අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) උපකාරක සම්මන්ත්‍රණ මාලාව -2013

පුනරීක්ෂණ ප්‍රශ්න පත්‍ර (10) සංයුක්ත ගණිතය -1

සකස්කිරීම - අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය මෙහෙයවීමෙන්

මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විතය

A කොටස (ප්‍රශ්න 10 කින් සමන්විතය. සියලුම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සැපයිය යුතු ය)

B කොටස (ප්‍රශ්න 7 කින් සමන්විතය. ප්‍රශ්න 5 කට පිළිතුරු සැපයිය යුතු ය) කාලය පැය තුනයි.

Aකොටස

1) $y = |x+1|$සහ$y = |2x+1|$යන ප්‍රස්තාර එකම රූපයේ දළ සටහන් කරන්න. ප්‍රස්තාරය ඇසුරෙන් $|x+1| < |2x+1|$ අසමානතාවය සපුරාලනු ලබන x හි අගය පරාසය සොයන්න.

2) ECCENTRICTTY යන අකුරු සියල්ල එකවර ගත් විට
   i) අකුරු පටිපාටියේ කිසිම සීමා කිරීමක් නොමැති විට
   ii) N අක්ෂරය ළඟම ඊට පසුව T අක්ෂරයක් පවතින පරිදි
   සෑදිය හැකි සංකරන ගණන සොයන්න.

3) $(1+x)^{2012}(1-x+x^2)$ ප්‍රසාරණයේ x^{2013} හි සංගුණකය සොයන්න.

4) i) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x-x^2}-1}{x}$ ii) $\lim_{x\to\infty} \frac{1+x-3x^2}{x^2-4x+8}$ අගයන්න

5) $3^{\left(1/_{x+1}\right)}\ y = 4$ යන්න x විෂයෙහි අවකලනය කරන්න

6) $\int_{-2}^{2}|x+1|\,dx$ අගය සොයන්න

7) $3x+4y+5=0$ හා $12x-5y-3=0$ යන සරල රේඛා දෙක අතර මූල ලක්ෂ්‍යය ඇතුළත් කෝණ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න.

8) $A(4\,,0)$හා $B\,(3,-3)$ ලක්ෂ්‍ය දෙක $3 : 1$ අනුපාතයට බාහිරව බෙදෙන P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. P හරහා AB ට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

9) $4x - 3y - 6 = 0$ සරල රේඛාව ද, ඛණ්ඩාංක අක්ෂ දෙක ද ස්පර්ශ වන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

10) $\sin(x+y)$ හා $\cos(x+y)$ ප්‍රසාරණ යොදා ගනිමින් $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$ බව අපෝහනය කරන්න.
A+B+C=π නම්
$\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2} + \tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} + \tan\frac{A}{2}\tan\frac{C}{2} = 1$ බව පෙන්වන්න.

B කොටස

11) (a)

$y = x^2 - (k-2)x + k + 1$ හි ප්‍රස්තාරය $(\alpha, 0)$ හා $(\beta, 0)$ ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකකදී x-අක්ෂය ඡේදනය වෙයි. මෙහි $k \in \mathbb{R}$

(i) k සඳහා ගත හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

(ii) තව ද $|\alpha + \beta| < 5$ නම් k සඳහා ගත හැකි අගය පරාසය සොයන්න.

(b)

$$\frac{x^3+4x^2-10x+6}{(x-3)(x^2+4)}$$ භින්න භාගවලින් දක්වන්න

12) (a)

$u_1, u_2, u_3, \dots, u_n, \dots$ ධන සංඛ්‍යා අනුක්‍රමයකි. ඒවා සමාන්තර ශ්‍රේණියක පිහිටයි.

$n \geq 2$ සඳහා ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය යොදා ගනිමින්

$$\frac{1}{u_1u_2} + \frac{1}{u_2u_3} + \frac{1}{u_3u_4} + \dots + \frac{1}{u_{n-1}u_n} = \frac{n-1}{u_1u_n}$$ බව සාධනය කරන්න.

(b)

$v_r = r(r+1)$ හා $f(r) = Ar^2 + Br + C$ ද $r \in \mathbb{Z}^+$ ද ලෙස දී ඇත.

$v_r = f(r) - 3f(r-1)$ වන පරිදි A,B,C නියත සොයන්න. එනයින්

$$\sum_{r=1}^{n} \frac{v_r}{3^r}$$ අගයන්න.

මෙම ශ්‍රේණිය අභිසාරී වේ ද ? පිළිතුර සනාථ කරන්න.

13) (a)

$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -4 & k \end{pmatrix}$ ලෙස න්‍යාස තුනක් දී ඇත.

$A(2B - C) = 6I$ වන පරිදි k හි අගය සොයන්න. මෙහි I යනු ඒකක න්‍යාසයයි.

එනයින් A^{-1} අපෝහනය කරන්න.

(b) (i) $\left(\frac{3-i}{3+i}\right)Z = \frac{5+5i}{-1+2i}$ නම් Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව a+ib ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.

(ii) ආගන්ඩ් සටහනේ වාමාවර්ත අතට ශීර්ෂ ගත් රොම්බසයක් ABCD වේ. එම ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරයි. ABC $\measuredangle = \frac{\pi}{3}$ වේ.

$Z_2 = \frac{1}{2}Z_1\left(1 + \sqrt{3}i\right) + \frac{1}{2}Z_3\left(1 - \sqrt{3}i\right)$ සහ

$Z_4 = \frac{1}{2}Z_1\left(1 - \sqrt{3}i\right) + \frac{1}{2}Z_3\left(1 + \sqrt{3}i\right)$ බව පෙන්වන්න.

(iii) R යනු ආගන්ඩ් සටහනේ $|Z - 4i| \leq 2$ තෘප්ත කරන ප්‍රදේශයයි. මෙම පෙදෙස තුළ $\arg Z$ හි වැඩිතම අගයත් අඩුතම අගයත් අතර වෙනස සොයන්න

$|Z|$ හි අඩුතම අගය සහ වැඩිතම අගය නිර්ණය කරන්න.

14) (a) (i)

$a(x-y)=\sqrt{1-x^2}+\sqrt{1-y^2}$,(මෙහි $a \in \mathbb{R}$ නිශ්ශුන්‍ය නියතයකි)

$\theta+\alpha \neq \pi$ වන පරිදි $x=\sin\theta$, $y=\sin\alpha$ ආදේශය භාවිතයෙන් $\tan\frac{\theta-\alpha}{2}=\frac{1}{a}$

බව පෙන්වන්න.

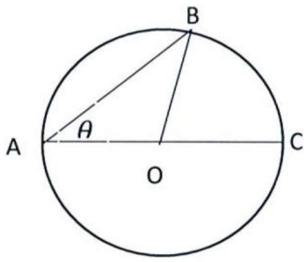
එනයින් $\frac{dy}{dx}=\frac{\sqrt{1-y^2}}{\sqrt{1-x^2}}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $y=\frac{x\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}$ නම්

$(1-x^2)\frac{d^3y}{dx^3}-5x\frac{d^2y}{dx^2}-3\frac{dy}{dx}=0$ බවපෙන්වන්න.

$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, $x=0$ සොයන්න.

(b)



අරය $2km$ වූ O කේන්ද්‍රය වූ වෘත්තාකාර වැවක් රූපයේ දැක්වේ. A අචල ලක්ෂයකි. AB විචල්‍ය ජ්‍යායකි. මිනිසෙකුට AB දිගේ පිහිනිය හැකි නියත ප්‍රවේගය $2\sqrt{3}kmh^{-1}$ වේ. වැව් කණ්ඩිය දිගේ B සිට C දක්වා $4kmh^{-1}$ නියත වේගයකින් ගමන්කළ හැකි ය. $BAO\measuredangle=\theta$ වේ. මිනිසා A සිට B දක්වා නියත ප්‍රවේගයෙන් පිහිනා B සිට C දක්වා නියත වේගයෙන් ඇවිදීමෙන් A සිට C දක්වා ගමන්කිරීමට ගතවන කාලය පැය T(θ) වේ. T(θ)සොයන්න. පළමු ව්‍යුත්පන්නයේ ලකුණ පරීක්ෂා කිරීමෙන් A සිට C දක්වා යාමට ගතවන කාලය උපරිම වන θ සොයන්න.

15) (i)

සුදුසු ආදේශයකින් $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{3+\cos^2 x}dx$ අගය සොයන්න

(ii) $n \geq 1$ සඳහා $I_n=\int\frac{1}{(a+x^2)^n}dx$ ලෙස දී ඇත.

$I_{n+1}=\frac{x}{2an(a+x^2)^n}+\left(\frac{2n-1}{2an}\right)I_n$ බව පෙන්වා එනයින්

$\int\frac{1}{(4+x^2)^3}\,dx$ සොයන්න.

16) OABC රොම්බසයේ OA පාදයේ සමීකරණය 4x-3y =0 වේ.OB විකර්ණයේ සමීකරණය x – y = 0 වේ. මෙහි O මූලය වේ. OC හි සමීකරණය සොයන්න.B = (5 , 5) නම් AB, AC හා BC හි සමීකරණ සොයන්න.

OABC රොම්බසයේ OC හා OA පාද ස්පර්ශ කරමින් අරය ඒකක එකක් වන වෘත්තයක් ඇද ඇත. එම වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම වෘත්තයට O ලක්ෂ්‍යයේ සිට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය ලබාගන්න.

17)

I. ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන් කෝසයින නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA, හා AB පාදවල දිග පිළිවෙලින් $x + y$, x, හා $x - y$වේ.
$\cos A = \frac{x-4y}{2(x-y)}$ බව පෙන්වන්න

ii) $(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2 = 4\, cos^2\, \frac{\alpha-\beta}{2}$ බව පෙන්වන්න.
$(\cos x + \cos 3x)^2 + (\sin x + \sin 3x)^2 = 1$ සමීකරණයේ සාධාරණ විසඳුම සොයන්න.

iii) $2\tan^{-1}(\sin x) - \tan^{-1}(2\sec x) = 0$ විසඳන්න.

e තක්සලාව