සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි / முழுப் பதிப்புரிமையுடையது /All Rights Reserved]

නව/පැරණි නිර්දේශය – புதிய/பழைய பாடத்திட்டம் – New/Old Syllabus

NEW/OLD

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2020
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2020
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, 2020

උසස් ගණිතය II
உயர் கணிதம் II
Higher Mathematics II

11 S II

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. පිළිවෙළින් $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ හා $\mathbf{r}_3$ පිහිටුම් දෛශික සහිත ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ හා $\mathbf{F}_3$ බල තුනක් පහත දෙනු ලබයි:

ක්‍රියාකරන ලක්ෂ්‍යය	බලය
$\mathbf{r}_1 = \mathbf{i} + \mathbf{k}$	$\mathbf{F}_1 = \mathbf{j} - \mathbf{k}$
$\mathbf{r}_2 = \mathbf{i} + \mathbf{j}$	$\mathbf{F}_2 = -\mathbf{i} + \mathbf{k}$
$\mathbf{r}_3 = \mathbf{j} + \mathbf{k}$	$\mathbf{F}_3 = \mathbf{i} - \mathbf{j}$

මෙම බල පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි ඝූර්ණ දෛශිකය සොයන්න.

දැන් $\mathbf{F}_3$ බලය $\mathbf{F}_4$ බලයක් මගින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලබන්නේ $\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$ හා $\mathbf{F}_4$ න් සමන්විත බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ වන පරිදි ය. $\mathbf{F}_4$ හා එහි ක්‍රියා රේඛාව $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \lambda\mathbf{F}$ ආකාරයෙන් සොයන්න. මෙහි $\mathbf{r}_0$ හා $\mathbf{F}$ නිර්ණය කළ යුතු අතර λ පරාමිතියකි.

O මූලයෙහි දී ඌනනය කළ විට, පිළිවෙළින් $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ හා $\mathbf{r}_3$ හි දී ක්‍රියාකරන $\mathbf{F}_1, 2\mathbf{F}_2$ හා $3\mathbf{F}_3$ න් සමන්විත බල පද්ධතිය $\mathbf{R}$ තනි බලයක් සමග දෛශික ඝූර්ණය $\mathbf{G}$ වූ යුග්මයකට ඌනනය වේ. $\mathbf{R}$ හා $\mathbf{G}$ සොයන්න.

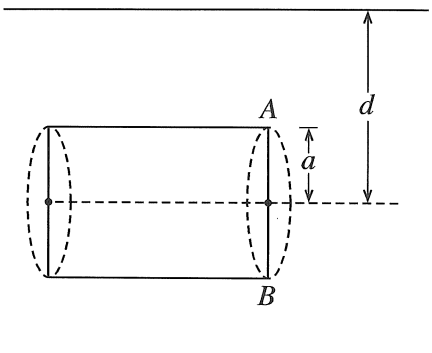
ඒ නයින්, මෙම බල පද්ධතිය තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌනනය වන බව පෙන්වන්න.

12. අරය a වූ වෘත්තාකාර තැටියක් එහි කේන්ද්‍රය, සමජාතීය ද්‍රවයක් තුළ ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨයට පහළින් $h(> a)$ ගැඹුරකින් පිහිටන පරිදි ගිල්වනු ලබයි. තැටියේ පීඩන කේන්ද්‍රය එහි සිරස් විෂ්කම්භය මත කේන්ද්‍රයට $\dfrac{a^2}{4h}$ දුරකින් වන බව පෙන්වන්න.

පියනෙහි පරිධිය මත වූ A ලක්ෂ්‍යයකින් සුමට ලෙස අසව් කළ අරය a වූ වෘත්තාකාර පියනක් සහිත අරය a වූ ඍජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරාකාර ටැංකියක් ඝනත්වය ρ වූ සමජාතීය ද්‍රවයකින් පුරවා වසා තබා ඇත්තේ A ට විෂ්කම්භීයව ප්‍රතිවිරුද්ධ B ලක්ෂ්‍යයෙහි වූ සුමට අගුලක් මගිනි. AB සිරස්ව ද B ට ඉහළින් A ද එහි අක්ෂය තිරස්ව ඝනත්වය $\dfrac{\rho}{2}$ වූ සමජාතීය ද්‍රවයක ද්‍රවයේ නිදහස් පෘෂ්ඨයේ සිට $d(> a)$ ගැඹුරකින් ද ඇතිව මෙම ටැංකිය ගිල්වනු ලබයි. (රූපය බලන්න)

දැන් අගුල නිදහස් කරනු ලබයි.

$d > \dfrac{9a}{4}$ නම්, පියන වැසී තිබෙන බව පෙන්වන්න.



[අටවැනි පිටුව බලන්න.

13. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට සිරස්ව උඩු අතට u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබයි. එය විශාලත්වය mkv^2 වූ ප්‍රතිරෝධී බලයකට යටත් වේ; මෙහි v යනු අංශුවේ වේගයයි.

P හි උඩු අත් චලිතය සඳහා $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}+g+kv^2=0$ බව පෙන්වන්න.

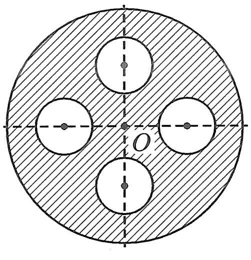
P අංශුව මගින් O සිට එහි උපරිම උස H ට ළඟා වීමට ගන්නා කාලය $\frac{1}{\sqrt{gk}}\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{k}{g}}u\right)$ බව ද $H=\frac{1}{2k}\ln\left(1+\frac{ku^2}{g}\right)$ බව ද පෙන්වන්න.

O වෙත නැවත පැමිණෙන විට P හි ප්‍රවේගය u, k හා g ඇසුරෙන් සොයන්න.

14. සුමට ගෙබිමක් මත චලිත වන ස්කන්ධ සමාන හා අරයන් සමාන සුමට ඒකාකාර A හා B ගෝල දෙකක් එකිනෙක සමග ගැටේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර A හා B හි ප්‍රවේගයන් පිළිවෙළින් $u(3\mathbf{i}+4\mathbf{j})$ හා $u(-\mathbf{i}+\frac{1}{2}\mathbf{j})$ වන අතර A හා B හි කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව $\mathbf{i}$ ට සමාන්තර වේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{\sqrt{3}}{2}$ වේ. ගැටුමට මොහොතකට පසු A හා B හි ප්‍රවේග සොයා, ඒවා එකිනෙකට ලම්බ වන බව පෙන්වන්න.

A මගින් B මත ආවේගය හා ගැටුම නිසා සිදු වන චාලක ශක්ති හානිය ද සොයන්න.

15. ඒකාකාර රෝදයකට අරය a, හා කේන්ද්‍රය O වූ තැටියකින් අරය $\frac{a}{4}$ වූ සර්වසම කුඩා තැටි හතරක් ඉවත් කිරීමෙන් ලැබෙන හැඩය ඇත. ඉවත් කළ කුඩා තැටි හතරෙහිම කේන්ද්‍ර එකිනෙකට ලම්බ රෝදයෙහි විෂ්කම්භ දෙකක් මත O සිට $\frac{a}{2}$ දුරින් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි පිහිටා ඇත.



O තුළින් වූ රෝදයෙහි තලයට ලම්බ අක්ෂය වටා එහි අවස්ථිති සූර්ණය $\frac{55}{96}Ma^2$ බව පෙන්වන්න; මෙහි M යනු රෝදයෙහි ස්කන්ධය වේ.

රළු තිරස් ගෙබිමක් මත රෝදය තබා තිරස් ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ එය කෝණික වේගයක් රහිතව u වේගයෙන් ලිස්සා යාමට පටන් ගන්නා පරිදි ය.

රෝදය, T කාලයක් පුරා පෙරලෙමින් ද ලිස්සමින් ද චලනය වී ඉන්පසු සම්පූර්ණයෙන්ම පෙරලීම පමණක් ආරම්භ කරයි. T යන්න u, g හා μ ඇසුරෙන් සොයන්න. මෙහි μ යනු රෝදය හා ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ.

16. X යන විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍යයකට පහත දී ඇති සම්භාවිතා ව්‍යාප්තිය ඇත:

x	0	1	2	3	4
$P(X=x)$	p	q	r	0.2	0.1

මෙහි p, q හා r යනු නියත වේ.

$E(X)=1.5$ හා $E(X^2)=4.1$ බව දී ඇත.

පහත එක එකක් සොයන්න:

(i) p, q හා r හි අගයන්,

(ii) $P\left(\frac{1}{2}<X<\frac{7}{2}\right)$,

(iii) $\mathrm{Var}(X)$,

(iv) $E(3-2X)$ හා $\mathrm{Var}(3-2X)$,

X_1 හා X_2 යනු ඉහත දී ඇති X හි සම්භාවිතා ව්‍යාප්තියම ඇති ස්වායත්ත විවික්ත සසම්භාවී විචල්‍ය දෙකක් ද $Y=X_1+2X_2$ යැයි ද ගනිමු.

(v) $k=0,1,2,3,4$ සඳහා $P(Y=k)$ සොයා, **ඒ නයින්**, $P(Y\geq 5)$ සොයන්න.

(vi) $E(Y)$ හි අගය ලියා දක්වන්න.

[නවවැනි පිටුව බලන්න.

17. (*a*) X යන සන්තතික සසම්භාවී විචල්‍යයකට

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{15}{2}x^2(1-x^2) & , \quad 0 \le x \le 1 \text{ සඳහා,} \\ 0 & , \quad \text{එසේ නොවන විට,} \end{cases}$$

මගින් දෙනු ලබන සම්භාවිතා ඝනත්ව ශ්‍රිතයක් ඇත. $\mathrm{E}(X)$ හා $\mathrm{Var}(X)$ සොයන්න.

තවද, $P\left(\frac{1}{2} < X < 1\right)$ සොයන්න.

Y යනු $Y = 3X - 2$ මගින් අර්ථ දක්වනු ලබන සසම්භාවී විචල්‍යය යැයි ගනිමු.

$\mathrm{E}(Y)$ හා $\mathrm{Var}(Y)$ සොයන්න.

(*b*) එක්තරා සමාගමක සේවකයන්ගේ උස, මධ්‍යන්‍යය 160 cm ක් ද සම්මත අපගමනය 5 cm ක් ද ඇතිව ප්‍රමතව ව්‍යාප්තව ඇත.

(i) සසම්භාවීව තෝරාගත් සේවකයෙකුගේ උස 165 cm ට වඩා වැඩි හා 170 cm ට වඩා අඩු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) සසම්භාවීව තෝරාගත් සේවකයෙකුගේ උස 165 cm ට වඩා වැඩි බව දී ඇති විට සේවකයාගේ උස 170 cm ට වඩා වැඩි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

* * *