



எண் கோலங்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- ஒரு தரப்பட்ட எண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பை இனங்காண்பதற்கும்
- ஓர் எண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பு தரப்படும்போது அந்த எண் கோலத்தின் யாதாயினும் ஓர் உறுப்பை இனங்காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

1.1 எண் கோலங்களும் ஓர் எண் கோலத்தின் உறுப்புகளும்

3 இலிருந்து 11 வரை முறையே அதிகரித்துச் செல்லும் ஒழுங்கில் ஒற்றை எண்களை எழுதுவோம்.

3, 5, 7, 9, 11

இது 3 இலிருந்து 11 வரையுள்ள ஒற்றை எண்கள் முறையே அதிகரித்துச் செல்லும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்ட ஒற்றை எண்களின் கோலமாகும்.



- இவ்வாறே யாதாயினுமோர் எண்ணில் தொடங்கி யாதாயினுமோர் உறுதியான முறைக்கு அல்லது விதிக்கு உட்பட்டு நிறைவெண்களை ஓர் ஒழுங்கில் எழுதும்போது பெறப்படும் எண் கூட்டத்தை **எண் கோலம்** என அழைப்போம்.
- ஓர் எண் கோலத்தில் அமைந்துள்ள ஒவ்வோர் எண்ணும் அவ்வெண் கோலத்தின் ஓர் **உறுப்பு** எனப்படும்.
- ஓர் எண் கோலத்தின் தொடக்க எண் முதலாம் உறுப்பு எனவும் முறையே அடுத்துள்ள உறுப்புகள் இரண்டாம், மூன்றாம், நான்காம் உறுப்புகள் எனவும் பெயரிடப்படும்.
- ஓர் எண் கோலத்தில் உறுப்புகளுக்கிடையில் கால் மாத்திரையை (,) இடுவதன் மூலம் உறுப்புகள் வேறாக்கி அறியப்படுகின்றன.

3, 5, 7, 9, 11 என்னும் 3 இலிருந்து 11 வரையுள்ள முறையே அதிகரித்துச் செல்லும் வகையில் எழுதப்பட்டுள்ள ஒற்றை எண் கோலத்தை மீண்டும் கருதுவோம்.

இங்கு முதலாம் உறுப்பு 3 உம் நான்காம் உறுப்பு 9 உம் ஆகும். இறுதி உறுப்பு அல்லது 5 ஆம் உறுப்பு 11 ஆகும். இவ்வெண் கோலத்தில் ஐந்து உறுப்புகள் மாத்திரம் உள்ளன. அதாவது உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை முடிவுள்ளதாகும். இவ்வாறு உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை உறுதியாகத் தெரிந்த எண் கோலங்கள் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை முடிவுள்ளதான எண் கோலங்கள் எனப்படும்.

3, 5, 9, 7, 11



முடிவிலி எண் கோலங்கள்

இரண்டில் தொடங்கி முறையே அதிகரித்துச் செல்லும் ஒழுங்கில் இரட்டை எண்களை எழுதுவோம்.

2, 4, 6, 8, ...

இது இரண்டில் தொடங்கி அதிகரித்துச் செல்லும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்ட எண் கோலம் எனத் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள்.

2, 4, 6, 8, ...



இவ்வெண் கோலத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை எத்தனை என உறுதியாகக் கூற முடியாது என்பதால் சகல உறுப்புகளையும் நாம் எழுதிவிட முடியாது. இவ்வாறான எண் கோலங்கள் முடிவிலி எண் கோலங்கள் எனப்படும். எனவே எண் கோலத்தை அறிந்து கொள்ளத் தக்கவாறு முதல் உறுப்புகள் சிலவற்றை முறையே எழுதி எஞ்சிய உறுப்புகளைக் காட்டுவதற்கு மேற்குறித்தவாறு மூன்று புள்ளிகள் இடப்படும்.

உதாரணம் 1

கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு எண் கோலத்திலும் உள்ள உறுப்புகளை எழுதுக.

- 1 இற்கும் 17 இற்கும் இடையில் உள்ள முதன்மை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம்.
- 1 இல் தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள ஒற்றை எண் கோலம்.
- முதலாம் உறுப்பு 1 ஆகவும் அடுத்த உறுப்புகள் மாறி மாறி 2, 1 ஆகவும் வரும் எண் கோலம்.



- 2, 3, 5, 7, 11, 13.
- 1, 3, 5, 7, 9, ...
- 1, 2, 1, 2, 1, 2, ...



குறிப்பு

2, 4, 8 ... என்னும் எண் கோலத்தைக் கருதுவோம்.

முதலாம், இரண்டாம், மூன்றாம் உறுப்புகளை முறையே 2, 4, 8 எனக் கொண்டுள்ள ஓர் எண் கோலம் மேலே தரப்பட்டுள்ளது.

இவ்வாறு உறுப்புகள் அமைந்துள்ள இரண்டு எண் கோலங்களை நாம் இலகுவாக எழுதலாம்.

2, 4, 8, ...?



- (i) 2, 4, 8, 16, 32, 64, ... இங்கு முன்னைய உறுப்பை 2 ஆல் பெருக்குவதன் மூலம் அடுத்த உறுப்பு பெறப்படுகின்றது.
- (ii) 2, 4, 8, 10, 20, 22, 44, ... இங்கு முதலாம் உறுப்புடன் 2 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் இரண்டாம் உறுப்பும் இரண்டாம் உறுப்பை 2 ஆல் பெருக்குவதன் மூலம் மூன்றாம் உறுப்பும் மூன்றாம் உறுப்புடன் 2 ஐக் கூட்டுவதன் மூலம் நான்காம் உறுப்பும் பெறப்படுகின்றன.

முதல் சில உறுப்புகள் சமனாக இருக்கும் ஒன்றுக்கு மேற்பட்ட எண் கோலங்கள் இருக்கலாம் என்பது இதிலிருந்து தெரிகின்ற முக்கிய விடயமாகும்.

பயிற்சி 1.1

1. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

- | | |
|--|--|
| (i) 1, 3, 5, 7, 9, ... என்னும் எண் கோலத்தில் | (ii) 4, 8, 12, 16, 20, ... என்னும் எண் கோலத்தில் |
| முதலாம் உறுப்பு = | முதலாம் உறுப்பு = |
| இரண்டாம் உறுப்பு = | இரண்டாம் உறுப்பு = |
| நான்காம் உறுப்பு = | ஐந்தாம் உறுப்பு = |

2. பின்வரும் எண் கோலங்கள் ஒவ்வொன்றினதும் உறுப்புகளை எழுதுக.

- (i) 1 இற்கும் 9 இற்குமிடையே உள்ள இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம்.
- (ii) 6 இலிருந்து 36 வரையுள்ள 6 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம்.
- (iii) 7 இலும் கூடிய இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம்.
- (iv) 2 இல் தொடங்கி முறையே அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்டுள்ள முதன்மை எண் கோலம்.

3. பின்வரும் கூற்றுகளைப் பயிற்சிப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து, சரியானவற்றுக்கு எதிரே ✓ எனவும் பிழையானவற்றுக்கு எதிரே x எனவும் குறிப்பிடுக.

- ஓர் எண் கோலத்தின் உறுப்புகள் எப்போதும் ஒழுங்குமுறையில் அதிகரிக்குமாறு இருத்தல் வேண்டும்.
- ஓர் எண் கோலத்தில் உள்ள உறுப்புகளின் பெறுமானங்கள் ஒன்றிலிருந்து தொன்று வேறுபடுதல் வேண்டும்.
- ஓர் எண் கோலத்தின் 10 ஆம் உறுப்பு வேறோர் எண் கோலத்தின் 10 ஆம் உறுப்புக்குச் சமனற்றதெனின், அவ்விரு எண் கோலங்களும் சமமற்றனவாகும்.

1.2 எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

ஓர் எண் கோலத்தின் எந்தவோர் உறுப்பையும் இலகுவாகக் கண்டறியும் முறையை ஆராய்வோம்.

2, 4, 6, 8... இவ்வெண் கோலத்தின் 103 ஆவது உறுப்பு யாதாகும்?



ஓர் எண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பை n இன் சார்பிலான ஓர் அட்சரகணிதக் கோவையினால் எடுத்துரைக்கத்தக்கதாக இருக்கும்போது அது எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு எனப்படும்.

இதன் மூலம் எண் கோலத்தில் அமைந்துள்ள எந்தவோர் உறுப்பினதும் எண் பெறுமானத்தை நாம் பெற்றுக்கொள்ளலாம்.

• யாதாயினும் ஓர் எண்ணின் மடங்குக் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

➤ 2 இல் தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்ட இரண்டின் மடங்குகளின் எண் கோலத்தைக் கருதுவோம்.

2, 4, 6, 8, ...

இவ்வெண் கோலத்தில் ஐந்தாம் உறுப்பிலிருந்து உள்ள உறுப்புகள் எழுதப்படவில்லை. ஆயினும் ஐந்தாம் உறுப்பு 10 எனவும் ஆறாம் உறுப்பு 12 எனவும் 7 ஆம் உறுப்பு 14 எனவும் நாம் இலகுவில் தீர்மானிக்கலாம்.

இவ்வெண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பைக் காண்போம்.



ஒவ்வோர் உறுப்பினதும் பெறுமானம் பெறப்பட்டுள்ள விதம் பின்வரும் அட்டவணையில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

உறுப்பு	உறுப்பின் பெறுமானம்	உறுப்பின் பெறுமானம் பெறப்பட்ட விதம்
1 ஆம் உறுப்பு	2	2×1
2 ஆம் உறுப்பு	4	2×2
3 ஆம் உறுப்பு	6	2×3
4 ஆம் உறுப்பு	8	2×4
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
10 ஆம் உறுப்பு	20	2×10
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n ஆம் உறுப்பு	$2n$	$2 \times n$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

மேற்குறித்த அட்டவணையின் மூன்றாம் நிரலுக்கேற்ப, எண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பு $2 \times n$ அதாவது $2n$ ஆகும்.

இங்கு n ஆம் உறுப்பின் பெறுமானம் $2n$ ஆக இருக்கும் அதே வேளை $2n$ என்பது இந்த எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு எனப்படும். $2n$ இல் n இற்குப் பல்வேறு பெறுமானங்களைப் பிரதியிடுவதன் மூலம் எண் கோலத்தில் இருக்கும் அவ்வுறுப்புகளின் எண் பெறுமானத்தை நாம் பெறலாம்.

ஓர் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பில் n இற்கு எப்போதும் நேர் நிறைவேண் இருத்தல் வேண்டும்.

மேற்குறித்த எண் கோலம் 2 இலிருந்து தொடங்கி இரட்டை எண்கள் அதிகரிக்கும் விதத்தில் உறுப்புகள் இருக்கும் எண் கோலம் ஆகும்.

- 2 இலிருந்து தொடங்கும் இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n$ ஆகும்.
- 2 இலிருந்து தொடங்கும் 2 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

2 இல் தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்ட 2 இன் மடங்குகளின் கோலத்தில்

(i) 11 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(ii) 103 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.

(iii) 728 இவ்வெண் கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு எனக் காண்க.



(i) பொது உறுப்பு = $2n$

$n = 11$ ஆகையால்

$$11 \text{ ஆம் உறுப்பு} = 2 \times 11 = 22$$

(ii) 103 ஆம் உறுப்பு = 2×103

$$= 206$$

(iii) 728 இரண்டின் ஒரு மடங்கு ஆகையால் அது இந்த எண் கோலத்தில் இருக்க வேண்டும். அது எத்தனையாம் உறுப்பு என இனங்காண்பதற்குப் பொது உறுப்பை இவ்வெண்ணிற்குச் சமப்படுத்தி n இன் பெறுமானத்தைப் பெற வேண்டும்.

$$2n = 728$$

$$\frac{2n}{2} = \frac{728}{2}$$

$$n = 364$$

இதற்கேற்ப 728 ஆனது இந்த எண் கோலத்தின் 364 ஆம் உறுப்பு ஆகும்

➤ 3 இலிருந்து தொடங்கி 3 இன் மடங்குகள் அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் எழுதப்படும் எண் கோலத்தைக் கருதுவோம்.

இந்த எண் கோலம் 3, 6, 9, 12, ... ஆகும்.

இவ்வெண் கோலத்தில் ஒவ்வோர் உறுப்பினதும் பெறுமானம் கிடைத்துள்ள விதம் பின்வரும் அட்டவணையில் காணப்படுகின்றது.



உறுப்பு	உறுப்பின் பெறுமானம்	உறுப்பின் பெறுமானம் பெறப்பட்ட விதம்
1 ஆம் உறுப்பு	3	3×1
2 ஆம் உறுப்பு	6	3×2
3 ஆம் உறுப்பு	9	3×3
4 ஆம் உறுப்பு	12	3×4
⋮	⋮	⋮
10 ஆம் உறுப்பு	?	3×10
⋮	⋮	⋮
n ஆம் உறுப்பு	$3n$	$3 \times n$
⋮	⋮	⋮

மேற்குறித்த அட்டவணையில் மூன்றாம் நிரலுக்கேற்ப இந்த எண் கோலத்தின் n ஆம் உறுப்பு $3 \times n$, அதாவது $3n$ ஆகும்.

3 இலிருந்து தொடங்கும் 3 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $3n$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப

- 4 இலிருந்து தொடங்கி 4 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்ட எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $4n$ ஆகும்.
- 7 இலிருந்து தொடங்கும் 7 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்ட எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $7n$ ஆகும்.

உதாரணம் 2

3 இல் தொடங்கி 3 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் அமைந்துள்ள எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $3n$ ஆகும்.

- இக்கோலத்தின் 13 ஆம் உறுப்பைக் காண்க.
- 87 இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு எனக் காண்க.



- இந்த எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $= 3n$
 $\therefore$ இவ்வெண் கோலத்தின் 13 ஆம் உறுப்பு $= 3 \times 13 = 39$
- $3n = 87$

இச்சமன்பாட்டில் n இற்கான பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$$n = \frac{87}{3} = 29$$

$\therefore$ 87 ஆனது இவ்வெண் கோலத்தின் 29 ஆம் உறுப்பாகும்.

உதாரணம் 3

பொது உறுப்பு $4n$ ஆகவுள்ள நான்கிலிருந்து தொடங்கும் 4 இன் மடங்குகள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண்கோலத்தில்

- (i) 10 ஆம் உறுப்பு யாது?
- (ii) 11 ஆம் உறுப்பு யாது?
- (iii) 100 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?
- (iv) 43 இந்த எண் கோலத்தின் ஓர் உறுப்பா? விடைக்குக் காரணம் யாது?



(i) இக்கோலத்தின் பொது உறுப்பு $= 4n$

$$\therefore 10 \text{ ஆம் உறுப்பு} = 4 \times 10$$

$$= 40$$

(ii) இக்கோலத்தின் பொது உறுப்பு $= 4n$

$$\therefore 11 \text{ ஆம் உறுப்பு} = 4 \times 11$$

$$= 44$$

(iii) இக்கோலத்தின் பொது உறுப்பு $4n$ ஆகையால்,

$$4n = 100$$

$$\frac{4n}{4} = \frac{100}{4}$$

$$n = 25$$

$\therefore$ 100 ஆனது கோலத்தின் 25 ஆம் உறுப்பு ஆகும்.

(iv) $4n = 43$ ஆக இருக்கும்போது

$$\frac{4n}{4} = \frac{43}{4}$$

$$n = 10\frac{3}{4} \text{ (இது ஒரு நேர் நிறைவெண்ணன்று)}$$

$\therefore$ 43 என்பது இவ்வெண் கோலத்தின் ஓர் உறுப்பன்று.

43 ஆனது 4 இன் ஒரு மடங்கு அன்று. ஆகவே 43 ஆனது இவ்வெண் கோலத்தின் ஓர் உறுப்பு ஆக இருக்க முடியாது.

பயிற்சி 1.2

1. பின்வரும் அட்டவணையைப் பிரதிசெய்து பூரணப்படுத்துக.

எண் கோலம்	முதலாம் உறுப்பு	பொது உறுப்பு
5, 10, 15, 20, ...		
10, 20, 30, 40, ...		
8, 16, 24, 32, ...		
7, 14, 21, 28, ...		
12, 24, 36, 48, ...		
1, 2, 3, 4, ...		

2. 3 இற்கும் 33 இற்குமிடையே ஐந்தின் மடங்குகள் அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் உறுப்புகள் இருக்கும் எண் கோலத்தை எழுதுக.
3. 11, 22, 33, 44, ... என்பது 11 இலிருந்து தொடங்கி முறையே அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்ட 11 இன் மடங்குக் கோலத்தில்
 (i) பொது உறுப்பு யாது?
 (ii) 9 ஆம் உறுப்பு யாது?
 (iii) 121 இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு ஆகும்?
4. 9, 18, 27, 36, ... என்பது 9 இலிருந்து தொடங்கி முறையாக அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் எழுதப்பட்ட 9 இன் மடங்குக் கோலம் ஆகும்.
 (i) பொது உறுப்பு யாது?
 (ii) 11 ஆம் உறுப்பு யாது?
 (iii) 270 இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு ஆகும்?
5. பொது உறுப்பு 100 n ஆகவுள்ள எண் கோலத்தில்
 (i) 11 ஆம் உறுப்பு யாது?
 (ii) 500 இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?
6. 100 இலும் கூடிய, 3 இன் மிகச் சிறிய மடங்கு யாது? அவ்வெண் 3 இலிருந்து தொடங்கும் 3 இன் மடங்குக் கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு ஆகும்.
7. 1 இலும் பெரிய, ஆனால் 200 இலும் குறைந்த இரட்டை எண்கள் அதிகரிக்கும் ஒழுங்கில் இருக்கும் எண் கோலத்தில் n ஆம் உறுப்பு (பொது உறுப்பு) யாது? n இன் மிகச் சிறிய பெறுமானம் 1 ஆக இருக்கும் அதே வேளை அது எடுக்கத்தக்க மிகப் பெரிய பெறுமானம் யாது?
8. 2 மில்லியன் சனத்தொகை உள்ள ஒரு நாட்டில் ஒவ்வொரு 25 ஆண்டுகளிலும் சனத்தொகை இரண்டின் மடங்காவதாக மதிப்பிடப்பட்டுள்ளது. 200 ஆண்டுகளில் அந்நாட்டின் சனத்தொகையை மதிப்பிடுக.

• ஒற்றை எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

ஒற்றை எண்கள் என்பவை 2 இனால் வகுக்கப்படும்போது 1 மீதியாக இருக்கும் எண்கள் ஆகும் என நீங்கள் முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள்.

1, 3, 5, 7, ... என்னும் எண் கோலம் ஒற்றை எண்கள் அதிகரிக்கும் விதத்தில் உறுப்புக்கள் இருக்கும் எண் கோலம் ஆகும்.

ஓர் ஒற்றை எண்ணை 2 இனால் வகுக்கும்போது 1 மீதியாக இருக்கின்றமையால், ஒவ்வோர் 2 இன் மடங்கிலிருந்தும் ஒன்றைக் கழிக்கும்போது ஒற்றை எண் கிடைத்தல் வேண்டும்.

இதற்கேற்ப ஒற்றை எண் கோலம் அமைக்கப்படும் விதத்தைப் பின்வரும் அட்டவணைலிருந்து இனங்காண்க.

உறுப்பு	2 இன் மடங்கு	2 இன் மடங்கு - 1	ஒற்றை எண்
1 ஆம் உறுப்பு	$2 = 2 \times 1$	$(2 \times 1) - 1$	$2 - 1 = 1$
2 ஆம் உறுப்பு	$4 = 2 \times 2$	$(2 \times 2) - 1$	$4 - 1 = 3$
3 ஆம் உறுப்பு	$6 = 2 \times 3$	$(2 \times 3) - 1$	$6 - 1 = 5$
⋮	⋮	⋮	⋮
10 ஆம் உறுப்பு	$20 = 2 \times 10$	$(2 \times 10) - 1$	$20 - 1 = 19$
⋮	⋮	⋮	⋮
n ஆம் உறுப்பு	$2n = 2 \times n$	$(2 \times n) - 1$	$2n - 1$
⋮	⋮	⋮	⋮

ஆகவே, 2 இன் மடங்குக் கோலத்தின் பொது உறுப்பாகிய $2n$ இன் சார்பில் ஒற்றை எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பையும் காட்டலாம்.

∴ 1 இல் தொடங்கி ஒற்றை எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n - 1$ ஆகும்.



உதாரணம் 4

1, 3, 5, 7, ... என்னும் 1 இலிருந்து தொடங்கும் ஒற்றை எண் கோலத்தில்

- (i) பொது உறுப்பு யாது?
- (ii) 72 ஆம் உறுப்பு யாது?
- (iii) 51 இவ்வெண் கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு ஆகும்?



- (i) எண் கோலம் ஒற்றை எண் கோலம் ஆகையால்,
பொது உறுப்பு $= 2n - 1$ ஆகும்.

- (ii) $n = 72$ ஆக இருக்கும்போது 72 ஆம் உறுப்பு $= 2 \times 72 - 1$
 $= 144 - 1$
 $= 143$

- (iii) n ஆம் உறுப்பு 51 எனக் கொள்வோம்.

$$\text{அப்போது } 2n - 1 = 51$$

$$2n - 1 + 1 = 51 + 1$$

$$2n = 52$$

$$\frac{2n}{2} = \frac{52}{2}$$

$$n = 26$$

$\therefore$ 51 ஆனது மேற்குறித்த கோலத்தின் 26 ஆம் உறுப்பு ஆகும்.

பயிற்சி 1.3

1. 1 இலிருந்து தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்படும் ஒற்றை எண் கோலத்தின்
 - (i) 12 ஆம் உறுப்பு யாது?
 - (ii) 15 ஆம் உறுப்பு யாது?
 - (iii) 89 எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?
 - (iv) 100 இலும் குறைந்த மிகப் பெரிய ஒற்றை எண் இக்கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பாகும்?
2. 2 இலிருந்து தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்படும் இரட்டை எண் கோலத்தின் 34 ஆம் உறுப்பையும் 1 இலிருந்து தொடங்கி ஏறுவரிசையில் எழுதப்படும் ஒற்றை எண் கோலத்தின் 34 ஆம் உறுப்பையும் கூட்டும்போது கிடைக்கும் பெறுமானத்தைக் காண்க.



சதுர எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

1, 4, 9, 16, ... என்பன முறையே அதிகரிக்கும் விதத்தில் எழுதப்பட்ட சதுர எண்கள் என நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். அக்கோலம் சதுரமாகப் புள்ளி வரிப்படத்தினால் வகைகுறிக்கப்படும் விதம் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

முதலாம்
உறுப்பு



$$1 \times 1$$

$$1^2$$

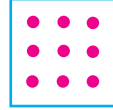
இரண்டாம்
உறுப்பு



$$2 \times 2$$

$$2^2$$

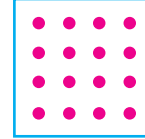
மூன்றாம்
உறுப்பு



$$3 \times 3$$

$$3^2$$

நான்காம்
உறுப்பு



$$4 \times 4$$

$$4^2$$

அதற்கேற்ப 1 இல் தொடங்கி சதுர எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தில்

$$\text{முதலாம் உறுப்பு} = 1 \times 1 = 1^2 = 1$$

$$\text{இரண்டாம் உறுப்பு} = 2 \times 2 = 2^2 = 4$$

$$\text{மூன்றாம் உறுப்பு} = 3 \times 3 = 3^2 = 9$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$10 \text{ ஆம் உறுப்பு} = 10 \times 10 = 10^2 = 100$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$n \text{ ஆம் உறுப்பு} = n \times n = n^2$$

∴ 1 இல் இருந்து தொடங்கி ஏறுவரிசையில் இருக்கும் சதுர எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு n^2 ஆகும்.

● முக்கோண எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு

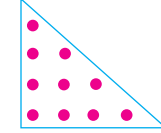
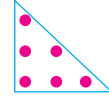
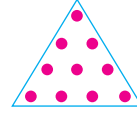
1, 3, 6, 10, 15, ... என்பது 1 இலிருந்து தொடங்கி முறையே அதிகரிக்கும் விதத்தில் எழுதப்படும் முக்கோண எண்கள் என நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்றுள்ளீர்கள். அவற்றைப் புள்ளிகளால் பின்வரும் இரு விதங்களில் வகைகுறிக்கலாம்.

முதலாம்
உறுப்பு

இரண்டாம்
உறுப்பு

மூன்றாம்
உறுப்பு

நான்காம்
உறுப்பு



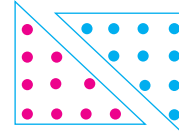
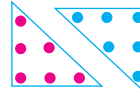
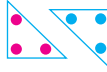
$$1$$

$$1 + 2 = 3$$

$$1 + 2 + 3 = 6$$

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

எண் கோலத்தில் ஒவ்வொரு முக்கோண எண்ணையும் வகைகுறிக்கும் முக்கோணியை ஒத்த இரு முக்கோணிகளைப் பின்வருமாறு ஒன்றாக இணைப்பதன் மூலம் எண் கோலத்தின் ஒவ்வொரு உறுப்பையும் போல் இரு மடங்கான புள்ளிகளின் எண்ணிக்கை இருக்கும் செவ்வக அமைவுகளைப் பெறலாம்.



நிரைகளின்
எண்ணிக்கை

$$1$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

நிரல்களின்
எண்ணிக்கை

$$2$$

$$3$$

$$4$$

$$5$$

புள்ளிகளின் மொத்த
எண்ணிக்கை

$$1 \times 2$$

$$2 \times 3$$

$$3 \times 4$$

$$4 \times 5$$

முக்கோணிகளின்
எண்ணிக்கை

$$\frac{1 \times 2}{2} = 1$$

$$\frac{2 \times 3}{2} = 3$$

$$\frac{3 \times 4}{2} = 6$$

$$\frac{4 \times 5}{2} = 10$$



இதற்கேற்ப 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தில்

$$\text{முதலாம் உறுப்பு} = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

$$\text{இரண்டாம் உறுப்பு} = \frac{2 \times 3}{2} = 3$$

$$\text{மூன்றாம் உறுப்பு} = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

$$\text{நான்காம் உறுப்பு} = \frac{4 \times 5}{2} = 10$$

$$\vdots \quad \vdots$$

$$10 \text{ ஆம் உறுப்பு} = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

$$\vdots \quad \vdots$$

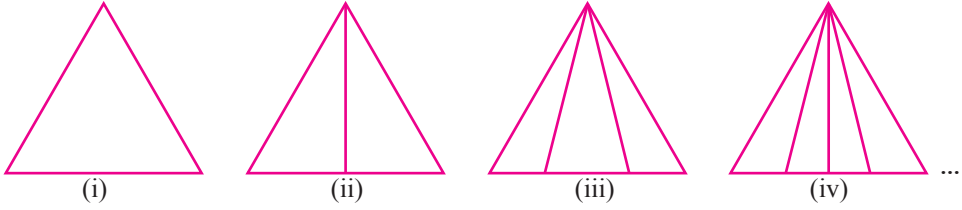
$$n \text{ ஆம் உறுப்பு} = \frac{n \times (n + 1)}{2} = \frac{n(n + 1)}{2}$$

∴ 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $\frac{n \times (n + 1)}{2}$, அதாவது $\frac{n(n + 1)}{2}$ ஆகும்.

பயிற்சி 1.4

- 1 இல் தொடங்கிச் சதுர எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் 10 ஆம் உறுப்பு யாது?
- 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் 10 ஆம் உறுப்பு யாது?
- 1 இல் தொடங்கிச் சதுர எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தில் 1 இலும் பெரிய 50 இலும் சிறிய ஓர் உறுப்பு, 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்திலும் ஓர் உறுப்பாகும்.
 - அவ்வுறுப்பு யாது?
 - அவ்வுறுப்பு எத்தனையாம் சதுர எண் ஆகும்?
 - அவ்வுறுப்பு எத்தனையாம் முக்கோண எண் ஆகும்?
- "1 இலிருந்து தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் 14 ஆம், 15 ஆம் உறுப்புகள் இரண்டினதும் கூட்டுத்தொகை ஒரு சதுர எண் ஆகும்." இக்கூற்று உண்மையானது எனக் காட்டி, அது சதுர எண் கோலத்தின் எத்தனையாம் உறுப்பு எனக் காண்க.

5. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு முக்கோணியிலும் உள்ள முக்கோணிகளின் மொத்த எண்ணிக்கையை எழுதுக.



மேலே ஒவ்வொரு உருவிலும் முக்கோணிகளின் மொத்த எண்ணிக்கை இடம்பெறும் எண் கோலம் 1 இலிருந்து தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலமாகும். இவ்வொழுங்கில் தொடர்ந்து வரையப்பட்ட 8 ஆவது உருவில் உள்ள முக்கோணிகளின் மொத்த எண்ணிக்கையைக் காண்க.

6. புதிதாகக் கொண்டுவரப்பட்ட உண்டியலில் முதல் நாள் ரூ. 1 ஐ இட்டுப் பணத்தைச் சேமிக்கத் தொடங்கிய கீதா இரண்டாம் நாளில் ரூ. 2, மூன்றாம் நாளில் ரூ. 3 என்றவாறு பணத்தைச் சேமித்தால், 10 ஆம் நாள் முடிவடையும்போது அவ்வுண்டியலில் இருக்கும் மொத்தப் பணம் எவ்வளவு?

பலவினப் பயிற்சி

- முதலாம் உறுப்பு 1 ஆகவுள்ள ஒற்றை எண் கோலத்தின் முதல் உறுப்பிலிருந்து முறையே இரண்டு உறுப்புகள், மூன்று உறுப்புகள், நான்கு உறுப்புகள் என்றவாறு கூட்டும்போது ஒரு விசேட எண் வகை கிடைக்கின்றது.
 - அவ்வெண்களுக்கு வழங்கும் விசேட பெயர் யாது?
 - முதல் உறுப்பிலிருந்து முறையே 15 உறுப்புகளைக் கூட்டும்போது கிடைக்கும் எண்ணைக் காண்க.
- விற்பனைக்காக வர்த்தக நிறுவனத்திற்குக் கொண்டு வரப்பட்ட பால் தகரப் பேணிகள் ஓர் எண் கோலத்தில் பின்வருமாறு அடுக்கி வைக்கப்பட்டுள்ளது. கீழ்த் தட்டில் 10 தகரப் பேணிகள் உள்ளன. ஒவ்வொரு தட்டிலும் அதற்குக் கீழே உள்ள தகரப்பேணி எண்ணிக்கையிலும் பார்க்க 1 குறைவாக அடுக்கப்பட்டுள்ளது.
 - வர்த்தக நிறுவனத்திற்குக் கொண்டு வரப்பட்ட பால் தகரப்பேணிகளின் அளவைக் காண்க.
 - இரு வாரங்களுக்குப் பின்னர் அடுக்கின் உச்சியிலிருந்து 4 தட்டுக்கள் முற்றாக விற்கப்பட்டு முடிவடைந்துள்ளன. விற்கப்பட்டுள்ள பால் தகரப் பேணிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
- 1 தொடக்கம் 30 வரையுள்ள முழு எண்களின் கூட்டுத்தொகை யாது?

ஓர் எண் தொடைக்கும் எண் கோலத்திற்கும் இடையிலான வேறுபாடு யாது ?
1 இற்கும் 9 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் எழுதப்பட்டுள்ள எண் கோலம் 2, 4, 6, 8 ஆகும்.

இந்நான்கு எண்களையும் 8, 6, 4, 2 என்றவாறு இறங்குவரிசையில் எழுதும்போது இன்னோர் எண் கோலம் பெறப்படுகின்றது.

இதன் முதலாம் உறுப்பு 8 ஆகும். இரண்டாவது உறுப்பானது முதலாம் உறுப்பிலிருந்து இரண்டைக் கழிக்கும்போது பெறப்படுகின்றது. மூன்றாம் உறுப்பானது இரண்டாம் உறுப்பிலிருந்து இரண்டைக் கழிக்கும்போது பெறப்படுகின்றது.

1 இற்கும் 9 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண் தொடையை நாம் பின்வரும் விதங்களில் எழுதலாம்.

$$\{2, 4, 6, 8\} = \{6, 4, 8, 2\} = \{8, 6, 2, 4\}$$

இங்கு 2, 4, 6, 8 ஆகிய எண்களை அடைப்பினுள்ளே எவ்வொழுங்கில் எழுதினாலும் ஒரே தொடையையே நாம் பெறுகின்றோம். ஒரு தொடையிலுள்ள மூலகங்கள் முதலாம் மூலகம், இரண்டாம் மூலகம் எனப் பெயரிடப்படுவதில்லை.

$\{2, 4, 6, 8\}$, $\{8, 6, 4, 2\}$ ஆகியன ஒரே தொடை ஆயினும் 2, 4, 6, 8 என்னும் எண் கோலமானது 8, 6, 4, 2 என்னும் எண் கோலத்திற்குச் சமனானதன்று.



பொழிப்பு

 ஓர் எண்கோலத்தில் n ஆம் உறுப்புக்கான கோவை அந்த எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு எனப்படும்.

 2 இல் தொடங்கி இரட்டை எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n$ ஆகும்.

 1 இல் தொடங்கி ஒற்றை எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $2n - 1$ ஆகும்.

 ஓர் எண் கோலத்தில் பொது உறுப்பில் n எப்போதும் நேர்நிறைவெண்ணாக இருத்தல் வேண்டும்

 1 இல் தொடங்கி சதுர எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு n^2 ஆகும்.

 1 இல் தொடங்கி முக்கோண எண்கள் ஏறுவரிசையில் இருக்கும் எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பு $\frac{n \times (n + 1)}{2}$, அதாவது $\frac{n(n + 1)}{2}$ ஆகும்.

சிந்தனைக்கு



- 1, 2, 4 ஆகியன முதல் மூன்று உறுப்புகளாகுமாறு ஒன்றுடனொன்று வேறுபட்ட இரண்டு எண் கோலங்களை உங்களால் உருவாக்க முடியுமா? அவ்வாறு உருவாக்க முடியுமாயின் இரண்டு எண் கோலங்களினதும் அடுத்த இரண்டு உறுப்புகளை முறையே எழுதுக.