

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උසක් පෙළ) විභාගය, 2022(2023)
කල්වීප පොතුත් තරාතුරුප පත්තිර (ශයර් තරුප පරිශෑෂා, 2022(2023))
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

உயர் கணிதம்

11 S II

பூர் நிறை
மூன்று மணித்தியாலம்
Three hours

| | |
|------------------------------|-----------------|
| அமுனர் கிடைவில் காலக் | - மதிந்து 10 நி |
| மேலதிகா வாசிப்பு நேரம் | - 10 நிமிடங்கள் |
| Additional Reading Time | - 10 minutes |

අමතර කියවීම් කාලය පූජ්‍ය පත්‍ර කියවා පූජ්‍ය තේරු ගැනීමටත් පිළිඳුරු ලිවුමෙදී ප්‍රමාධත්වය දෙන පූජ්‍ය සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොඟාගන්න.

| | | | | | | | | |
|------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| විභාග අංකය | | | | | | | | |
|------------|--|--|--|--|--|--|--|--|

ଶ୍ରୀମଦ୍ଭଗବତ

- * මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 1 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
 - * **A කොටස**
 සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩකි ලියන්න.
 වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩායි හාවිත කළ හැකි ය.
 - * **B කොටස**
 ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩායිවල ලියන්න.
 - * නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසේ පිළිතුරු පත්‍රය B කොටසේ පිළිතුරු පත්‍රයට උස්න් සිරින පරිදි
 කොටස දෙක අමුණා විභාග ගාලාධිපතිව හාර දෙන්න.
 - * ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ගාලාවෙන් පිටතට ගෙනයාමට ඔබට අවසර ඇත.
 - * සංඛ්‍යාන වගු සපයනු ලැබේ.
 - * ඝ මගින් ගුරුන්ට ත්වරණය දැක්වෙයි.

පරික්ෂකවරුන්ගේ පෙශේරනය සඳහා පමණි.

(11) උසස් ගණිතය II

| (11) ප්‍රාග්ධන අංකය | | ලකුණු |
|---------------------|-------|-------|
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| | එකතුව | |

ජ්‍යෙෂ්ඨව

| | |
|----------------|--|
| ଦୁଲକ୍ଷଣମେନ୍ଦ୍ର | |
| ଅକ୍ଷୟରେନ୍ଦ୍ର | |

උංකේත දීංත

| | |
|-------------------|---|
| උත්තර පතු පරික්ෂක | |
| පරික්ෂා කළේ: | 1 |
| | 2 |
| අධික්ෂණය කළේ: | |

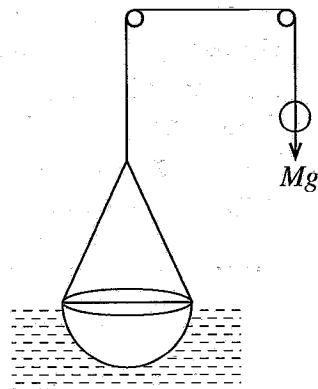
A කොටස

1. $\mathbf{F}_1 = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ හා $\mathbf{F}_2 = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ බල දෙක, පිළිවෙළින් $A \equiv (1, 2, 3)$ හා B ලක්ෂාවලදී ක්‍රියාකරයි. \mathbf{F}_1 හි මූල ලක්ෂාව වටා සුරුණය, \mathbf{F}_2 හි A වටා සුරුණයට සමාන බව දී ඇත. B ලක්ෂායෙහි බේඛාක ගෝයන්න.

2. O මූල ලක්ෂාය දී $A \equiv (1, 2, 3)$ දී $B \equiv (2, 2, 1)$ යැයි දී ගනිමු. C යනු $|\overrightarrow{OC}| = 1$ හා \overrightarrow{OC} හි දිගාව $\overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}$ හි දිගාවම වන පරිදි වූ ලක්ෂාය යැයි දී ගනිමු. \overrightarrow{OC} සොයන්න.

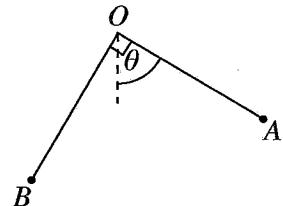
M යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂාය යැයි ගනිමු. \overrightarrow{CM} හා \overrightarrow{CO} අතර කෝණය සෙයන්න.

3. සහ වස්තුවක් සාදා ඇත්තේ සනත්වය ρ ද අරය a ද වූ ඒකාකාර සහ අර්ධගෝලයක ද සනත්වය ρ ද අරය a හා උස $2a$ ද වූ ඒකාකාර සහ සාපු වශතාකාර කේතුවක ද පැනැලී පෘෂ්ඨය දෙස් ලෙස සවී තිරිමෙනි. එක් කෙළවරක් කේතුවෙහි සිර්ප්‍රයට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය M වූ අංගුවකට ද සවී කළ අවල සූම්ට කප්පී දෙකක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතනා තන්තුවක් මගින් අර්ධගෝලය පමණක් සනත්වය σ වූ සමඟාතිය ද්‍රවයක මුළුමනින්ම ගිලි වස්තුව සමතුලුතකාවයේ පවතී. ρ , σ හා a අදුරෙන් M සොයන්න.



4. P අංගුවක කාලය t නිසි ත්වරණය $\mathbf{a}(t) = \sin t \mathbf{i} - t^2 \mathbf{j} - te^t \mathbf{k}$ මගින් දෙනු ලැබේ. $t = 0$ නිසි පිහිටුම දෙළඹිකය හා ප්‍රවේශය පිළිවෙළින් $2\mathbf{k}$ හා $2\mathbf{i} - \mathbf{k}$ වේ. කාලය t නිසි P හි පිහිටුම දෙළඹිකය සොයන්න.

5. ස්කේනරය m වූ P අංගුවක් සූමට තිරස් මේසයක් ලත u වේගයකින් වලනය වෙමින් අවල සූමට සිරස් බිත්තියක් සමග ගැටෙයි. P අංගුව හා බිත්තිය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ලේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර P හි විශිෂ්ට දියාව මේසය හා බිත්තියකින් ජේදන රේඛාව සමග θ කෝෂයක් සාදයි. ගැටුමෙහි ප්‍රතිශ්‍යාලයක් ලෙස P හි විශිෂ්ට දියාව සාපුකෝෂණයකින් හැරයි. θ ඇසුරෙන් e සොයන්න.
ගැටුම නිසා සිදුවන වාලක ගක්තියකින් හාතිය $\frac{1}{2}mu^2(1-e)$ බව පෙන්වන්න.



7. ශිෂ්‍යයෙකු විෂය බාහිර ක්‍රියාකාරකමක් ලෙස ක්‍රිකට් ක්‍රිඩාව තේරුගැනීමේ සම්භාවනාව 0.7 ක් ද පැසිපන්දු තේරුගැනීමේ සම්භාවනාව 0.5 ක් ද වේ. ශිෂ්‍යයෙකු ක්‍රිකට් හා පැසිපන්දු යන දෙකම තේරුගැනීමේ සම්භාවනාව 0.3 ක් වේ.

(i) සසම්බාධී ලේස තෝරාගත් දිජ්‍යායෙකු ඉහත සඳහන් විෂය බාහිර ක්‍රියාකාරකම්වලින් හරියටම එකක් පමණක් තෝරාගැනීමේ සම්බාධිතාව

(ii) සිංහලයක් 50 දෙනොකු සිටින පන්තියක ඉහත සඳහන් විෂය බාහිර ක්‍රියාකාරකම්වලින් හරියටම එකක් පමණක් තෝරා ගැනීමට අපේක්ෂිත සිංහල සංඛ්‍යාව

සෙයන්න.

8. එක්තරු සේවානයකට වරක සංචාරකයි දැකිය හැකි පූර්වීයෙහි පක්ෂ විශේෂයක පක්ෂීන් ගණන වූ, X සම්බාධිතයා ස්කන්ද ලිඛිතය $P(X=x) = \frac{e^{-2} 2^x}{x!}$, $x = 0, 1, 2, \dots$ සඳහා වූ ප්‍රවාසොන් විෂාප්තියක් අනුගමනය කරයි. එම සේවානයට එකත්වරක් සංචාරය කළ විට මෙම පක්ෂ විශේෂයෙන් දක්නට ලැබෙන පක්ෂීන් ගණන

(i) අඩු තරමින් එකක්

(ii) අඩු තරමින් එකක් යැයි දී ඇති විට, වැඩි තරමින් දෙකක්

විමේ සම්භාවනාව සොයන්න.

9. X යන සන්තතික සසම්භාවී විවෘතයක සනාත්ව ලිතය $f(x)$ යන්න

$$f(x) = \begin{cases} kx + \frac{1}{2}, & 0 \leq x \leq 1 \text{ നാണി}, \\ 0, & \text{അതേക്ക് വില} \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබයි; මෙහි k යනු නියතයකි. k හි අගය සොයන්න.

$E(X) \in E(X^2)$ යේයත්ත.

- 10.** X යන විවිධ්‍ය සසම්භාවී විවලුයයක සම්භාවිතා ස්කන්ද ශ්‍රීතය පහත දැක්වේ.

| | | | | | |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $P(X=x)$ | 0.3 | 0.3 | 0.2 | p | q |

$E(X) = 1.4$ බව දී ඇත. p හා q හි අගයන් සොයන්න. $\text{Var}(X)$ ද සොයන්න.

Y යනු $Y = 2X + 1$ මගින් දෙනු ලබන සසම්භාවී විවල්‍යය වේ. $E(Y)$ හා $\text{Var}(Y)$ සොයන්න.

ଅଧ୍ୟୟନ ପୋଷ୍ଟ କ୍ଲାସିକ ପାଠୀ (ଉଚ୍ଚ ପେଲୁ) ସିଖାଯାଇ, 2022(2023)
କଲ୍‌ବିଳିପ୍ ପୋତୁତ୍ ତୁରାତୁରାପ ପତ୍ତିର (ଉୟର ତୁର)ପ ପର୍ଟ୍‌ଟେଚେ, 2022(2023)
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2022(2023)

உயர் கணிதம்

Higher Mathematics

11 S II

B තොටස

* ප්‍රග්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

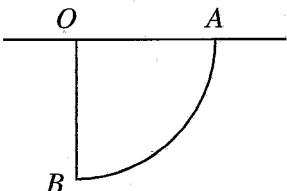
11. $A \equiv (1, 0, 0)$, $B \equiv (0, 1, 0)$ හා $C \equiv (0, 0, 1)$ යැයි ගනිමු. විශාලත්ව 2 N , 2 N හා 6 N වූ \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 හා \mathbf{F}_3 බල පිළිවෙළින් AB , BC හා CA දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිගාවලට ක්‍රියාකරයි. මෙම බල පද්ධතිය තනි සම්පූර්ණ බලයකට තුළා බව පෙන්වා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ කාටයීය සම්කරණය සොයන්න.

$D \equiv (1, 0, 1)$ යැයි ගනිමු. දැන් \mathbf{F}_3 බලය, පිළිවෙළින් විශාලත්වය $\alpha\text{ N}$ හා $\beta\text{ N}$ වූ CD හා DA දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිගාවලට ක්‍රියාකරන \mathbf{F}_4 හා \mathbf{F}_5 බල දෙකක් මගින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලබයි.

 - $\alpha = -\beta = -4$ නම්, \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 , \mathbf{F}_4 හා \mathbf{F}_5 බල පද්ධතිය යුග්මයකට උග්නනය වන බව ද
 - $\alpha \neq -\beta$ නම්, \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 , \mathbf{F}_4 හා \mathbf{F}_5 බල පද්ධතිය යුග්මයකට හා A හිදී ක්‍රියාකරන තනි බලයකට උග්නනය වන බවද පෙන්වන්න.

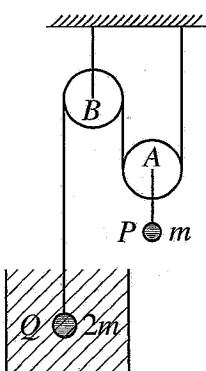
12. අරය a වූ වෘත්තයකින් හතුරෙන් එකක හැඩය ඇති ආස්ථරයක්, එහි පැශ්චය සිරස්ව ද එක් දාරයක් ද්‍රවයේ නිදහස් පැශ්චය මත ද ඇතිව සමඟාතිය ද්‍රවයක ගිල්වා තිබේ. ආස්ථරයේ පිඩින කේන්ද්‍රය ද්‍රවයේ නිදහස් පැශ්චයේ සිට $\frac{3\pi a}{16}$ ගැහුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

සනකාකාර වැශිකියක, එහි සිරස් පැතිවලින් එකක, OA තිරස් දාරය දිගේ නීදහස් අසව් කළ අරය a වූ වෘත්තයකින් හතුරෙන් එකක හැඩිය ඇති OAB පියනක් ඇත. සනත්වය ρ වූ සමඟාතිය ඉවයකින් OA හි මට්ටමට වැශිකිය පුරවා ඇත. පියන වැසි තිබේම සඳහා B හිදී OAB තලයට ලම්බව යෙදිය යුතු අවම බලයේ විශාලත්වය සෝයන්න.



13. රුපයෙහි ඇති A හා B යන සැහැල්ල සුම්මත ක්ෂේෂ දෙකෙන් A වලනය වන ක්ෂේෂයක් වන අතර B අවල වේ. A වලින් ස්කන්ධය m වූ P අංශවක් එල්ලයි. ස්කන්ධය $2m$ වන Q අංශවක් එහි වේය ය වන විට mkv ප්‍රතිරෝධයක් යොදන ප්‍රතිරෝධී මාධ්‍යයක වලනය වේ; මෙහි $k (> 0)$ නියතයකි. රුපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි B ක්ෂේෂය මතින්ද, A ක්ෂේෂය යටින්ද යන සැහැල්ල අවිතනය කන්තුවක එක් කෙළවරක් Q ට සම්බන්ධ කර ඇති අතර අනෙක් කෙළවර අවල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. $9 \frac{dv}{dt} = 6g - 4kv$ බව පෙන්වන්න.

පද්ධතිය නිශ්චලකාවයේ සිට මුදාහල මොහොතේ සිට Q ට $\frac{3g}{4k}$ වේගයකට පෙර වීමට ගතවන කාලය ද P එම කාලය තුළ ගමන් කළ දුර ද සෞයන්න.



14. සමාන අරයයන්ගෙන් යුත් ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $4m$ වූ A හා B සුමට ගෝල දෙකක් සුමට තිරස් තලයක් මත වලනය වෙමින් ඇල ලෙස ගැටෙයි. ඒවා ගැටෙන විට කේන්දු යා කරන රේඛාව i ව සමාන්තර වේ. ගැටුමට මොහොත්කට පෙර A හා B හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් $u(2i + j)$ හා $-2u(i + j)$ වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංග්‍රහකය $\frac{1}{2}$ වේ.

- (i) ගැටුමට මොහොත්කට පසු A හා B හි ප්‍රවේග ද,
- (ii) ගැටුම නිසා A මත ආවේගයෙහි විශාලත්වය ද,
- (iii) ගැටුම නිසා A හි වලින දියාව හැරුණ කෙශය ද,
- (iv) ගැටුම නිසා හානි තු වාලක සක්තිය ද
සොයන්න.

15. ස්කන්ධය M හා දිග $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර දැණ්ඩක, එහි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා දණ්ඩව ලමිල අක්ෂයක් වටා අවස්ථිති සුරුණය $\frac{1}{3}Ma^2$ බව සාධනය කරන්න.

AB, BC හා AC ඒකාකාර දැඩු තනක දිග පිළිවෙළින් $8a, 6a$ හා $10a$ වේ. දැඩු එක එකති ඒකක දිගක ස්කන්ධය m වේ. ABC තිශේෂාකාර රාමුවක් සැදෙන ලෙස දැඩු එකට පාස්සනු ලබයි. රාමුවට ලමිලව, A හරහා යන අවල සුමට අක්ෂයක් වටා රාමුවේ අවස්ථිති සුරුණය $960 \text{ } ma^3$ බව පෙන්වන්න.

රාමුවට ලමිලව A හරහා යන තිරස් අක්ෂය වටා තිදිහසේ ප්‍රමාණය වීමට හැකිවත පරිදි රාමුව A හිදී සුමටව අසව කරනු ලබයි. AB තිරස්ව හා B ට සිරස්ව ඉහළින් C ඇතිව රාමුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලබයි. AB සිරස් වන විටදී රාමුවේ කෙශෙක වේගය $\sqrt{\frac{7g}{20a}}$ බව පෙන්වන්න.

AB සිරස් වන විටදී වැඩිම වේගයක් ඇත්තේ රාමුවේ කුමන ලක්ෂ්‍යයේදී දැයි සඳහන් කර a හා g ඇසුරෙන් මෙම වේගය සොයන්න.

16. (a) X යන විවික්ත සසම්භාවී විව්‍යුයෙන්, බසයක් එකතු බස් නැවතුමකට ප්‍රාග්‍යාලී පවතින හිස් ආසන සංඛ්‍යාව දැක්වන්නේ යැයි සිතන්න. පසුගිය අත්දැකීම් අනුව, X යන්නෙහි සම්භාවිතා ස්කන්ධ ප්‍රතිත දැක්වනා පරිදි වේ.

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $P(X=x)$ | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.2 | 0.1 | 0.1 |

මගින් තිදෙනෙකු එම බස් නැවතුමෙන් බසයට ගොඩුවායේ නම්,

- (i) මටුන් සියලුදෙනාටම හිස් ආසන ලැබීමේ
- (ii) වැඩිහිටි වශයෙන් මටුන්ගෙන් එක් අයෙකුට පමණක් හිස් ආසනයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

$$E(X) \text{ හා } \text{Var}(X) \text{ සොයන්න.}$$

- (b) නැග්‍රිරු කාසියක් අහමු ලෙස උඩ දැමීමකදී සිරස මුහුණන වැටීමේ සම්භාවිතාව $\frac{2}{3}$ ක් වේ. අනුයාත උඩ දැමීම දෙකකදී සිරස මුහුණන වැටීන තෙක් මෙම කාසිය උඩ දැමීමෙන් ක්‍රිඩාවක් කරනු ලැබේ. වෙනස් උඩ දැමීම්වලදී ප්‍රතිඵල ස්වායත්ත යැයි ද, එක් එක් උඩ දැමීමේදී සිරස හෝ අගය වැටීන්නේ යැයි ද සිතන්න. k යනු ධන නිඩ්ලයක් යැයි ගනිමු.

- (i) දෙවන උඩ දැමීමෙන් පසුව ක්‍රිඩාව නැවතීමේ,
- (ii) k වන උඩ දැමීමේදී මුල්වරට සිරස මුහුණනක් ලැබීමේ,
- (iii) k වන උඩ දැමීමේදී මුල්වරට සිරස මුහුණනක් ලැබීම හා $(k+1)$ වන උඩ දැමීමෙන් පසුව ක්‍රිඩාව නැවතීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

17. (a) X සන්තතික සසම්භාවී විවුදායේ සම්භාවිතා සනන්ට ලිඛිය

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x > 0 \quad \text{මගින් දෙනු ලැබේ. මෙහි } \lambda (> 0) \text{ යනු පරාමිතියකි.}$$

$E(X)$ හා $\text{Var}(X)$ සොයන්න.

යන්ත්‍රයක ඇති එක්තරා ඉලෙක්ට්‍රොනික උපාංගයක ආයු කාලය (මාසවලින්) වන X , යන්තර

$$f(x) = \frac{1}{4} e^{-\frac{x}{4}}, \quad x > 0 \quad \text{යන සම්භාවිත සනන්ට ලිඛිය ඇත.}$$

මෙම ඉලෙක්ට්‍රොනික උපාංගය

- (i) මාස 6 ක් ඉක්මවීමට පෙර ක්‍රියාවිරහිත වීමේ,
- (ii) මාස 6 ක් ඉක්මවන තුරු ක්‍රියාත්මකව පවතින නමුත් වසරකට පෙර ක්‍රියාවිරහිත වීමේ,
- (iii) අපේක්ෂිත ආයු කාලය ඉක්මවා ක්‍රියාත්මකව පැවතීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) එක්තරා නගරයක අවම දෙදිනික උෂ්ණත්වය, මධ්‍යනාශය 34°C හා සම්මත අපගමනය 4°C වන ප්‍රමත් ව්‍යාප්තියක් අනුගමනය කරයි.

අහමු ලෙස තෝරාගත් දිනයකදී මෙම නගරයහි අවම උෂ්ණත්වය

- (i) 32°C ට වඩා අඩු වීමේ,
- (ii) 32°C ට වඩා අඩු බව දී ඇත්තම්, 30°C ට වඩා අඩු වීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

* * *