11

சமச்சீர்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு தளவுருவின் சுழற்சிச் சமச்சீரை அறிந்து கொள்வதற்கும்
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உடைய தளவுரு ஒன்றின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசையைக் காண்பதற்கும்
- இருபுடைச் சமச்சீருடைய தளவுரு ஒன்றின் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கைக்கும் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசைக்கும் இடையிலான தொடர்பைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கும்

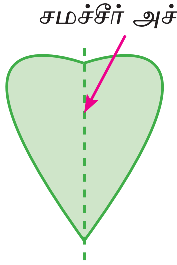
தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

11.1 இருபுடைச் சமச்சீர்

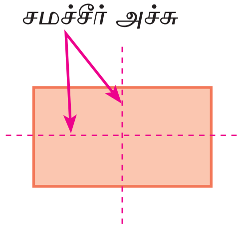
ஒரு தளவுருவானது நேர்கோடு வழியே மடிப்பதன் மூலம் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தக்கூடியவாறு இரு பகுதிகளாகப் பிரிக்கப்படுமாயின் அத்தளவுரு **இருபுடைச் சமச்சீருடைய தளவுருவென** தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். அம்மடிப்புக் கோடானது அவ்வுருவின் **சமச்சீர் அச்சு** எனவும் கற்றுள்ளீர்கள்.

இருபுடைச் சமச்சீரான உரு ஒன்றில் சமச்சீர் அச்சின் இரு பக்கங்களிலும் உள்ள பகுதிகள் இரண்டும் வடிவத்திலும் பரப்பளவிலும் சமனானவையாகும்.

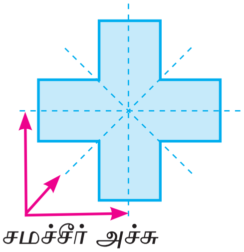
தளவுரு ஒன்றை நேர்கோடு வழியே மடித்துப் பெறப்படும் பகுதிகள் இரண்டும் வடிவத்திலும் பரப்பளவிலும் சமனாகும் போதிலும் அப்பகுதிகள் ஒன்றுடனொன்று பொருந்தாவிடின், அம்மடிப்புக் கோடு தளவுருவின் சமச்சீர் அச்சு அல்ல.



உரு 1



உரு 2



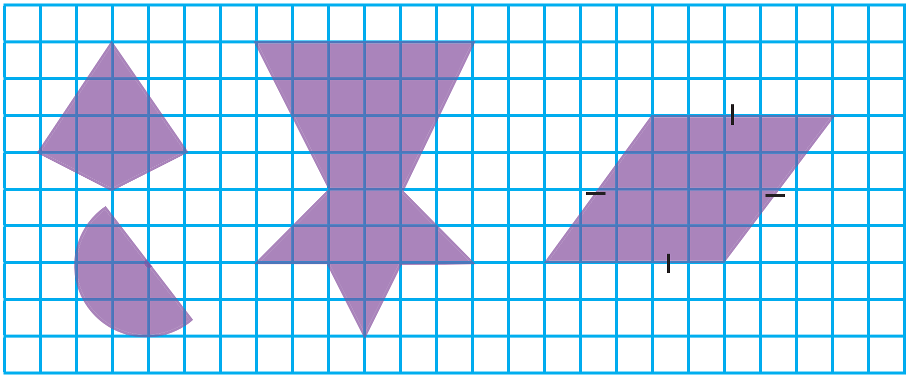
உரு 3

மேலே உள்ள உருக்களின் முறி கோடுகள் அவற்றின் சமச்சீர் அச்சுகளைக் குறிக்கின்றன.

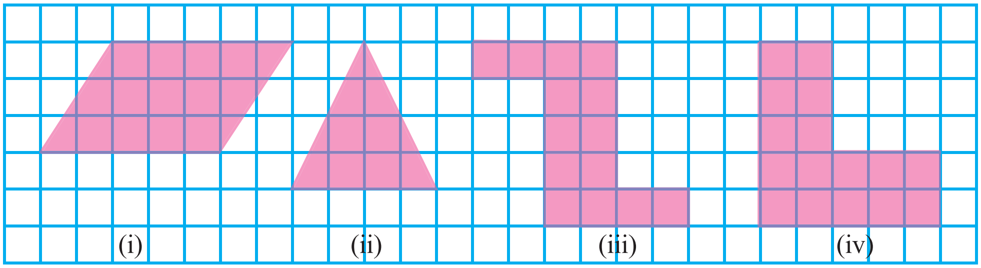
தரம் 7 இல் கற்ற இருபுடைச் சமச்சீர் பற்றிய அறிவை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

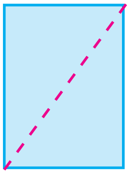
1. பின்வரும் தளவுருக்களை உங்கள் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து அவற்றின் சமச்சீர் அச்சுகளை வரைக.



2. பின்வரும் உருக்களில் இருந்து இருபுடைச் சமச்சீரான உருக்களைத் தெரிவுசெய்து அவற்றின் இலக்கங்களை எழுதுக.



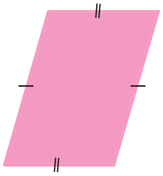
3. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள செவ்வகத்தில் அடையாளமிடப்பட்ட முறி கோடானது செவ்வகத்தை இரு சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கின்றது. அம்முறி கோடானது செவ்வகத்தின் சமச்சீரச்சு என ஆர்த்தி கூறுகின்றாள். அவளது கூற்று உண்மையன்று என்பதை விளக்குக.



4. (i) உருவிற் காட்டப்பட்ட இணைகரத்தைத் திசுத் தாளில் பிரதிசெய்து வெட்டிக் கொள்க.

   (ii) வெட்டிய உருவை ஏதாவதொரு முறையிலேனும் மடித்து இரு சம பகுதிகளைப் பெற முடியுமா?

   (iii) இதற்கேற்ப இணைகரமானது இருபுடைச் சமச்சீர் உருவன்று என்பதை எடுத்துரைக்க



11.2 சுழற்சிச் சமச்சீர்

குறித்த தளவுருவம் ஒன்று அதனுள் அமையும் புள்ளி ஒன்றினைப் பற்றி அத்தளத் திலேயே ஒரு முழுச் சுற்றுச் சுழலும்போது அது அவ்வுருவுடன் ஆகக்குறைந்தது ஒரு தடவையாவது பொருந்தும்.

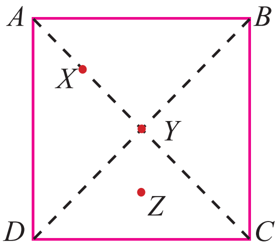
சில உருக்கள் அதனுள் அமையும் புள்ளியொன்றினைப் பற்றி ஒரு முழுச் சுற்றுச் சுழலும்போது பல தடவைகளில் அவ்வுருவுடன் பொருந்தும்.

இவ்வாறு பொருந்தும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையானது அத்தளவுருவத்தைச் சுழற்றத் தெரிவு செய்யப்படும் புள்ளிக்கேற்ப மாறுபடும்.

இப்பண்பைப் பற்றி மேலும் அறிந்துகொள்ளக் கீழே உள்ள செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

செயற்பாடு 1

படி 1 - அப்பியாசப் புத்தகத்தில் சதுரம் ஒன்றை வரைந்து அதனை $ABCD$ எனக் குறிக்க. உருவில் காட்டியுள்ளவாறு X, Y, Z என்னும் புள்ளிகளையும் குறிக்க.



படி 2 - ஊடுருவித் தெரியும் எண்ணெய்த் தாள் ஒன்றில் மேலே $ABCD$ உருவைப் பிரதிசெய்து X, Y, Z என்னும் புள்ளிகளைக் குறித்துக் கொள்க.

படி 3 - இரு உருக்களையும் பொருந்துமாறு வைத்து X என்னும் புள்ளியில் குண்டூசி ஒன்றைப் பொருத்துக.

படி 4 - குண்டூசியைப் பற்றி (அதாவது X என்னும் புள்ளியைப் பற்றி) எண்ணெய்த் தாளைச் சுழற்றி இரு உருக்களும் பொருந்தி வரும் தன்மையை பரீட்சிக்க. இங்கே X என்னும் புள்ளி பற்றி ஒரு சுற்றுச் சுழற்றும்போது இரு உருக்களும் பொருந்திவரும் தடவைகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

படி 5 - மேலுள்ளவாறே Y, Z என்னும் புள்ளிகள் பற்றிச் சுழலச் செய்து ஒரு சுற்றின்போது உருக்கள் இரண்டும் பொருந்தி வரும் தடவைகளின் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க.

படி 6 - கீழே உள்ள அட்டவணையை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

புள்ளி	X	Y	Z
பொருந்திய தடவைகளின் எண்ணிக்கை			

மேலேயுள்ள செயற்பாட்டின்போது X, Z என்னும் புள்ளிகளைப் பற்றிச் சுழற்றும்போது ஒரு முழுச் சுற்றின் இறுதியில் மட்டுமே இரு உருக்களும் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்தி வரும். Y என்னும் புள்ளியைப் பற்றிச் சுழற்றும்போது ஒரு முழுச் சுற்றின் முடிவில் 4 சந்தர்ப்பங்களில் இரு உருக்களும் ஒன்றுடனொன்று பொருந்துவதை அவதானிக்கக்கூடியதாக இருக்கும்.

குறித்த தளவுருவம் ஒன்று அதனுள் அமையும் ஒரு சிறப்புப் புள்ளியைப் பற்றி ஒரு முழுச் சுற்று அதாவது 360° சுழலும்போது ஒரு முழுச் சுற்றுக்கு முன் இரு உருக்களும் பொருந்தி வருமாயின் அவ்வுருக்குச் **சுழற்சிச் சமச்சீர்** காணப்படும். சுழற்றப்பட்ட புள்ளி அதன் **சுழற்சி மையமாகும்.**

சுழற்சிச் சமச்சீர்த் தன்மையுள்ள தளவுரு ஒன்று சுழற்சி மையம் அத் தளத்துக்குள் அமையாத புள்ளி ஒன்றைப் பற்றி ஒரு சுற்றுச் சுழலும்போது சுழற்சியின் இறுதியிலேயே மட்டும் அது ஆரம்ப உருவத்துடன் பொருந்தும்.

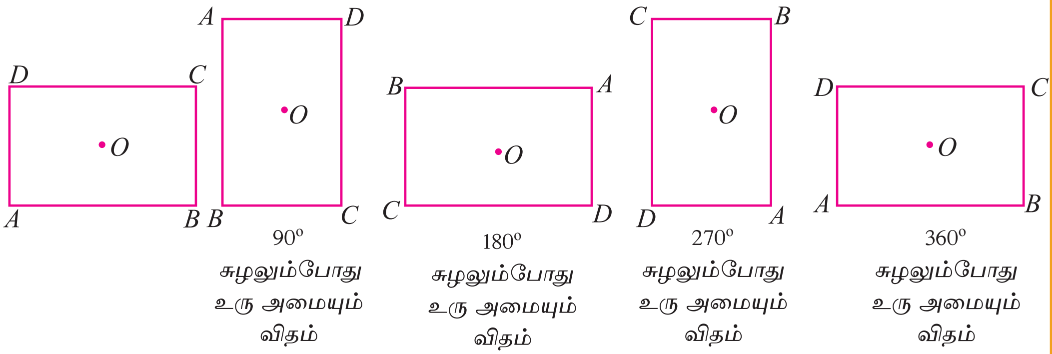
சுழற்சிச் சமச்சீர்த் தன்மை உள்ள தளவுருவம் ஒன்றை மேலே உள்ளவாறு சுழற்றும்போது ஒரு முழுச் சுற்றின் இறுதியில் உருக்கள் பொருந்தும் தடவை களின் எண்ணிக்கை ஒன்றிலும் கூடியது எனின் அத்தடவைகள் **சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை** எனப்படும்.

- மேலேயுள்ள செயற்பாட்டிற்கு அமைய சதுரமானது ஒரு சுழற்சிச் சமச்சீரான தளவுருவமாகும்.
- அதன் சமச்சீர் அச்சுகள் இடைவெட்டும் புள்ளி அதன் சுழற்சி மையம் ஆகும்.
- அதன் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை 4 எனவும் தெளிவாகின்றது.

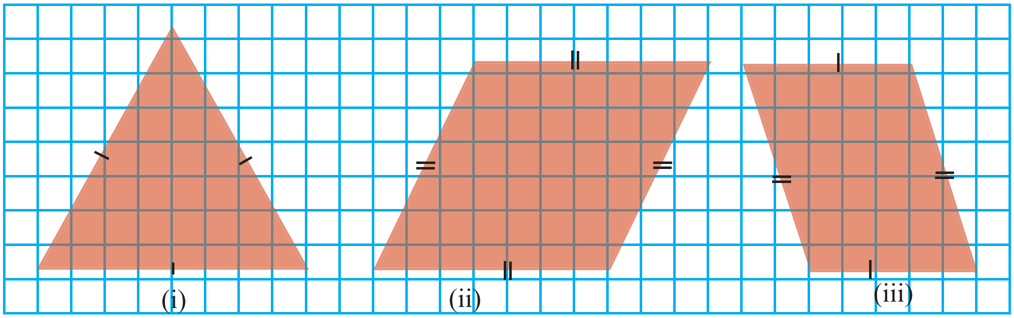
செயற்பாடு 2

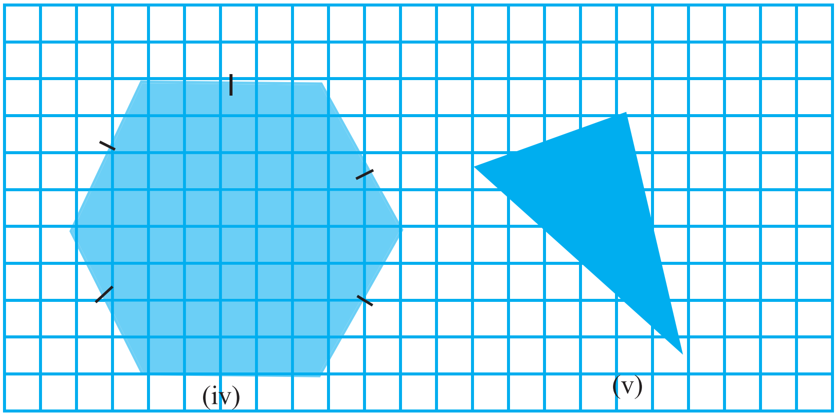
படி 1 - அப்பியாசப் புத்தகத்தில் செவ்வகம் ஒன்றை வரைந்து அதனை $ABCD$ எனக் குறிக்க.

படி 2 - எண்ணெய்த் தாள் ஒன்றில் $ABCD$ என்னும் செவ்வகத்தைப் பிரதியிடுக. செயற்பாடு 1 இல் செய்தது போன்று O என்னும் புள்ளியைப் பற்றி தாளை சுழலச் செய்து செவ்வகத்துக்குச் சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு / இல்லை என்பதை அவதானிக்க. சுழற்சிச் சமச்சீர் இருப்பதாயின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசையையும் காண்க.



படி 3 - பின்வரும் உருக்களை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைந்து சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ளனவா எனப் பரீட்சிக்க.





படி 4 - பின்வரும் அட்டவணையைப் பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.

தளவுருவம்	இருபுடைச் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கை	சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை
செவ்வகம் சமபக்க முக்கோணி சாய்சதுரம் இணைகரம் ஒழுங்கான அறுகோணி சமனில் பக்க முக்கோணி		

- பின்வரும் அட்டவணையை அவதானிக்க.

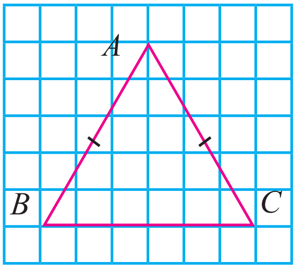
அட்டவணை 11.1

தளவுருவம்	சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கை	சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு/ இல்லை
சமபக்க முக்கோணி	3	3	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
இணைகரம்	0	2	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
சாய்சதுரம்	2	2	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
செவ்வகம்	2	2	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
சதுரம்	4	4	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
ஒழுங்கான ஐங்கோணி	5	5	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
ஒழுங்கான அறுகோணி	6	6	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு
ஒழுங்கான எண்கோணி	8	8	சுழற்சிச் சமச்சீர் உண்டு

மேலேயுள்ள அட்டவணைக்கமைய

- இருபுடைச் சமச்சீர் உள்ள சுழற்சிச் சமச்சீரைக் கொண்ட கேத்திரகணிதத் தளவுருவங்களின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சமம்.
- இருபுடைச் சமச்சீர் இல்லாத தளவுருவங்களுக்குச் சுழற்சிச் சமச்சீர் இருத்தல் கூடும். (இணைகரம்)
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள இருபுடைச் சமச்சீர் தளவுருவம் ஒன்றின் சமச்சீர் அச்சு களின் வெட்டுப் புள்ளி சுழற்சி மையமாகும்.
- சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை 2 அல்லது அதற்கு கூடியவை காணப்படும் தளவுருக்கள் சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள தளவுருக்கள் ஆகும்.
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள தளவுருவம் ஒன்றின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை ஒன்றிலும் கூடியது.

பயிற்சி 11.1



1. (i) ABC என்னும் இருசமபக்க முக்கோணியை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் வரைந்து அதன் சமச்சீரச்சையும் வரைக.

(ii) முக்கோணி ABC ஐ எண்ணெய்த் தாளில் பிரதிசெய்து பொருத்தமான விதத்தில் இரு சமபக்க முக்கோணிக்குச் சுழற்சி சமச்சீர் இருக்கின்றதா என அவதானிக்க.

(iii) இருபுடைச் சமச்சீர் உள்ள எல்லா உருவங்களுக்கும் சுழற்சி சமச்சீர் தன்மை இருக்குமா?

2. (i) இரண்டு அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட சமச்சீர் அச்சுகளையுடைய தளவுருவம் ஒன்றை வரைக.

(ii) நீர் வரைந்த உருவுக்குச் சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ளதா என பொருத்தமான விதத்தில் பரீட்சிக்க.

(iii) சுழற்சிச் சமச்சீர் இருப்பதாயின், சுழற்சி மையம் P எனக் குறித்து, சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசையைக் காண்க.

3. பின்வரும் கூற்றுகளைப் பிரதிசெய்து சரியான கூற்றுகளுக்கு எதிரே "✓" அடையாளமும் பிழையான கூற்றுகளுக்கு எதிரே "×" அடையாளமும் இடுக.
   (i) இருபுடைச் சமச்சீரான அனைத்து உருக்களும் சுழற்சிச் சமச்சீர் உடையவையாகும்.
   (ii) சுழற்சிச் சமச்சீரான அனைத்து உருக்களும் இருபுடைச் சமச்சீருடையதாகும்.
   (iii) இருபுடைச் சமச்சீரான தளவுரு ஒன்று சுழற்சிச் சமச்சீரும் கொண்டிருப்பின் அவ்வுருவின் சமச்சீர் அச்சுகளின் எண்ணிக்கையும் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசையும் சமனாகும்.
   (iv) சமச்சீர் அச்சு 1 இலும் கூடிய இருபுடைச் சமச்சீரான உரு ஒன்றின் சமச்சீர் அச்சுகள் இடைவெட்டும் புள்ளி அதன் சுழற்சி மையமாகும்.
   (v) சமனில் பக்க முக்கோணியில் இருபுடைச் சமச்சீர் அல்லது சுழற்சிச் சமச்சீர் இல்லை.

பொழிப்பு

- ஒரு குறித்த தளவுருவம் அதில் உள்ள ஒரு விசேட புள்ளி பற்றி ஒரு முழுச் சுற்றுச் சுற்றும்போது அதாவது 360° சுழலும்போது சுற்று முடிவடைவதற்கு முன்னர் அதன் தொடக்க அமைவுடன் பொருந்துமெனின், அத்தளவுருவத்திற்குச் சுழற்சிச் சமச்சீர் இருப்பதாகக் கூறப்படும்.
- ஒரு தளவுருவம் அதன் ஒரு குறித்த புள்ளியைப் பற்றிச் சுழல்கையில் ஒரு சுற்றைப் பூரணப்படுத்தும்போது பொருந்தும் தடவைகள் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை எனப்படும்.
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள இருபுடைச் சமச்சீரான ஒரு தள உருவத்தின் சமச்சீர் அச்சுகள் இடைவெட்டும் புள்ளி சுழற்சி மையம் எனப்படும்.
- சுழற்சிச் சமச்சீர் உள்ள ஒரு தளவுருவத்தின் சுழற்சிச் சமச்சீர் வரிசை 1 இலும் கூடியது.