25

ඝන වස්තු

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- සමචතුරස්‍ර පිරමීඩය හා ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය යන ඝන වස්තුවල ආකෘති සැකසීමට,
- සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයේ හා ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයේ පතරම් ඇඳීමට සහ
- එම ඝන වස්තුවල දාර, ශීර්ෂ සහ මුහුණත් ගණන ඇසුරෙන් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව දැන ගැනීමට

හැකියාව ලැබේ.

25.1 ඝන වස්තු හැඳින්වීම

දාදු කැටයක්

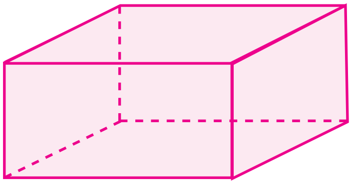
ගඩොළක්

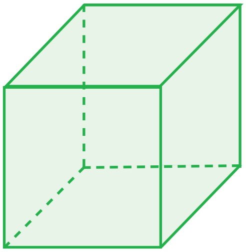
යගුළියක්

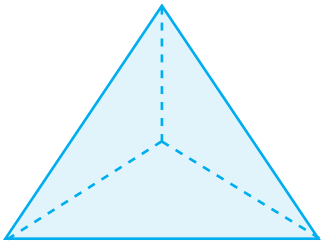
කොන්ක්‍රීට් කණුවක්

දාදු කැටය, ගඩොල, යගුලිය සහ කොන්ක්‍රීට් කණුව වැනි අවකාශයේ යම් ඉඩක් ගන්නා නියත හැඩයක් ඇති වස්තු, ඝන වස්තු ලෙස හැඳින්වෙන බව ඔබ ඉගෙන ගෙන ඇත. ඝන වස්තුවල මතුපිට, තල පෘෂ්ඨ කොටස්වලින් හෝ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස්වලින් හෝ සමන්විත වන බව ද ඔබ 6 ශ්‍රේණියේ දී ඉගෙන ගෙන ඇත.

එහි දී හඳුනාගත් ඝන වස්තු කිහිපයක රූප පහත දැක්වේ.


ඝනකාභයක්


ඝනකයක්


සවිධි චතුස්තලයක්

ඝන වස්තු පිළිබඳ ව ඔබ උගත් කරුණු සිහිපත් කර ගැනීම සඳහා පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

(1) (i) ඝනකාභයක මුහුණත් ගණන, දාර ගණන හා ශීර්ෂ ගණන වෙන වෙනම ලියා දක්වන්න.

(ii) ඝනකාභයක් සෑදීමට යොදා ගන්නා පතරමක රූප සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

(2) (i) ඝනකයක මුහුණතක හැඩය කුමක් ද?

(ii) ඝනකයක් සෑදීමට යොදා ගත හැකි පතරමක රූප සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

(3) සවිධි චතුස්තලයක මුහුණත් සංඛ්‍යාව, දාර සංඛ්‍යාව සහ ශීර්ෂ සංඛ්‍යාව ලියා දක්වන්න.

(4) (i) සවිධි චතුස්තලයක මුහුණතක හැඩය ඇඳ දක්වන්න.

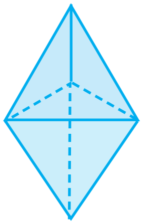
(ii) සවිධි චතුස්තලයක් සෑදීම සඳහා යොදා ගන්නා පතරමක රූප සටහන ඇඳ දක්වන්න.

(5) සමාන මුහුණත් සහිත චතුස්තල දෙකක මුහුණත් දෙකක් එක මත එක තබා ඇලවීමෙන් සාදා ගත් ඝන වස්තුවක රූප සටහනක් පහත දැක්වේ.

(i) එම ඝන වස්තුවේ මුහුණත් ගණන කීය ද?

(ii) එම ඝන වස්තුවේ දාර ගණන කීය ද?

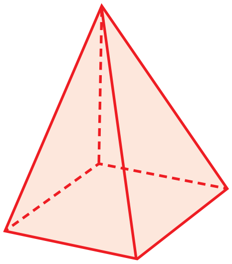
(iii) එම ඝන වස්තුවේ ශීර්ෂ ගණන කීය ද?



25.2 සමචතුරස්‍ර පිරමීඩය

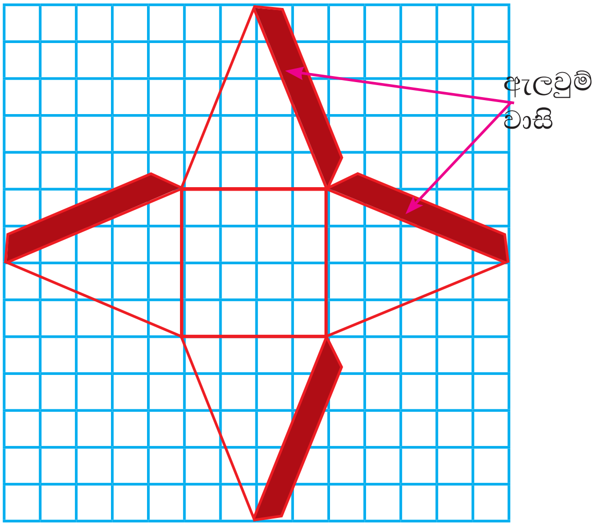
ඊජිප්තුවේ (මිසරයේ) රජ කළ ''පාරාවෝ''රජ පෙළපතේ සොහොන් කොත් මේ හැඩයට තනා ඇති අතර ඒවා පිරමීඩ ලෙස හඳුන්වා ඇත.

සමචතුරස්‍ර ආධාරකයකින් හා අනෙකුත් මුහුණත් එක සමාන ත්‍රිකෝණ හතරකින් සෑදි ඇති ඝන වස්තුවක් **සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයක්** ලෙස හැඳින්වේ. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයකි.



සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයෙහි ලක්ෂණ පළමු ක්‍රියාකාරකම මගින් හඳුනා ගනිමු.

ක්‍රියාකාරකම 1



පියවර 1- මෙහි දැක්වෙන රූපය කොටු කඩදාසියක ඇඳ ගන්න. ඇඳ ගත් රූපය කපා වෙන්කර ගෙන බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එකක් වැනි ඝන කඩදාසියක පිටපත් කර ගන්න. නැතිනම් අලවා ගන්න.

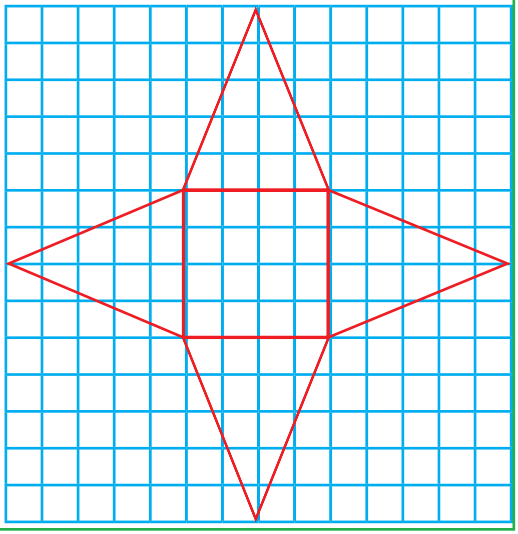
පියවර 2 - බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එක මත අඳින ලද හෝ අලවන ලද රූපය කපා වෙන් කර දාර ඔස්සේ නවා ඇලවුම් වාසි ඇලවීමෙන් සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක ආකෘතියක් සකස් කර ගන්න.

පියවර 3 - සකස්කර ගත් ආකෘතිය ඇසුරෙන් සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක මුහුණත් ගණන, දාර ගණන හා ශීර්ෂ ගණන සොයන්න. එහි වෙනත් සුවිශේෂී ලක්ෂණ පරීක්ෂා කරන්න.

පියවර 4 - පරීක්ෂා කර හඳුනාගත් ලක්ෂණ අභ්‍යාස පොතේ ලියන්න.

පියවර 5 - සැකසූ ආකෘතියේ දාරවල දිග මැන ලියන්න.

සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයක ආකෘතියක් සකස් කර ගැනීමට යොදාගත් ඉහත රූපයේ ඇලවුම් වාසි ඉවත් කළ විට ලැබෙන රූපය **සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයේ පතරම** ලෙස හැඳින්වේ.



ඉහත ක්‍රියාකාරකමේ දී, ඔබ විසින් සකස් කළ වස්තුව සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩයක ආකෘතිය යි.

ඔබට හඳුනා ගත හැකි සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයේ ලක්ෂණ

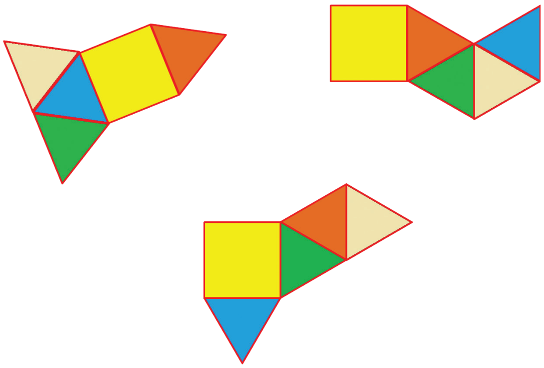
- සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයේ මුහුණත් 5කි.
- එක් මුහුණතක් පමණක් සමචතුරස්‍රාකාර හැඩය ගනියි.
- අනෙක් මුහුණත් හතර එකිනෙකට සමාන ත්‍රිකෝණාකාර හැඩය ගනියි.
- සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයේ ශීර්ෂ 5කි.
- සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයේ දාර 8කි. සියලු දාර සරල රේඛීය දාර වේ.

ක්‍රියාකාරකම 2

(1) රූපයේ දී ඇති එක් එක් හැඩය කොටු කඩදාසියක අඳින්න.

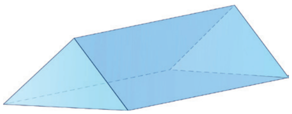
(2) එක් එක් රූපය කපා වෙන් කරගෙන එම රූප දාර දිගේ නවා ටේප් මගින් අලවා ගන්න.

(3) එවිට ලැබෙන එක් එක් ඝන වස්තුවේ නම ලියන්න.



25.3 ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය

බහු ප්‍රතිබිම්බ රටා පෙන්වන ක්‍රීඩා උපකරණයක් ලෙස භාවිත කෙරෙන බහු රූපේක්ෂකය (kaledoscope) නම් උපකරණයක රූපයක් මෙහි දැක්වේ. ඍජුකෝණාස්‍රාකාර තල දර්පණ තුනක් භාවිතයෙන් මෙය තනා ඇත.

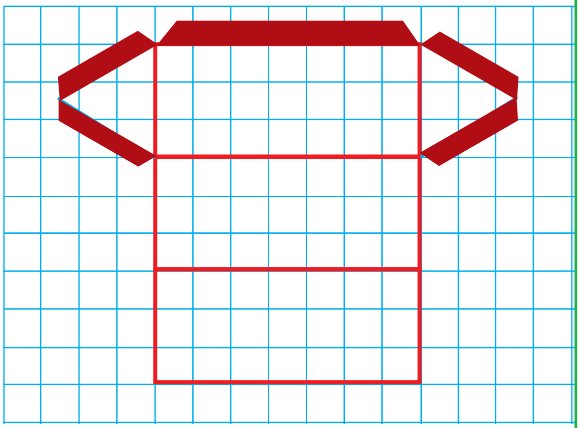


ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණත් තුනකින් හා ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙකකින් සෑදී ඇති ඝන වස්තුවක් **ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයක්** ලෙස හැඳින්වේ.

ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයෙහි ලක්ෂණ තුන්වන ක්‍රියාකාරකම මගින් හඳුනා ගනිමු.

ක්‍රියාකාරකම 3

පියවර 1 - මෙහි දැක්වෙන රූපය කොටු කඩදාසියක ඇඳ ගන්න. ඇඳගත් රූපය කපා වෙන් කර ගෙන බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එකක් වැනි ඝන කඩදාසියක පිටපත් කර ගන්න. නැතිනම් අලවා ගන්න.

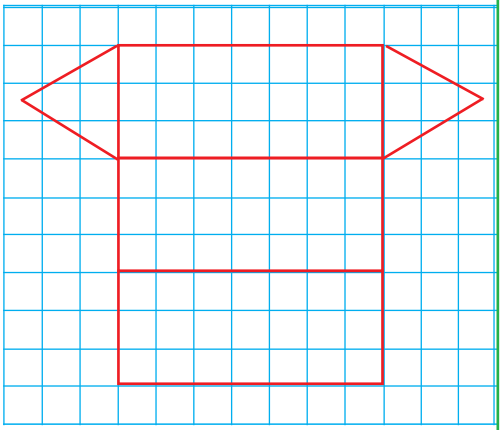


පියවර 2 - බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එක මත අඳින ලද හෝ අලවන ලද රූපය කපා වෙන් කර දාර ඔස්සේ නවා ඇලවුම් වාසි ඔස්සේ ඇලවීමෙන් ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයක ආකෘතියක් සකස් කර ගන්න.

පියවර 3 - සකස් කර ගත් ආකෘතිය ඇසුරෙන් ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයකට ඇති මුහුණත් ගණන, දාර ගණන සහ ශීර්ෂ ගණන සොයන්න. එහි වෙනත් සුවිශේෂී ලක්ෂණ පරීක්ෂා කරන්න.

පියවර 4 - එසේ හඳුනාගත් ලක්ෂණ අභ්‍යාස පොතේ ලියා දක්වන්න.

ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයක ආකෘතියක් සකස් කර ගැනීමට යොදා ගත් ඉහත රූපයේ ඇලවුම් වාසි නොමැති වූ විට එම රූපය **ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයේ පතරම** ලෙස හැඳින්වේ.



ඉහත ක්‍රියාකාරකමේ දී, ඔබ විසින් සකස් කළ වස්තුව ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයක ආකෘතිය යි.

ඔබට හඳුනාගත හැකි ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයේ ලක්ෂණ

- ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයේ මුහුණත් 5කි.
- ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයේ ත්‍රිකෝණාකාර හැඩය ඇති මුහුණත් 2කි. ඒවා ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් එකිනෙකට සමාන වේ.
- ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයේ අනෙකුත් මුහුණත් තුන ඍජුකෝණාස්‍රාකාර හැඩය ගනු ලැබේ.
- ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයේ ශීර්ෂ 6කි.
- ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයේ දාර 9කි. සියලු දාර සරල රේඛීය වේ.

25.1 අභ්‍යාසය

(1) සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයේ මුහුණත් ගණන, දාර ගණන සහ ශීර්ෂ ගණන ලියා දක්වන්න.

(2) බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් භාවිතයෙන් එක සමාන මිනුම් සහිත සමචතුරස්‍ර පිරමීඩ දෙකක් සාදා ගන්න.
   (i) සාදාගත් පිරමීඩ දෙකේ සමචතුරස්‍රාකාර මුහුණත් එක මත එක අලවා ගන්න.
   (ii) ලැබෙන ඝන වස්තුවේ මුහුණත් ගණන, දාර ගණන හා ශීර්ෂ ගණන කීයදැයි ලියා දක්වන්න.

(3) සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයක් සෑදිය හැකි වෙනත් පතරමක රූප සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.

(4) ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයක මුහුණත් ගණන, දාර ගණන සහ ශීර්ෂ ගණන ලියා දක්වන්න.

(5) එක සමාන ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්ම දෙකක සමාන වූ ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණත් දෙකක් එකට ඇල වූ විට ලැබෙන ඝන වස්තුවේ මුහුණත් ගණන ශීර්ෂ ගණන හා දාර ගණන කොපමණදැයි ලියන්න.

(6) ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයක් සෑදිය හැකි විවිධ පතරම් ඇඳ දක්වන්න.

25.4 ඔයිලර් සම්බන්ධතාව

ඔබ විසින් 6 ශ්‍රේණියේ දී අධ්‍යයනය කළ ඝන වස්තු ඇසුරෙන් හා ක්‍රියාකාරකම 1 හා 3හි දී නිර්මාණය කළ ඝන වස්තු නිරීක්ෂණය කිරීමෙන්, දී ඇති වගුවේ හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

ඝන වස්තුව	ශීර්ෂ ගණන (V)	මුහුණත් ගණන (F)	ශීර්ෂ ගණනේ හා මුහුණත් ගණනේ එකතුව ($V+F$)	දාර ගණන (E)
ඝනකය	8	6	8 + 6 = 14	12
ඝනකාභය	....	....	....	....
සවිධි චතුස්තලය	....	....	....	....
සමචතුරස්‍ර පිරමීඩය	....	....	....	....
ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය	....	....	....	....

වගුව සම්පූර්ණ කිරීමෙන් පසු, ශීර්ෂ ගණන සහ මුහුණත් ගණන සඳහන් තීරය ($V+F$ තීරය) හා දාර ගණන සඳහන් තීරය (E තීරය) වෙත ඔබගේ අවධානය යොමු කරන්න. එම ඝන වස්තුවලට අදාළව ($V+F$) තීරයේ අගයන් සෑම විට ම E තීරයේ අගයන්ට වඩා 2කින් වැඩි බව ඔබට පෙනෙනු ඇත.

ඒ අනුව, ඉහත ඝන වස්තුවල මුහුණත් හා ශීර්ෂ ගණන්වල එකතුව දාර ගණනට 2ක් එකතු කළ විට ලැබෙන අගයට සමාන වේ යන සම්බන්ධතාව ලැබේ.

ශීර්ෂ ගණන + මුහුණත් ගණන = දාර ගණන + 2

$$V + F = E + 2$$

සියලු මුහුණත් සමතල වූ ඝන වස්තු සඳහා පමණක් සත්‍යය වන ඉහත සම්බන්ධතාව මුල්වරට ඉදිරිපත් කර ඇත්තේ 18 වන සියවසේ ස්විස්ටර්ලන්තයේ විසූ ස්විස් ජාතික ලියෝන්හාඩ් ඔයිලර් (Leonhard Euler) නම් ගණිතඥයා විසිනි. එබැවින් ඉහත සම්බන්ධතාව, පසු කාලීන ව ඔයිලර් සූත්‍රය නමින් හඳුන්වන ලදි.

ඔයිලර් ගණිතඥයා

25.2 අභ්‍යාසය

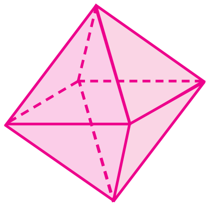
(1) එක්තරා ඝන වස්තුවක මුහුණත් 6ක් හා ශීර්ෂ 8ක් තිබිණි. ඔයිලර් සම්බන්ධතාව භාවිත කරමින් එම ඝන වස්තුවේ දාර ගණන සොයන්න.

(2) එක්තරා ඝන වස්තුවක ඇති දාර ගණන 8ක් සහ, මුහුණත් ගණන 5ක් නම්, එහි ඇති ශීර්ෂ ගණන සොයන්න.

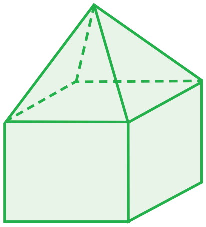
(3) ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයක මුහුණත් ගණන, ශීර්ෂ ගණන හා දාර ගණන ඇසුරෙන් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව සමඟ අනුකූල වන්නේ දැයි බලන්න.

(4) එක සමාන සමචතුරස්‍රාකාර පිරමීඩ දෙකක සමචතුරස්‍ර මුහුණත් එකිනෙක මත සම්පාත වන පරිදි ඇලවීමෙන් ලබා ගත් ඝන වස්තුවක් රූපයේ දැක්වේ.

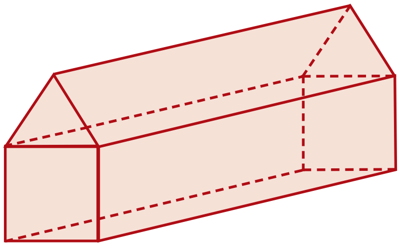
(i) මෙම ඝන වස්තුවේ දාර, මුහුණත් හා ශීර්ෂ ගණන සොයන්න.
(ii) එම අගයන් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව හා ගැළපෙන බව පෙන්වන්න.



(5) ඝනකයක් හා සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයක් එකතු කිරීමෙන් සෑදූ ඝන වස්තුවක් රූපයෙන් දැක්වේ. මෙම ඝන වස්තුවේ දාර ගණන, මුහුණත් ගණන සහ ශීර්ෂ ගණන සොයා එම අගයන් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව සමග අනුකූල වන්නේ දැයි බලන්න.



(6) ඝනකාභයක් සහ ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මයක් භාවිත කොට රූපයේ දැක්වෙන ඝන වස්තුව නිර්මාණය කර ඇත. එම ඝන වස්තුව ඇසුරෙන් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව සමග අනුකූල වන්නේ දැයි බලන්න.



(7) ඝනකයක් සහ ඝනකයේ මුහුණතකට සමාන ආධාරක සහිත පිරමීඩ 6ක් නිර්මාණය කරන්න. ඝනකයේ මුහුණත් වටා පිරමීඩ 6හි සමචතුරස්‍ර මුහුණත් ඇලවීමෙන් සංයුක්ත ඝන වස්තුවක් නිර්මාණය කරන්න.
(i) සාදාගත් ඝන වස්තුවේ දාර, මුහුණත් සහ ශීර්ෂ ගණන කීය ද?
(ii) එම අගයන් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව හා ගැළපේ ද?

සාරාංශය

- ආධාරකය සමචතුරස්‍රයකින් ද අනෙකුත් මුහුණත් පොදු ශීර්ෂයක් සහිත ප්‍රමාණයෙන් හා හැඩයෙන් එක සමාන ත්‍රිකෝණ හතරකින් ද සමන්විත ඝන වස්තුව සමචතුරස්‍ර පිරමීඩය නම් වේ.
- සමචතුරස්‍ර පිරමීඩය, දාර 8කින් ද මුහුණත් 5කින් ද ශීර්ෂ 5කින් ද සමන්විත වේ.
- ඍජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණත් තුනකින් සහ එකිනෙකට සමාන ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් දෙකකින් සමන්විත ඝන වස්තුව ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය නම් වේ.
- ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය දාර 9කින් ද මුහුණත් 5කින් ද ශීර්ෂ 6කින් ද සමන්විත වේ.
- ඝන වස්තුවක දාර ගණන E ද මුහුණත් ගණන F ද ශීර්ෂ ගණන V ද නම් $V + F = E + 2$ මගින් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව දැක්වේ.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.