M යනු AD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ. P, 2P, 4P, 6P, $3\sqrt{2}$ P හා $\sqrt{5}$ P යන බල පිළිවෙලින් CB, DA, BA, CD, MB, DB දිගේ අකුරුවල පටිපාටියට ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතිය A හරහා යන තනි බලයකට හා බල යුග්මයකට තුල්‍ය නම් තනි බලයේ විශාලත්වය හා දිශාවත් යුග්මයේ ඝූර්ණයේ විශාලත්වය 6Pa බව පෙන්වා එහි දිශාව සොයන්න.

බල පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය විට එය AD කපන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර සොයන්න.

B හා D හරහා සමාන්තර බල දෙකකට බල පද්ධතිය තුල්‍ය නම් එම බල දෙක සොයන්න.

(b) තුනී ද්‍රව්‍යයකින් සාදන ලද විශ්කම්භය $2a$ වූ උස $2a\,tan\,\alpha$ වුත් බර W වන දෙකෙලවර විවෘත කුහර සිලින්ඩරයක කෙලවරක් සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. දිග $2\ell\,(>2a\,Sec\,\alpha)$ වූ බර w වන ඒකාකාර AB දණ්ඩක A කෙළවර සිලින්ඩරයේ අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය පහලම වෘත්තාකාර දරය හා සුමට තිරස් තලය ස්පර්ශ කරමින් ද C හිදී සිලින්ඩරයේ ඉහල විවෘත දරය ස්පර්ශ කරමින් ද සිලින්ඩරයේ අක්ෂය හරහා යන සිරස් තලයක දණ්ඩ හා සිලින්ඩරය සමතුලිතව තිබේ නම්

i) C හිදී දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාව $\dfrac{w\ell Cos^2\alpha}{2a}$ බවද

ii) A හිදී දණ්ඩ මත ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් සංරචකය සොයා $2a > \ell Cos^3\alpha$ බව පෙන්වන්න.

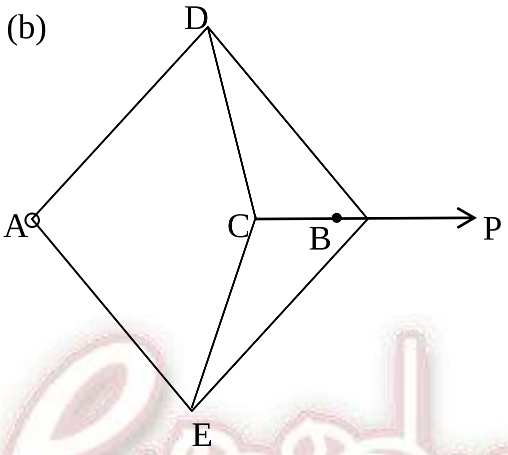
iii) A හිදී සිලින්ඩරය මත ප්‍රතික්‍රියාවේ සිරස් සංරචකය සොයා $Wa > w\ell\,Sin^2\alpha\,Cos\,\alpha$ විය යුතු බව පෙන්වන්න.

(6)(a) $2a$ දිගින් හා බර W බැගින් වූ ඒකාකාර AB, BC, CD සහ DE දඬු 4ක් B, C, D හිදි සුමටව අසව්කර A හා E දෙකෙලවර රළු තිරස් තලයක තබා සිරස් තලයේ පද්ධතිය සමතුලිතව තබා ඇත්තේ සමමිතික ආරුක්කුවක (Arch) ආකාරයකටය. A හා E දෙකෙලවරත් තලයත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{4}$ වේ. එවිට A හා E අතර තිබිය හැකි උපරිම දුර $\frac{2a}{5}\left(\sqrt{10}+5\sqrt{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ඊට අනුරූප ආරුක්කුවේ උස ද සොයන්න.

මේ අවස්ථාවේ B සන්ධියේත් C සන්ධියේත් ප්‍රතික්‍රියා වල තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

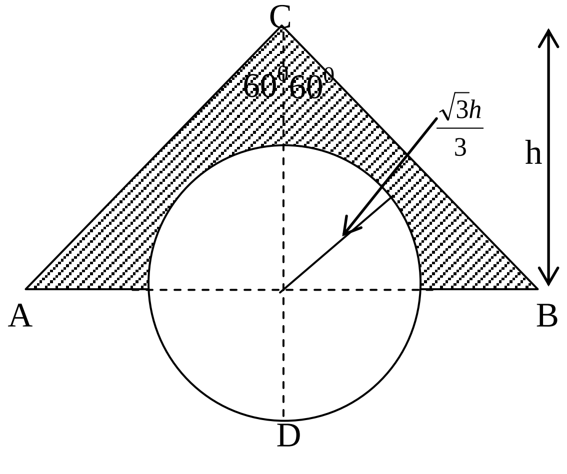
(b)



රූප සටහනේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සැහැල්ලු දඬු 7ක් සන්ධි කිරීමෙන් නිමවා ඇති අතර රාමුව A ලක්ෂ්‍යයේ සන්ධිකර සමචතුරශ්‍රයක ස්වරූපයෙන් ADBE කොටස පවත්වා ගනී. A, C, B තිරස්ව හා ඒක රේඛියව වන අතර AC = 3CB වේ. ඉහත සැකිල්ලට B දී P නම් තිරස් බලයක් යෙදූ විට "බෝ" අංකනය යොදා ගනිමින් ප්‍රත්‍යා බල සටහනක් ඇඳ P ඇසුරෙන් BC හා AE දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති හා තෙරපුම් ලෙස වෙන්කර දක්වන්න.

(7) බර W වන උස h වන අර්ධ සිරස් කෝණය 60^0 ක් වන ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්ත කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට ආධාරකයේ O කේන්ද්‍රයේ සිට දුර අනුකලනය භාවිතයෙන් ලබාගන්න.

ඉහත ඝන කේතුවෙන් එහි තල ආධාරකයේ කේන්ද්‍රය සමග සම්පාත වන කේන්ද්‍රය සහිත අරය $\frac{\sqrt{3}h}{3}$ වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක් ඉවත් කරනු ලැබේ. ඉතිරිවන කොටසේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයට O සිට දුර $\frac{6h}{27-2\sqrt{3}}$ බව පෙන්වන්න.



මෙම ඝන අර්ධ ගෝලය රූපයේ අයුරු කේතුවේ ආධාරකයට සවිකරනු ලැබේ.

මෙම ඝන වස්තුව A ලක්ෂ්‍යයෙන් නිදහසේ එල්ලනු ලැබුවේ නම් කේතුවේ තල ආධාරක මුහුනත සිරසට ආනත කෝණය සොයන්න.

ඝන වස්තුව A වලින් නිදහසේ එල්ලා ඇතිවිට AB සිරස්ව තබා ගැනීම සඳහා D ලක්ෂ්‍යයෙන් එල්විය යුතු බර W_0 නම් $3\sqrt{3}W_0 = 2W$ බව පෙන්වන්න.

(8)(a) A හා B යනු සිද්ධි දෙකක් වන අතර B දී ඇති විට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවිතාව වන $P(A/B)$ අර්ථ දක්වන්න.

i) $P(A'/B) = 1 - P(A/B)$ ii) $P(A/B') = \dfrac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(A)}$

iii) $P\left(\frac{A}{B}\right)P(B) + P\left(\frac{A}{B'}\right)P(B') = P(A)$ බව පෙන්වන්න. A' සහ B' යනු A හා B හි අනුපූරක සිද්ධි වේ.

(b) A සහ B යනු අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි වේ නම්

$P(A/A \cup B) = \dfrac{P(A)}{P(A) + P(B)}$ තවද පෙන්වන්න.

(c) A සහ B යනු ස්වායත්ත සිද්ධි වන අතර $P(A) = 0.5$ සහ $P(B) = 0.2$ වේ නම්,

i) $P(A/A \cup B)$ ii) $P((A \cap B)/A' \cup B')$ සොයන්න.

(d) A, B හා C යන ක්‍රීඩකයන් තිදෙනා එම අනුපිළිවෙලින් දාදු කැටයක බැගින් උඩ දමා ක්‍රීඩාවක යෙදේ. මුලින්ම 6 ලැබෙන ක්‍රීඩකයාට දිනුම අයත් වේ. A ගේ දාදු කැටය නොනැඹුරු කැටයක් වන අතර B හා C දමන දාදු කැට නැඹුරු ඒවා වන අතර ඒවායේ 6 ලැබීමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් a සහ b වේ. A තරඟය ආරම්භ කලේ නම් A දිනීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

තිදෙනාටම තරඟය ජයග්‍රහණය කිරීමට සම සම්භාවිතාවක් පවතී නම් a හා b ගේ අගයන් කුමක් විය යුතුද?

(9)(a) නිරීක්ෂණ n සංඛ්‍යාවක් සහිත $\{x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots\ldots, x_n\}$ වූ දත්ත කුලකයක මධ්‍යන්‍ය $\bar{x}$ සහ සම්මත අපගමනය σ අර්ථ දක්වන්න.

$x_1, x_2, \ldots\ldots\ldots, x_{100}$ නිරීක්ෂණ 100 ක සම්මත අපගමනය 8 වේ නම්

$\{2x_1 + 3, 2x_2 + 3, \ldots\ldots\ldots, 2x_n + 3\}$ වන දත්ත කුලකයේ සම්මත අපමගමනය සොයන්න.

(b) කොළඹ නගරයට ඇතුළුවන බස්රථ 100 ක වේගය පැයට කිලෝමීටර වලින් මනින ලදුව ලැබුණු ප්‍රතිඵල පහත වගුවෙන් දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරයේ මධ්‍ය අගය x_i	25	30	35	40	45	50	55	60
සංඛ්‍යාතය f_i	5	11	15	16	17	13	12	11

i) හතරවන පන්ති ප්‍රාන්තරයේ පන්ති මායිම් සහ පංති සීමා ලියා දක්වන්න.

ii) ව්‍යාප්තියේ මාත පංතිය සොයා ව්‍යාප්තියේ මාතය සොයන්න.

iii) ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍ය සහ සම්මත අපගමනය ගණනය කරන්න.

iv) ව්‍යාප්තියේ කුටිකතා සංගුණකය සොයා දක්වන්න. ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක් වේද?