සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது / All Rights Reserved]

නව නිර්දේශය/புதிய பாடத்திட்டம்/New Syllabus

NEW

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

ගණිතය I
கணிதம் I
Mathematics I

07 S I

B කොටස

✻ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (*a*) වීජ ගණිතය හා ජ්‍යාමිතිය අතරෙන් ගණිතයේ කුමන අංශවලට කැමතිදැයි සෙවීමට, පන්තියක සිසුන් 100 ක් යොදාගෙන, සමීක්ෂණයක් කරන ලදී. ජ්‍යාමිතියට කැමති සිසුන් ගණන, වීජ ගණිතයට කැමති සිසුන් ගණන මෙන් දෙගුණයකට වඩා 10 කින් වැඩි බව සොයා ගන්නා ලදී. තව ද, සිසුන් 80 ක් එක් අංශයකට පමණක් කැමති බව ද සිසුන් 10 ක් අංශ දෙකටම අකමැති බව ද සොයා ගන්නා ලදී.

(i) වීජ ගණිතයට

(ii) ජ්‍යාමිතියට

(iii) ජ්‍යාමිතිය හා වීජ ගණිතය යන දෙකටම

කැමති සිසුන් ගණන සොයන්න.

(*b*) සත්‍යතා වගු භාවිතයෙන්, පහත දැක්වෙන එක් එක් සංයුක්ත ප්‍රස්තුත පුනරුක්තියක් දැයි හෝ විසංවාදයක් දැයි නිර්ණය කරන්න.

(i) $(p \wedge q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$

(ii) $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge (\sim r)) \vee (\sim (p \wedge q))$

12. (*a*) **ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය** භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$\sum_{r=1}^{n} r(3r+2) = \frac{n}{2}(n+1)(2n+3)$$ බව සාධනය කරන්න.

(*b*) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{r^2+r-1}{(r+1)^2(r+2)^2}$ යැයි ගනිමු.

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \dfrac{r}{(r+1)^2} - \dfrac{(r+1)}{(r+2)^2}$ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

$n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\displaystyle\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{1}{4} - \frac{(n+1)}{(n+2)^2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\displaystyle\sum_{r=1}^{\infty} U_r$ අභිසාරී වන බව පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$\displaystyle\sum_{r=20}^{\infty} U_r = \frac{20}{441}$ බව අපෝහනය කරන්න.

[අටවැනි පිටුව බලන්න.

13. (*a*) $k\,(\neq 0)$ යනු තාත්ත්වික නියතයක් යැයි ගනිමු. $2kx^2 + 12x + 2k - 5 = 0$ යන වර්ගජ සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල ඇති බව දී ඇත. $2k^2 - 5k - 18 \leq 0$ බව පෙන්වන්න.

k ට තිබිය හැකි අගයන්හි උපරිමය හා අවමය සොයන්න.

α හා β යනු $2kx^2 + 12x + 2k - 5 = 0$ යන සමීකරණයේ මූල යැයි ගනිමු.

$2(\alpha + \beta)$ හා $3\alpha\beta$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය සොයන්න.

(*b*) $f(x) = x^3 + px^2 + q$ හා $g(x) = x^3 + qx^2 - p$ යැයි ගනිමු; මෙහි p හා q තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. $(x+2)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් ද $g(x)$ යන්න $(x+1)$ න් බෙදූ විට ශේෂය -8 ක් ද බව දී ඇත. p හා q හි අගයන් සොයන්න.

p හා q හි මෙම අගයන් සඳහා, $f(x) - g(x)$ හි අඩුතම අගය සොයන්න.

14. (*a*) $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. x හි දෙකට වඩා වැඩි බල සහිත පද නොසලකා හරිමින්, x හි ආරෝහණ බල වලින් $(1+ax)^8$ හි ප්‍රසාරණය $1 + 24x + bx^2$ වේ. $a = 3$ හා $b = 252$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $(1.03)^8 + (0.97)^8$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

(*b*) පුද්ගලයෙකුට බැංකුවකින් අවුරුදු 10 කින් ආපසු ගෙවිය යුතු, රු. 2 000 000 ක ණය මුදලක් ගැනීමට අවශ්‍යව ඇත. බැංකුව, මාසිකව වැල් පොලී කරනු ලබන, 6% ක වාර්ෂික පොලියක් අය කරයි. රු. A_n යනු, n මස අවසානයේ n වෙනි වාරිකය ගෙවීමෙන් පසු ඇති හිඟ මුදල යැයි ගනිමු; මෙහි $n \leq 120$.
$A_1 = 1.005A - x$ බව පෙන්වන්න; මෙහි A යනු ණය මුදල ද x යනු මාසික වාරිකය ද වේ. A, x හා n ඇසුරින්, A_2 හා A_3 සඳහා ප්‍රකාශන ලබාගෙන A_n ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්, x හි අගය සොයන්න.

15. $A \equiv (1, 1)$ හා $B \equiv (5, 9)$ යැයි ගනිමු.

AB සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයා, $C \equiv (4, 2)$ ලක්ෂ්‍යය AB රේඛාව මත නොපිහිටන බව පෙන්වන්න.

C හරහා යන AB ට ලම්බ රේඛාව, D ලක්ෂ්‍යයේ දී AB ඡේදනය කරයි. D හි ඛණ්ඩාංක සොයා, $AD{:}DB = 1{:}3$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $ADCE$ සෘජුකෝණාස්‍රයක් වන පරිදි වූ E ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

AB රේඛාවේ හා $x + y = k$ රේඛාවේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය F යැයි ගනිමු. F ලක්ෂ්‍යය හරහා යන AC රේඛාවට සමාන්තර රේඛාව E ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි. k නියතයෙහි අගය සොයන්න.

16. (*a*) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^4 - 16}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$ අගයන්න.

(*b*) පහත එක එකක් x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න:

(i) $(2 + 3x)^5 (1 + x^2)^{10}$ (ii) $\dfrac{\ln x}{3\ln x + 1}$ (iii) $\sqrt{x}\, e^{-(x^2 - 1)}$

(*c*) පතුලේ දිග එහි පළල මෙන් 3 ගුණයක් වන පරිදි සංවෘත සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පෙට්ටියක් සෑදිය යුතුව ඇත. පෙට්ටියේ ඉහළ සහ පහළ මුහුණත් සඳහා වර්ග මීටරයකට රුපියල් 100 ක් ද, පෙට්ටියේ පැති සඳහා වර්ග මීටරයකට රුපියල් 60 ක් ද වැය වේ. පෙට්ටියේ පරිමාව 60 m^3 විය යුතු නම්, පෙට්ටිය සෑදීමට යන වියදම C (රුපියල් වලින්) යන්න $C = 600x^2 + \dfrac{9600}{x}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි x m යනු පෙට්ටියේ පතුලේ පළල වේ.
පෙට්ටිය සෑදීම සඳහා වියදම අවම වන x හි අගය නිර්ණය කරන්න.

17. (*a*) **කොටස් වශයෙන් අනුකලනය කිරීමේ ක්‍රමය** භාවිතයෙන්, $\int x^3(\ln x)^2\,dx$ සොයන්න.

(*b*) පහත වගුවෙන්, 1 හා 2.5 අතර, දිග 0.25 ක් වූ ප්‍රාන්තරවලදී x හි අගයන් සඳහා $f(x) = \ln(1 + x^2)$ යන ශ්‍රිතයෙහි අගයන් දශමස්ථාන තුනකට නිවැරදිව දෙයි.

x	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50
$f(x)$	0.693	0.941	1.179	1.402	1.609	1.802	1.981

සිම්සන් නීතිය භාවිතයෙන්, $I = \int_1^{2.5} \ln(1+x^2)\,dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

ඒ නයින්, $\int_1^{2.5} \ln\left(e^{2x}\sqrt{1+x^2}\right)dx$ සඳහා ආසන්න අගයක් සොයන්න.

***