

21 අනුපාත

දූවේ , පුත් මේ පාඩමත් හරිම ආසාවෙන් අධ්‍යයනය කළොත් ඔයාලට ,

- අනුපාත යන සංකල්පය අවබෝධ කර ගැනීමට,
- අනුපාතයට තුල්‍ය වූ අනුපාත ලිවීමට ,
- අනුපාතයක් සරලම ආකාරයෙන් ලියා දැක්වීමට සහ
- අනුපාත හා අනුපාතික අතර වෙනස හඳුනා ගැනීමට හැකියාව ලැබෙනවා.



අනුපාත හැඳින්වීම

අපි යම් එදිනෙදා ජීවිතයේදී ඔයාලා දැක පුරුදු අවස්ථා කිහිපයකට

රසම රස කිරි තේ එකක් කිරිපිටි මේස හැඳි 02 + සීනි මේස හැඳි 01 →	රසම රස දොඩම් යුෂ වීදුරු දොඩම් යුෂ වීදුරු 1 + වතුර වීදුරු 3 →
රසවත් බටර් කේක් එකක් සීනි 250g + පාන්පිටි 250g + බටර් 250g →	කොන්ක්‍රීට් මිශ්‍රණයක් සිමෙන්ති තාව්ව් 1 + වැලි තාව්ව් 3 + ගල් තාව්ව් 6 →

කිරි තේ එකක් , දොඩම් බීම වීදුරු එකක් , බටර් කේක් එකක් හා කොන්ක්‍රීට් මිශ්‍රණයක්, මේ සියල්ලම ද්‍රව්‍ය දෙකක් හෝ ඊට වැඩි ගණනක් මිශ්‍ර කරලා හදපු



එහෙම නම් දූවේ , පුත්, මේ මිශ්‍රණ ටික දෙස හොඳින් බලන්නකෝ . ඒ හැම මිශ්‍රණයකට ම තියෙනවා විශේෂ ලක්ෂණයක්. ඒ මොකද්ද ?



ඒ හැම මිශ්‍රණයකම මිශ්‍රකල ද්‍රව්‍යවල ප්‍රමාණ එකම ඒකකයකින් මිශ්‍ර කරලා තියෙන්නේ ටීවර්.



බොහොම හොඳයි , තව ටිකක් විස්තර කරන්න බලන්න. උදාහරණයකුත් දෙන්නකෝ...

කිරි තේ එක හදන්න කිරිපිටි සහ සීනි මිශ්‍ර කළේ මේස හැඳි වලින්. කිරිපිටි මේස හැඳි 2 යි, සීනි මේස හැඳි 1 යි.



කොන්ක්‍රීට් හදන්න සිමෙන්ති , වැලි , ගල් මිශ්‍ර කළේ තාව්වි වලින්. සිමෙන්ති තාව්වි 1, වැලි තාව්වි 3, ගල් තාව්වි 6.



කේක් හදන්න සීනි , පිටි , බටර් මිශ්‍ර කළේ ග්‍රෑම්වලින්. සීනි 250g යි , පිටි 250g යි, බටර් 250g යි.



ඇයි බීම හදන්න දොඩම් යුෂයි , වතුරයි එකතු කළේ එකම ප්‍රමාණයේ විදුරුවලින්. දොඩම් යුෂ විදුරු 1 යි වතුර විදුරු 3 යි.



ඒ විදියට දුවේ , පුතේ එකම ඒකකයකින් දක්වා ඇති ද්‍රව්‍ය දෙකක හෝ ඊට වැඩි ගණනක, ප්‍රමාණ අතර සංඛ්‍යාත්මක සම්බන්ධතාවය ගත්තොත් එය "අනුපාතයක්" ලෙස හඳුන්වනවා.

කිරි තේ එකක්



කිරිපිටි : සීනි
2 : 1

කිරිපිටි හා සීනි අතර අනුපාතය 2 අනු 1 යි

දොඩම් බීම විදුරු එකක්



දොඩම් යුෂ : ජලය
1 : 3

දොඩම් යුෂ හා ජලය අතර අනුපාතය 1 අනු 3 වේ.

බටර් කේක් එකක්



සීනි 250 : පාන්පිටි 250 : බටර් 250
සීනි, පාන්පිටි හා බටර් අතර අනුපාතය 250 අනු 250 අනු 250

කොන්ක්‍රීට් මිශ්‍රණය



1 : 3 : 6
සිමෙන්ති : වැලි : ගල්
තෘථිව් 1 : තෘථිව් 3 : තෘථිව් 6
කොන්ක්‍රීට් මිශ්‍රණයේ සිමෙන්ති, වැලි හා ගල් අතර අනුපාතය 1 අනු 3 අනු 6



ඒ වගේම දුවේ, පුත්තේ, සමූහ දෙකක් සංසන්දනය කිරීමේ දී, සමූහ දෙකේ ඇතුළත් එක් එක් ප්‍රමාණ අතර සංඛ්‍යාත්මක සම්බන්ධතාවය ද අනුපාතයක් වෙනවා.



උදා : 6 A ශ්‍රේණියේ ගැහැණු හා පිරිමි ළමයි අතර අනුපාතය දක්වන්න පුළුවන්.

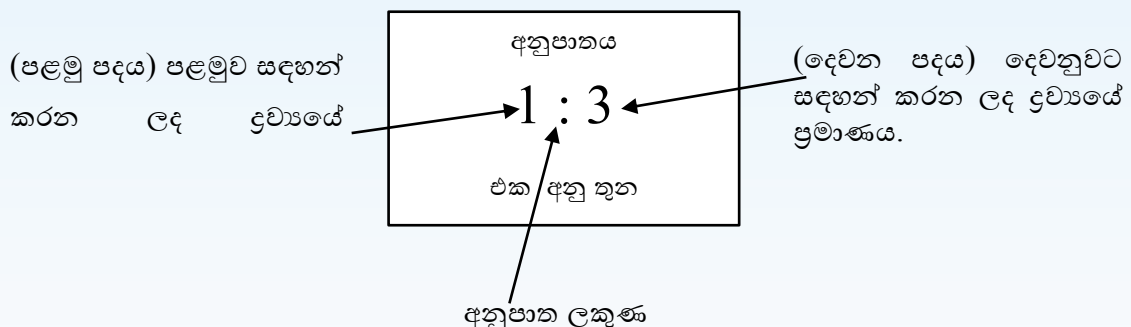
අපේ පන්තියේ නම් ගැහැණු ළමයි සහ පිරිමි ළමයි අතර අනුපාතය 23 : 20 කියලා ලියන්න පුළුවන් නේද?, ටීවර්.



ඔව් එහෙම හරි, අනෙක් අයගේ පන්ති වල ගැහැණු ළමයි හා පිරිමි ළමයි අතර අනුපාතය ඊට වඩා වෙනස් වෙන්න පුළුවන්.



ඒ වගේම දුවේ, පුත්තේ, ඕනෑම අනුපාතයක සෑම පදයකම ප්‍රමාණය එකම ඒකකවලින් මනින නිසා අනුපාත ලියන විට ඒකක ලියන්න අවශ්‍ය වෙන්නේ නැහැ.





ඔයාලට අනුපාත පිළිබඳව තව දුරටත් දැනුම ලබා ගැනීමට, පෙළපොතේ 109 හා 110 පිටු හොඳින් කියවන්නකෝ.

ක්‍රියාකාරකම 01

අනුපාතයක් ලියන හා කියවන ආකාරය පිළිබඳ අවබෝධය තහවුරු කර ගන්න මේ ක්‍රියාකාරකම කරන්න.

A හා B ගැලපෙන පරිදි යා කරන්න.

A	B
2:3	දහය අනු එක
10:1	දෙක අනු හතර
12: 15	දෙක අනු තුන
10:20	දොළහ අනු පහළොව
2:4	දහය අනු විස්ස

එකම රසයෙන් යුතු පළතුරු බීම විවිධ ප්‍රමාණයන් සැකසීමට අපට අවශ්‍ය වුවහොත් අපි එය සිදු කරන්නේ කෙසේ ද?

පළතුරු යුෂ බෝතලයේ ලේබලයේ සඳහන් අනුපාතය 1 : 5 නම් ,

පළතුරු යුෂ ප්‍රමාණය	ජලය ප්‍රමාණය	මිශ්‍ර කළ පසු ලැබෙන පළතුරු බීම ප්‍රමාණය
		
		
		
 1 l	 5 l	 6 l
100 ml	500 ml	600 ml
2 l	10 l	12 ml



එසේ නම් දුවේ පුතේ , මෙලෙස අනුපාතයක් දැක්වීමේ වැදගත්කම මොකක්ද කියලා කියන්න පුළුවන්ද ?

එකම රසයෙන් හෝ එකම ගුණාත්මක භාවයකින් යුතුව විවිධ ප්‍රමාණ අපට සකස් කර ගත හැකි නිසා ටිවර්.



ගෙදරට නැදෑයෝ ආපුවම බීම වැඩිපුර හඳුන්න ඕන වෙනවා.



දන්සලට බීම හඳද්දී අපට මේ දැනුම භාවිත කරන්න පුළුවන් නේද? ටිවර්.



අනිවාර්යයෙන්ම පුතේ , ගණිතය කියන්නේ අපට එදිනෙදා ජීවිතයේ නිතරම අවශ්‍ය වන ප්‍රායෝගික විෂයක් කියන්නේ ඒකයි.

තවත් මේ විදියේ අනුපාත ලියන්න පුළුවන් අවස්ථා ටිකක් කියන්නකෝ ටිවර්.



බලන්න මේ සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග සහ පළල දෙකම මැනලා තියෙන්නේ සෙන්ටි මීටර්වලින්. ඒ නිසා අපට දිග සහ පළල අතර අනුපාතයක් ලියන්න පුළුවන්.

2 cm



6 cm

සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග හා පළල අතර අනුපාතය 6 : 2 නේද? ටිවර්.



හරි පුතේ , බොහෝම හොඳයි මේ උදාහරණයත් බලන්නකෝ.

රුපියල් 3යි. ශත 50



රුපියල් 7 යි.





කුඩා කවරයක මිල සහ ලොකු කවරයක මිල අතර අනුපාතය අපට එක්වරම ලියන්න පුළුවන්ද ?

කවර දෙකේම මිල එකම ඒකකයෙන් නෙවෙයි දීලා තියෙන්නේ. ඒ නිසා අපට මිල අතර අනුපාතයක් ලියන්න බැහැ.



ඒ වගේ වෙලාවට එකම ඒකකයට හරවන්න පුළුවනිද ? බලන්න ඕන.



ශත 350 යි.



ශත 700 යි.

දැන් පුළුවන් ටිවර් , කුඩා කවරයේ මිල සහ ලොකු කවරයේ මිල අතර අනුපාතය 350 : 700



හරියටම හරි බොහොම හොඳයි ඔයාලා.....

එහෙනම් දුවේ , පුත් ඔයාලට පුළුවන් පෙළ පොතේ 113 පිටුවේ සහ 114 පිටුවේ තියෙන 21.1 අභ්‍යාසයට උත්තර ලියන්න. පටන් ගනිමු නේද ?

අනුපාතයකට තුල්‍ය වූ අනුපාත සෙවීම

දුවේ, පුත්, මේ සංවාදය හොඳින් කියවන්න.

හොඳ බදාම මිශ්‍රණයකට නම්, සිමෙන්තියි වැලි 1:3 අනුපාතයෙන් මිශ්‍ර කරන්න ඕනේ.



ඒ කියන්නේ සිමෙන්ති තාව්ව් 1 ක් දැමීමොත් වැලි තාව්ව් 3 ක් දාන්න ඕන.



සිමෙන්ති 2 ක් දාලා බදාම එකක් හදන්න.



සිමෙන්ති 2 ක් දානකොට වැලි කීයක් දාන්න ඕනද ? ? ?





කල්පනා කරන්න දෙයක් නෑ මාමේ වැලි තාව්වි 6 ක් දාන්න.

කොහොමද පුතේ එහෙම කිව්වේ.



1 : 3 කියන්නේ අනුපාතයක් නේ. අනුපාතයේ පද දෙකම දෙකෙන් ගුණ කරන්න. 2 : 6 යි. සිමෙන්ති තාව්වි 2 ට වැලි තාව්වි 6 යි.

පුතා මාර දස්සයෙක් නේ



අපට ඉස්කෝලේ ගණිතය පාඩමට ඉගැන්නුවා. මේවාට කියන්නේ තුල්‍ය අනුපාත කියලා.



දැන් දුවේ , පුතේ, එහෙම නම් අපි ඒ තොරතුරු ටික වගුවකට දාලා තව ටිකක් තුල්‍ය අනුපාත ලියමුද ? වගුවේ හිස්තැන් ඔයලා පුරවන්න ඕනේ.....

ක්‍රියාකාරකම 02

සිමෙන්ති	වැලි	අනුපාතය
1	3	1 : 3
2	6	2 : 6 (1 : 3 අනුපාතයේ පද , 2 න් ගුණ කිරීමෙන් ලැබේ.)
3	9	3 : 9 (1 : 3 අනුපාතයේ පද , 3 න් ගුණ කිරීමෙන් ලැබේ.)
4		4 : (1 : 3 අනුපාතයේ පද , 4 න් ගුණ කිරීමෙන් ලැබේ.)
5		5 : (.....)
.....	30	: 30 (.....)

1 : 3 = 2 : 6 = 3 : 9 = 4 : 12 = 5 : 15 = 10 : 30 මේවා එකිනෙකට තුල්‍ය අනුපාත වේ.

ටිවර් දෙපැත්තම බිංදුවෙන් ගුණ කළොත් තුල්‍ය අනුපාත ලැබෙනවාද ?



හොඳ ප්‍රශ්නයක්. ඕනෑම සංඛ්‍යාවක් බිංදුවෙන් ගුණ කළොත් උත්තරේ වෙන්තේ බිංදුවයි. ඒ නිසා අපි තුල්‍ය අනුපාත ලියන්න බිංදුවෙන් ගුණ කරලා වැඩක් නැහැනේ පුතේ.

ටිවර් , වැලි තාව්වි 30 ක් දාන්නේ සිමෙන්ති තාව්වි 10 කට නේද ?

$$\begin{array}{cc} \text{සිමෙන්ති} & \text{වැලි} \\ 1 & : & 3 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 1 \times 10 & & 3 \times 10 \\ \hline 10 & : & 30 \end{array}$$



බොහොම හොඳයි පුතේ , එහෙනම් දැන් කියන්න බලන්න තුල්‍ය අනුපාත ලබා ගන්න විදිය.

දීලා තියෙන අනුපාතයක පද , බිංදුවට වැඩි එකම සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් එම අනුපාතයට තුල්‍ය අනුපාතයක් ලබා ගන්න පුළුවන්.



ඒ වගේම දුච්ච , පුතේ, අනුපාතයක පද , බිංදුවට වැඩි එකම සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමෙන් එම අනුපාතයට තුල්‍ය අනුපාතයක් ලබාගන්න පුළුවන්.

$$\begin{array}{cc} 4 & : & 2 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 4 \div 2 & & 2 \div 2 \\ \hline 2 & : & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 15 & : & 10 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 15 \div 5 & & 10 \div 5 \\ \hline 3 & : & 2 \end{array}$$

අනුපාතයක් සරලම ආකාරයන් ලිවීම.

12 : 36 අනුපාතය බෙදීමෙන් තුල්‍ය අනුපාත ලබාගනිමු.

$$\begin{array}{cc} 12 & : & 36 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 12 \div 2 & & 36 \div 2 \\ \hline 6 & : & 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 12 & : & 36 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 12 \div 3 & & 36 \div 3 \\ \hline 4 & : & 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} 12 & : & 36 \\ \downarrow & & \downarrow \\ 12 \div 4 & & 36 \div 4 \\ \hline 3 & : & 9 \end{array}$$

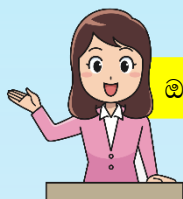
$$\begin{array}{cc}
 12 : 36 & \\
 \downarrow & \downarrow \\
 12 \div 6 & 36 \div 6 \\
 \hline
 2 : 6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc}
 12 : 36 & \\
 \downarrow & \downarrow \\
 12 \div 12 & 36 \div 12 \\
 \hline
 1 : 3
 \end{array}$$

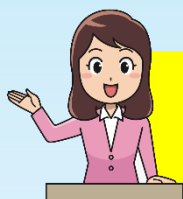


යම් අනුපාතයකට තුල්‍ය අනුපාත අතරින් කුඩාම පූර්ණ සංඛ්‍යා පද වශයෙන් ඇති අනුපාතය එම අනුපාතයේ සරලම ආකාරය ලෙස හඳුන්වනවා.

ඒ කියන්නේ ටීවර් $12 : 36$ කියන අනුපාතයේ සරලම ආකාරය $1 : 3$ කියන එක නේද ?



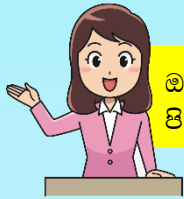
ඔව් පුතේ, ඔයා හරියටම හරි ගොඩාක් හොඳයි.



දීලා තියෙන අනුපාතයක් සරලම ආකාරයෙන් ලියලා නැත්නම් , බෙදීමේ ක්‍රමය හැකිතාක් වාරයක් භාවිත කිරීමෙන් එම අනුපාතය සරලම ආකාරයෙන් ලියන්න පුළුවන්

$$\begin{array}{cc}
 12 : 36 & \\
 \downarrow & \downarrow \\
 12 \div 2 & 36 \div 2 \\
 \\
 6 : 18 & \\
 \downarrow & \downarrow \\
 6 \div 2 & 18 \div 2 \\
 \\
 3 : 9 & \\
 \downarrow & \downarrow \\
 3 \div 3 & 9 \div 3 \\
 \\
 1 : 3 &
 \end{array}$$

ටීවර්, අනුපාතයේ පද දෙකම බෙදන්න පුළුවන් විශාලම සංඛ්‍යාවෙන් එක් වරම බෙදලා ගන්න පුළුවනි. ටීවර් ඒක ලේසියි.



ඔව්, ඔයාලට පහසු ක්‍රමයක් භාවිත කරන්න පුළුවන් පුතේ. හැබැයි අවසාන පිළිතුර හැමෝටම එකම උත්තරයක් ලැබෙන ඕනේ.

එහෙනම් දුවේ, පුතේ, දැන් ඔයලට පුළුවන් පෙළපොතේ 117 පිටුවේ තියෙන 21.2 අභ්‍යාස කරන්න. හැමෝම දැන් කරන්න පටන් ගනිමුකෝ. උත්තර අන්තිමට දීලා තියෙන නිසා වැරදි නිවැරදි කරගන්නත් පුළුවනි.

අනුපාතික

කේක්

පිටි 250g

බිත්තර 4

කිරි තේ

කිරිපිටි හැඳි 2

තේ කෝප්ප 1



දුවේ, පුතේ, ඉහත රූප දෙස බලන්නකෝ. පිටි හා බිත්තර අතර අනුපාතයක් කියන්න පුළුවන්ද ? කිරිපිටි හා තේ කෝප්ප ගණන අතර අනුපාතයක් කියන්න පුළුවන්ද ?

ඒවා එකම ඒකක වලින් ප්‍රකාශ කරන්න බැරි නිසා ඒවා අනුපාත විදියට දක්වන්න බැහැ ටීවර්.



බොහොම හොඳයි දුවේ, පුතේ, මේ වගේ එකම ඒකකයක් මගින් දක්වන්නට බැරි ප්‍රමාණ දෙකක් අතර පවතින සම්බන්ධය අනුපාතිකයක් කියලා හඳුන්වනවා.

අනුපාතික සඳහා උදාහරණ ලියන්න පුළුවන් මෙහෙම

- සහල් කිලෝවක මිල රු.95 යි.
- එක් සිසුවකුට බිස්කට් 5 බැගින් බෙදා දෙන ලදී.
- වාහනයකට පෙට්‍රල් ලීටර් 1 කින් 15km ක දුරක් ගමන් කළ හැකිය.
- එක්තරා දිනක ඇමරිකා එක්සත් ජනපද ඩොලර් එකක මිල ශ්‍රී ලංකා රුපියල් 131 ක්

1 km දුරක් යන්න වාහනයකට අයකරන ගාස්තුව රු.40 යි කිව්වොත් ඒකත් අනුපාතිකයක් නේද? ටීවර්.



අන්න හරි දැන් ඔයාලට හොඳටම තේරනවා.

ඔයාලට දැන් පෙළ පොතේ 120 පිටුවේ තියෙන 21.3 අභ්‍යාසය සම්පූර්ණ කරන්න පුළුවන්. උත්තරත් දීලා තියෙන නිසා හරි වැරදි බලාගන්නත් වැරදි නිවැරදි කරගන්නත් පුළුවන්.

දුටුවේ , පුතේ මේ පාඩම තුළ ඔයාලා හොඳින් ක්‍රියාකාරී වුන නිසා , දැන් ඔයාලට ,

- අනුපාත යන සංකල්පය විස්තර කිරීමට ,
- අනුපාතයකට තුල්‍ය වූ අනුපාත ලිවීමට
- අනුපාතයක් සරලම ආකාරයෙන් දැක්වීමට
- අනුපාත හා අනුපාතික අතර වෙනස හඳුනා ගැනීමට හැකියාව ලැබී තියෙනවා.

එහෙනම් දරුවනේ ආයුබෝවන්



පිළිතුරු 21.1 අභ්‍යාසය

(01) අනුපාතයක් වන වගන්ති I, III, IV

(02) I එක අනු දෙක (මුල් පදය 1 දෙවන පදය 2)

II දෙක අනු තුන (මුල් පදය 2 දෙවන පදය 3)

III දහය අනු අට (මුල් පදය 10 දෙවන පදය 8)

IV අට අනු හත (මුල් පදය 8 දෙවන පදය 7)

V නවය අනු දහතුන (මුල් පදය 9 දෙවන පදය 13)

(03) I 1 : 3 II 2 : 7 III 3 : 15 IV 8 : 1
V 1 : 1

(04) 5 : 7 (05) 200 : 200 (06) 75 : 37

(07) 500g 2kg (08) 700 m 1km 300m (09) රු 8 රු 5 ශත 50
500 g 2000 g 700 m 1300m ශත800 ශත 550
500 : 2000 700 : 1300 800 : 550

(10) 1 l 450 ml 2l (11) පැ 1 පැය 1 මි. 10 (12) නිමාලි අමල්
1450 ml 2000 ml මිනි. 60 මිනි. 70 3 : 5
1450 : 2000 60 : 70 3 x 3 5 x 3
9 : 15

(13) සිමෙන්ති වැලි සිමෙන්ති වැලි සිමෙන්ති වැලි මිශ්‍රණය
I 2 : 12 II 2 : 12 2 : 12 14
2 ÷ 12 12 ÷ 12 2 x 2 12 x 2
 $\frac{1}{6} : 1$ 4 : 24 : 28
සිමෙන්ති තාවිට් $\frac{1}{6}$ වැලි 24 සිමෙන්ති 4

පිළිතුරු 21.2 අභ්‍යාසය

(01) එකම සංඛ්‍යාවකින් දෙපසම ගුණකර හෝ බෙදීමෙන් ලබාගත් නිවැරදි අගයන්

(02) I 40 : 70 II 30 : 35 III 56 : 21 IV 63 : 45
4 : 7 6 : 7 8 : 3 7 : 5
 V 60 : 150 VI 10 : 500
2 : 5 1 : 50

(03) දිග පලල (04) ශිෂ්‍යයෝ ශිෂ්‍යයාවෝ (05) රතු නිල්
 15 : 10 96 : 112 12 : 8
3 : 2 6 : 7 3 : 2

(06) 6 : 15 14 : 35
2 : 5 2 : 5

අනුපාත දෙකේම සරලම ආකාරයන් සමාන වන නිසා එම අනුපාත දෙක තුල්‍ය වේ.

$$6 : 15 = 14 : 35$$

21.3 අභ්‍යාස

(01) පැන් මිල (02) පැය දුර km (03) ඉන්ධන දුර km
 1 12 2 75 1 20
 1 x 5 12 x 5 2 x 2 75 x 2 1 x 6 20 x 6
 5 60 4 150 6 120
රුපියල් 60 150 km 1 l

(04) සිනි kg තේ කෝප්ප (05) ස්ටර්ලිං පවුම් ශ්‍රී ලංකා රු.
 1 40 2 75
 1 x 6 40 x 6 1 x 8 217 x 8
 6 240 8 1736
6 kg රු. 1736

(06) යෙන් ශ්‍රී ලංකා රු. (07) ඩොලර් ශ්‍රී ලංකා රු.
 100 125 1 130
 100 x 100 125 x 100 1 x 200 130 x 200
 10 000 12 500 200 26000
රු. 12500 ඩොලර් 200