20

வரைபுகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- சார்புகளை இனங்காண்பதற்கும்
- $y = mx$, $y = mx + c$ என்னும் வடிவங்களில் உள்ள சார்புகளின் வரைபுகளை வரைவதற்கும் அவற்றின் இயல்புகளை இனங்காண்பதற்கும்
- ஒரு நேர்கோட்டு வரைபின் படித்திறனையும் வெட்டுத்துண்டையும் எழுதுவதற்கும்
- வடிவம் $ax + by = c$ இல் உள்ள சமன்பாடுகளின் வரைபுகளை வரைவதற்கும் அவற்றின் இயல்புகளை இனங்காண்பதற்கும்
- ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமான வரைபுகளின் படித்திறன்களுக்கிடையேயான தொடர்பை அறிந்துகொள்வதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

வரைபுகள் பற்றி நீங்கள் முந்திய தரங்களில் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. (i) x, y அச்சுகள் ஒவ்வொன்றின் வழியேயும் -5 தொடக்கம் 5 வரையுள்ள பெறுமானங்கள் இடம்பெறும் ஓர் ஆள்கூற்றுத் தளத்தை வரைந்து அதில் $A\ (-4, -4)$, $B\ (4, -4)$என்னும் புள்ளிகளைக் குறிக்க. $ABCD$ ஒரு சதுரமாக இருக்குமாறு C, D ஆகிய புள்ளிகளைக் குறித்து C, D ஆகியவற்றின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(ii) தள உருவம் $ABCD$ இன் ஒவ்வொரு பக்கத்தினதும் சமன்பாட்டை எழுதுக.

2. x, y அச்சுகள் ஒவ்வொன்றின் வழியேயும் -4 தொடக்கம் 4 வரையுள்ள பெறுமானங்கள் இடம்பெறும் ஓர் ஆள்கூற்றுத்தளத்தை வரைக.

(i) புள்ளி $(4, -4)$இனூடாக x அச்சிற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோட்டையும் y அச்சிற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோட்டையும் வரைக.

(ii) $(-3, 2)$ இனூடாக x அச்சிற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோட்டையும் y அச்சிற்குச் சமாந்தரமான ஒரு நேர்கோட்டையும் வரைக.

(iii) மேலே (i) இலும் (ii) இலும் வரையப்பட்டுள்ள கோடுகள் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும் இரு புள்ளிகளினதும் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

(iv) மேலே (iii) இற் பெற்ற தள உருவத்தின் சமச்சீரச்சுகளின் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

20.1 சார்புகள்

பல்வேறு கணியங்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்புடைமைகள் பற்றி நாம் வெவ்வேறு சந்தர்ப்பங்களில் கற்றுள்ளோம். கீழே தரப்பட்டுள்ள இரு கணியங்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்புடைமையை நன்றாக அவதானிக்க.

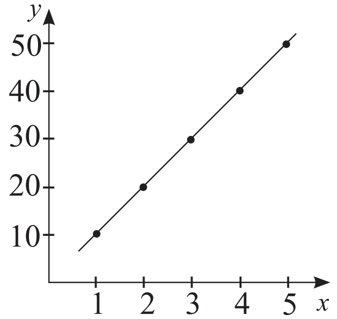
ஒரு குறித்த வகை மணிகளின் 1g இன் விலை ரூ. 10 எனக் கொள்வோம். அவ்வகையைச் சேர்ந்த மணிகளின் அளவும் விலைகளும் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

மணிகளின் திணிவு (g)		விலை (ரூ.)
1	$\longrightarrow$	$1 \times 10 = 10$
2	$\longrightarrow$	$2 \times 10 = 20$
3	$\longrightarrow$	$3 \times 10 = 30$
4	$\longrightarrow$	$4 \times 10 = 40$

இதற்கேற்ப மணிகளின் திணிவு x g இன் எண்ணிக்கையின் விலை ரூ. $10x$ என்பது தெளிவாகும். மணிகளின் திணிவு x g இன் விலையை ரூ. y இனால் காட்டினால், $y = 10x$ என எழுதலாம் என்பதும் தெளிவாகும்.

இங்கு மணிகளின் திணிவு (x g) எனவும் அவற்றின் திணிவுகளுக்கு ஒத்த விலை ரூ. (y) எனவும் கொள்வோம்.

இத்தொடர்பில் x இன் மூலம் வகைகுறிக்கப்படும் கணியமாகிய மணிகளின் திணிவை x அச்சு வழியே குறித்து அதற்கு ஒத்த கணியத்தை வகைகுறிக்கும் விலையின் பல்வேறு பெறுமானங்களை y அச்சு வழியே குறிப்பதன் மூலம் பின்வரும் நேர்கோட்டு வடிவத்தில் உள்ள ஒரு வரைபைப் பெறலாம்.



$y = 10x$ என முன்வைத்த சார்பின் சாரா மாறியை வகைகுறிக்கும் x இன் சுட்டி 1 ஆகையால், அது ஓர் ஏகபரிமாணச் சார்பு எனப்படும்.

ஓர் ஏகபரிமாணச் சார்பு தரப்படும்போது பின்வருமாறு அதன் x இன் பெறுமானங்களை ஒத்த y இன் பெறுமானங்களைப் பெறலாம்.

உதாரணம் 1

பின்வரும் ஏகபரிமாணச் சார்புகளின் தரப்பட்டுள்ள x இன் பெறுமானங்களுக்கு ஒத்த y இன் பெறுமானங்களைக் கணித்து வரிசைப்பட்ட சோடிகளாக எழுதுக.

i. $y = 2x$ (x இன் பெறுமானம் $-2, -1, 0, 1, 2$)

ii. $y = -\frac{3}{2}x + 2$ (x இன் பெறுமானம் $-4, -2, 0, 2, 4$)

i. $y = 2x$

x	$2x$	y	வரிசைப்பட்ட சோடி (x, y)
-2	2×-2	-4	$(-2, -4)$
-1	2×-1	-2	$(-1, -2)$
0	2×0	0	$(0, 0)$
1	2×1	2	$(1, 2)$
2	2×2	4	$(2, 4)$

ii. $y = -\frac{3}{2}x + 2$

x	$-\frac{3}{2}x + 2$	y	வரிசைப்பட்ட சோடி (x, y)
-4	$-\frac{3}{2} \times -4 + 2$	8	$(-4, 8)$
-2	$-\frac{3}{2} \times -2 + 2$	5	$(-2, 5)$
0	$-\frac{3}{2} \times 0 + 2$	2	$(0, 2)$
2	$-\frac{3}{2} \times 2 + 2$	-1	$(2, -1)$
4	$-\frac{3}{2} \times 4 + 2$	-4	$(4, -4)$

பயிற்சி 20.1

1. பின்வரும் சார்புகளின் தரப்பட்டுள்ள x இன் பெறுமானங்களிற்கு ஒத்த y இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு வரிசைப்பட்ட சோடியாக எழுதுக.

(i) $y = 3x$ (x இன் பெறுமானங்கள் $-2, -1, 0, 1, 2$ ஆகும்.)

(ii) $y = 2x + 3$ (x இன் பெறுமானங்கள் $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ஆகும்.)

(iii) $y = -\frac{1}{3}x - 2$ (xஇன் பெறுமானங்கள் $-6, -3, 0, 3, 6$ ஆகும்.)

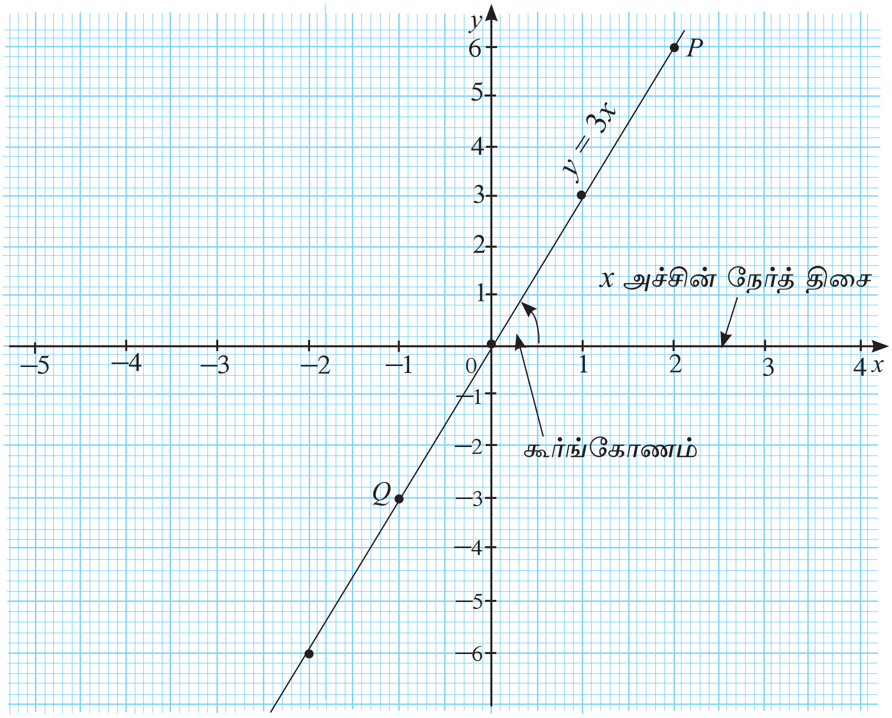
20.2 வடிவம் $y = mx$ இல் உள்ள சார்புகளும் அவ்வாறான ஒரு சார்பின் வரைபின் படித்திறனும்

$y = 3x$, $y = -2x$, $y = x$ என்னும் ஏகபரிமாணச் சார்புகள் வடிவம் $y = mx$ இல் உள்ள ஏகபரிமாணச் சார்புகளுக்கு உதாரணங்களாகும். சார்பு $y = 3x$ ஐ வரைபு முறையாக x இன் பெறுமானம் -2 இலிருந்து $+2$ வரைக்கும் வகைகுறிப்பதற்குத் தேவையான வரிசைப்பட்ட சோடிகளைப் பின்வருமாறு ஓர் அட்டவணையைக் கொண்டு பெறுவோம்.

$y = 3x$

x	$3x$	y	(x, y)
-2	3×-2	-6	$(-2, -6)$
-1	3×-1	-3	$(-1, -3)$
0	3×0	0	$(0, 0)$
1	3×1	3	$(1, 3)$
2	3×2	6	$(2, 6)$

பெற்ற வரிசைப்பட்ட சோடிகளைப் பின்வரும் ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் மீது குறிப்பதன் மூலம் சார்பு $y = 3x$ இன் வரைபைப் பின்வருமாறு வரையலாம்.



மேலே வரைந்த வரைபின் சில இயல்புகள் பற்றி ஆராய்வோம்.

- வரைபு ஒரு நேர்கோடாகும்.
- அது புள்ளி $(0, 0)$ இனூடாகச் செல்கின்றது.
- அது x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் இடஞ்சுழியாக ஒரு கூர்ங்கோணத்தை உண்டாக்குகின்றது.
- கோடு மீது உற்பத்தி தவிர்ந்த எந்தவொரு புள்ளியையும் எடுக்கும்போது அப்புள்ளியின் $\dfrac{y \text{ ஆள்கூறு}}{x \text{ ஆள்கூறு}}$ மூலம் கிடைக்கும் விகிதம் மாறாததாகும் (ஒரு மாறிலி).

உதாரணமாக, புள்ளி P ஐ எடுக்கும்போது $\dfrac{y \text{ ஆள்கூறு}}{x \text{ ஆள்கூறு}} = \dfrac{6}{2} = 3$

புள்ளி Q ஐ எடுக்கும்போது $\dfrac{y \text{ ஆள்கூறு}}{x \text{ ஆள்கூறு}} = \dfrac{-3}{-1} = 3$

மேலும் இம்மாறாப் பெறுமானம் $y = mx$ வடிவத்திலான சமன்பாட்டில் குறிப்பிடப்படும் x இன் குணகத்தின் பெறுமானமாகிய m இற்குச் சமமாகும்.

இம்மாறாப் பெறுமானம் வரைபின் **படித்திறன்** எனப்படும்.

படித்திறனுக்கு நேர்ப் பெறுமானத்தைப் போன்று மறைப் பெறுமானமும் இருக்கலாம். $y = mx$ இன் நடத்தையைப் பின்வரும் செயற்பாட்டினூடாக விளங்கிக் கொள்வோம்.

செயற்பாடு 1

1. a. படித்திறன் நேர்ப் பெறுமானமுள்ள சார்பு $y = mx$ என்னும் வடிவத்தில் தரப்பட்டுள்ள சார்புகளில் வரைபுகளை வரைவதற்குத் தேவையான பெறுமான அட்டவணைகளைப் பூரணப்படுத்தி உரிய வரைபுகளை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

(i) $y = x$ (ii) $y = +3x$ (iii) $y = +\dfrac{1}{3}x$

x	-2	0	2
y	___	___	$+2$

x	-1	0	1
y	-3	___	___

x	-3	0	3
y	___	___	$+1$

b. படித்திறன் மறைப் பெறுமானமுள்ள சார்பு $y = -mx$ என்னும் வடிவில் தரப்பட்டுள்ள சார்புகளை வரைவதற்குத் தேவையான பெறுமான அட்டவணை களைப் பூரணப்படுத்தி உரிய வரைபுகளை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

(i) $y = -x$ (ii) $y = -3x$ (iii) $y = -\dfrac{1}{3}x$

x	-2	0	2
y	___	___	-2

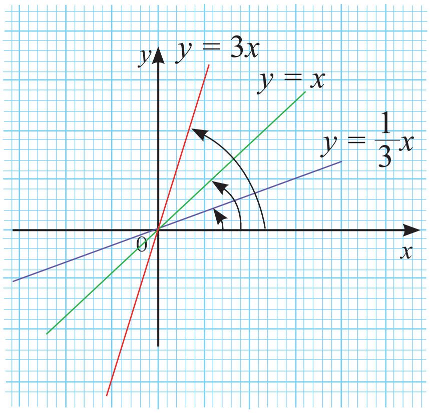
x	-1	0	1
y	___	0	___

x	-3	0	3
y	1	___	___

மேலே (a), (b) ஆகிய சந்தர்ப்பங்களில் பெற்ற வரைபுகளைக் கொண்டு சார்புகளில் படித்திறன்களின் (m) மாற்றத்திற்கேற்ப வரைபு x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் இடஞ் சுழியாக ஆக்கும் கோணங்களுக்கிடையே உள்ள தொடர்புடைமையை அவதானிக்க.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் ஈடுபட்ட உங்களுக்குப் பின்வருமாறான வரைபுகள் கிடைத்திருக்கும்.

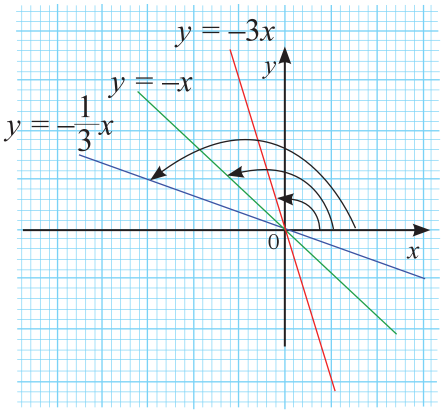
(a) படித்திறன் நேர்ப் பெறுமானமாக இருக்கும்போது கிடைக்கும் வரைபுகள்



★ படித்திறன் (m இன் பெறுமானம்) நேர்ப் பெறுமானமாக இருக்கும்போது வரைபு x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் இடஞ்சுழியாக ஆக்கும் கோணம் கூர்ங்கோணம் ஆகும்.

★ படித்திறனின் பெறுமானம் அதிகரிக்கும்போது உரிய வரைபானது x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் இடஞ்சுழியாக அமைக்கும் கோணத்தின் பருமனும் அதிகரிக்கின்றது.

(b) படித்திறன் மறைப் பெறுமானமாக இருக்கும்போது பெறப்படும் வரைபுகள்

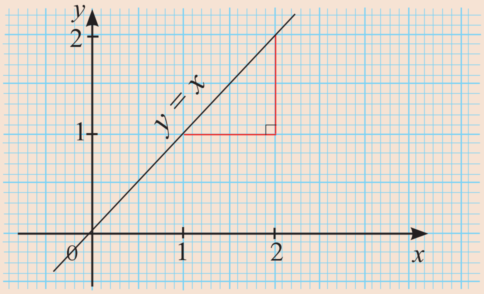


★ படித்திறன் (m இன் பெறுமானம்) மறைப் பெறுமானமாக இருக்கும்போது வரைபு x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் இடஞ்சுழியாக ஆக்கும் கோணம் விரிகோணம் ஆகும்.

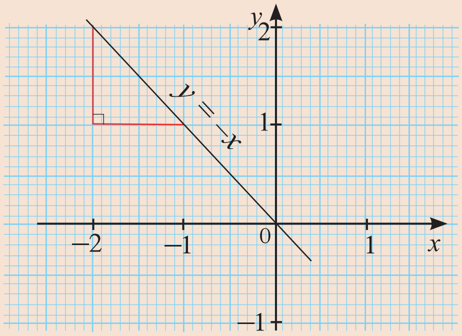
★ படித்திறன் (mஇன் பெறுமனம்) மறையாக அதிகரித்துச் செல்லும்போது உரிய வரைபானது x அச்சின் நேர்த்திசையுடன் அமைக்கும் கோணத்தின் பருமனும் அதிகரிக்கும்.

குறிப்பு

ஒரு வரைபின் படித்திறன்



சார்பு $y = x$ இன் வரைபின் படித்திறன் 1 ஆகும். x இன் பெறுமானம் ஓர் அலகினால் அதிகரிக்கும்போது அதனை ஒத்த y இன் பெறுமானம் ஓர் அலகினால் அதிகரிக்கும் என்பதாகும்.



சார்பு $y = -x$ இல் x இன் பெறுமானம் 1 அலகினால் அதிகரிக்கும்போது y இன் பெறுமானம் 1 அலகினால் குறையும் என்பதாகும்.

உதாரணம் 1

வரைபை வரையாமல் தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சார்பினதும் வரைபின் படித்திறனை எழுதுக.

i. $y = 2x$
ii. $y = -5x$
iii. $y = -\frac{1}{2}x$

i. படித்திறன் $(m) = 2$
ii. படித்திறன் $(m) = -5$
iii. படித்திறன் $(m) = -\frac{1}{2}$

உதாரணம் 2

i. $y = 2x$, $y = -3x$ ஆகிய நேர்கோடுகளின் வரைபுகளை x இற்குப் பொருத்தமான பெறுமானங்களை எடுத்து ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

ii. மேலே வரைந்த வரைபுகளைப் பயன்படுத்தி $y = 3$ ஆகும்போது x இன் பெறுமானங்களையும் $x = 2.5$ ஆகும்போது y இன் பெறுமானங்களையும் வெவ் வேறாகக் காண்க.

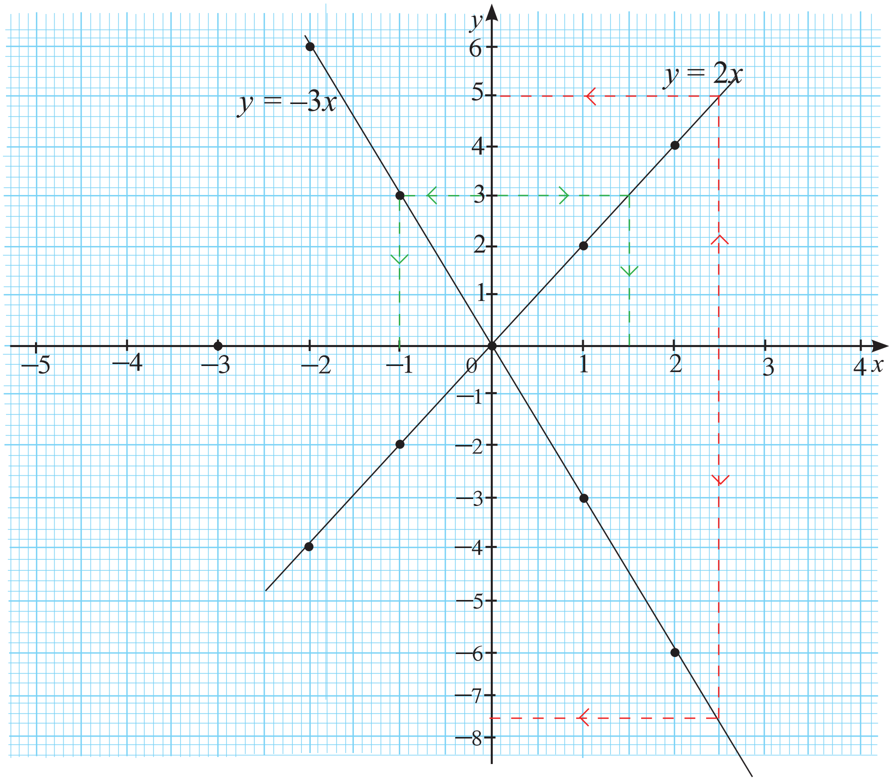
i. $y = 2x$

x	-2	-1	0	1	2
$+2x$	2×-2	2×-1	2×0	2×1	2×2
y	-4	-2	0	2	4

$y = -3x$

x	-2	-1	0	1	2
$-3x$	-3×-2	-3×-1	-3×0	-3×1	-3×2
y	6	3	0	-3	-6

மேற்குறித்த வரிசைப்பட்ட சோடிகளை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் குறிக்கும்போது பின்வருமாறான வரைபுகள் பெறப்படும்.



ii. $x = 2.5$ ஆகும்போது y இன் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குக் கோடு $x = 2.5$ ஐ வரைந்து (சிவப்பு நிறத்தினால் தரப்பட்டுள்ளது) அது வரைபுகளை இடைவெட்டும் புள்ளிகளின் x ஆள்கூறுகளைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும்.

அப்போது x இன் பெறுமானம் 2.5 ஆகும்போது,

சார்பு $y = 2x$ இல் x இன் பெறுமானம் 5 ஆகும்.

சார்பு $y = -3x$ இல் y இன் பெறுமானம் $-$ 7.5ஆகும்.

$y = 3$ ஆகும்போது x இன் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதற்குக் கோடு $y = 3$ ஐ வரைந்து (பச்சை நிறத்தினால் தரப்பட்டுள்ளது.) அது வரைபுகளை இடைவெட்டும் புள்ளிகளின் x ஆள்கூறுகளைப் பெற்றுக் கொள்ள வேண்டும்.

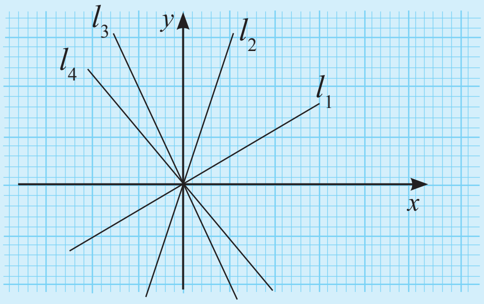
அப்போது y இன் பெறுமானம் 3 ஆகும்போது,

சார்பு $y = 2x$இல், x இன் பெறுமானம் $1\frac{1}{2}$ ஆகும்.

சார்பு $y = -3x$ இல், x இன் பெறுமானம் $-$ 1 ஆகும்.

பயிற்சி 20.1

1. l_1, l_2, l_3, l_4 இனால் காட்டப்படும் வரைபுகளுக்கு உரிய சார்புகளைப் பின்வருவனவற்றிலிருந்து தெரிந்தெடுத்து எழுதுக.



i. $y = 3x$ **ii.** $y + 2x = 0$

iii. $2y - x = 0$ **iv.** $y + \frac{3}{2}x = 0$

2. குறித்த ஒரு தினத்தில் சிங்கப்பூர் டொலர் ஒன்றின் பெறுமதி இலங்கை ரூபாயில் ரூ. 100 ஆகும். சிங்கப்பூர் டொலரின் எண்ணிக்கையை x எனவும் அதன் ஒத்த இலங்கை ரூபாயின் பெறுமதியை y எனவும் கொண்டு அவற்றிற்கிடையேயான தொடர்புடைமையை $y = 100x$ என எழுதலாம்.

(i) மேற்குறித்த வரைபை வரைவதற்குப் பொருத்தமான ஒரு பெறுமான அட்டவணையைத் தயாரிக்க (x இற்கு 1, 2, 3, 4 ஆகிய பெறுமானங்களை எடுக்க).

(ii) மேற்குறித்த சார்பின் வரைபை வரைக.

(iii) மேலே வரைந்த வரைபைக் கொண்டு 4.3 சிங்கப்பூர் டொலரின் விலையைப் பெறுக.

(iv) ரூ. 250 இற்கு எத்தனை சிங்கப்பூர் டொலர்களை வாங்கலாம் என்பதை வரைபைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

3. பின்வரும் கூற்றுகளுக்கிடையே சரியான கூற்றுக்கு எதிரே '✓' அடையாளத்தையும் பிழையான கூற்றுக்கு எதிரே '✗' அடையாளத்தையும் இடுக.

(i) வடிவம் $y = mx$ இல் உள்ள ஒரு சார்பில் m இன் குறியின் மூலம் கோட்டின் திசை துணியப்படும். ( )

(ii) வடிவம் $y = mx$ இல் உள்ள ஒரு சார்பின் வரைபு தரப்படும்போது y அச்சு மீது உள்ள சமச்சீரைப் பயன்படுத்தி $y = -mx$ இன் வரைபை அமைக்க முடியாது. ( )

(iii) உற்பத்தியினூடாகச் செல்லும் ஒரு நேர்கோட்டின் உற்பத்தி தவிர அதன் மீது இருக்கும் வேறொரு புள்ளியின் y ஆள்கூறுக்கும் x ஆள்கூறுக்குமிடையே உள்ள விகிதம் அதன் படித்திறனுக்குச் சமமாகும். ( )

(iv) புள்ளி $(-2, 3)$ ஆனது கோடு $2y + 3x = 0$ மீது இருக்கின்ற போதிலும் கோடு $2y - 3x = 0$ மீது இருப்பதில்லை. ( )

(v) $y = mx$ இன் மூலம் காட்டப்படும் நேர்கோட்டுத் தொகுதியைத் திருப்தியாக்கும் ஒரே புள்ளி $(0, 0)$ அன்று. ( )

4. (i) x இற்கு $-6, -3, 0, 3, 6$ என்னும் பெறுமானங்களைக் கொண்டு $y = \frac{1}{3}x$, $3y = 2x$, $y = -1\frac{1}{3}x$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளை வரைவதற்கு ஒரு பெறுமான அட்டவணையை உருவாக்குக.

(ii) மேற்குறித்த வரைபுகளை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

(iii) வரைபுகள் x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் இடஞ்சுழியாக ஆக்கும் கோணங்களின் பருமனுக்கேற்ப ஏறுவரிசையில் இருக்குமாறு மேற்குறித்த சார்புகளை எழுதுக.

5. (i) சார்பு $y = -\frac{2}{3}x$ இன் வரைபை வரைவதற்குப் பின்வரும் பூரணமற்ற அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

x	-6	-3	0	3	6
y	4	____	____	-2	____

(ii) பூரணப்படுத்திய அட்டவணையைக் கொண்டு மேற்குறித்த சார்பின் வரைபை வரைக.

(iii) $x = -2$ ஆக இருக்கும்போது y இன் பெறுமானத்தை வரைபைக் கொண்டு பெறுக.

(iv) புள்ளி $\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ஆனது மேற்குறித்த வரைபு மீது இருக்கின்றதா? காரணங்களுடன் விளக்குக.

(v) கோடு மீது உள்ள மூன்று புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைத் தெரிந்தெடுத்து அவற்றின் y ஆள்கூறுக்கும் x ஆள்கூறுக்குமிடையே உள்ள விகிதத்தைக் காண்க. அதன் பெறுமானத்திற்கும் கோட்டின் படித்திறனுக்குமிடையே உள்ள தொடர்பை எழுதுக.

20.3 $y = mx + c$, $ax + by = c$ வடிவத்திலான சார்புகளின் வரைபுகள்

- **$y = mx + c$ வடிவத்திலான சார்புகளின் வரைபுகள்**

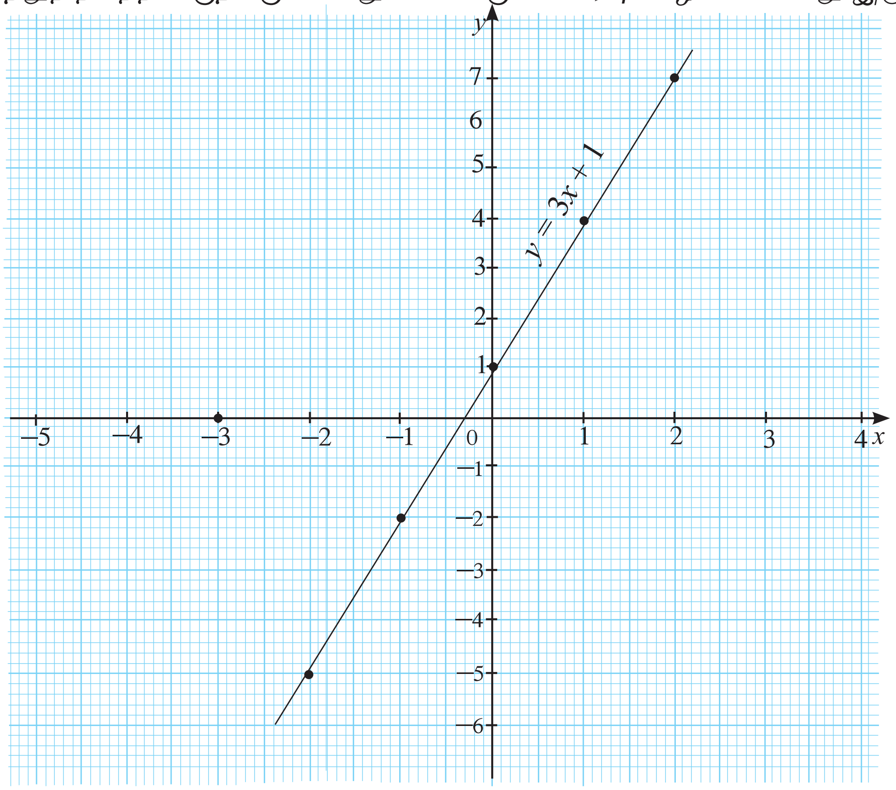
முதலில் $y = mx + c$ வடிவத்திலான சார்புகளின் வரைபு பற்றி ஆராய்வோம். இதற்காக $y = 3x + 1$ என்னும் சார்பின் வரைபை வரைவோம்.

இச்சார்பை வரைவதற்குப் பின்வருமாறு ஒரு பெறுமான அட்டவணையை உருவாக்குவோம்.

$y = 3x + 1$

x	$3x + 1$	y	(x, y)
– 2	$3 \times (-2) + 1$	– 5	(– 2, – 5)
– 1	$3 \times (-1) + 1$	– 2	(– 1, – 2)
0	$3 \times (0) + 1$	1	(0, 1)
1	$3 \times (1) + 1$	4	(1, 4)
2	$3 \times (2) + 1$	7	(2, 7)

இப்பெறுமான அட்டவணையினூடாகப் பெற்ற வரிசைப்பட்ட சோடிகளை ஓர் ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் குறிக்கும்போது கிடைக்கும் வரைபு கீழே உள்ளவாறு இருக்கும்.



இவ்வரைபை நோக்குவதன் மூலம் பின்வரும் இயல்புகளை அறிந்து கொள்ளலாம்.

- ஒரு நேர்கோட்டு வரைபாகும்.
- நேர்கோடு y அச்சை $(0, 1)$ இல் இடைவெட்டுகின்றது.
- நேர்கோடு x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் இடஞ்சுழியாக ஒரு கூர்ங்கோணத்தை ஆக்குகின்றது. இக்கோட்டில் m இன் பெறுமானம் $+3$ ஆகும். மாறி x ஆனது 1 அலகினால் அதிகரிக்கும்போது அதனை ஒத்த மாறி y உம் 3 அலகுகளினால் அதிகரிக்கின்றது என்பது இதன் மூலம் தெளிவாகின்றது.
- சமன்பாடு $y = 3x + 1$ இல் c ஐ வகைகுறிக்கும் பெறுமானம் $+1$ ஆகும். நேர்கோடு y அச்சை இடைவெட்டும் புள்ளியிலிருந்து உற்பத்திக்கு உள்ள தூரமும் ஓரலகாகும். இவ்விரு பெறுமானங்களும் சமம்.

வரைபு y அச்சைச் சந்திக்கும் புள்ளியின் y ஆள்கூறு **வெட்டுத்துண்டு** எனப்படும். இந்நேர்கோட்டின் வெட்டுத்துண்டு $+1$ ஆகும்.

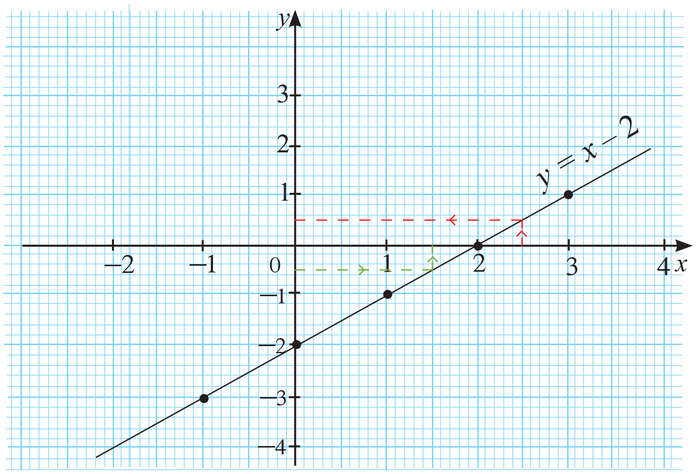
இதற்கேற்ப வடிவம் $y = mx + c$ இல் உள்ள ஒரு சார்பின் வரைபின் படித்திறன் m இனாலும் வெட்டுத்துண்டு c இனாலும் காட்டப்படும்.

உதாரணம் 1

சார்பு $y = x - 2$ இன் வரைபைப் பொருத்தமான ஓர் அட்டவணையைத் தயாரித்து வரைக. வரைபிலிருந்து
i. வெட்டுத்துண்டு
ii. $x = 2.5$ ஆகும்போது y இன் பெறுமானம்
iii. $y = -\frac{1}{2}$ ஆகும்போது x இன் பெறுமானம்
ஆகியவற்றைக் காண்க.

$y = x - 2$

x	-1	0	1	2	3
$y = x - 2$	-3	-2	-1	0	1



i. வெட்டுத்துண்டு $(c) = -2$.

ii. $x = 2.5$ ஆகும்போது $y = \frac{1}{2}$.

iii. $y = -\frac{1}{2}$ ஆகும்போது $x = 1\frac{1}{2}$.

உதாரணம் 2

வரைபை வரையாமல் ஒவ்வொரு சார்பினதும் படித்திறனையும் வெட்டுத்துண்டையும் எழுதுக.

i. $y = -2x + 5$

ii. $y + 3x = -2$

i. சார்பு $y = -2x + 5$ ஆனது $y = mx + c$ வடிவத்தில் உள்ளது.
இதற்கேற்ப, படித்திறன் $(m) = (-2)$
வெட்டுத்துண்டு $(c) = 5$

ii. சார்பு $y + 3x = -2$ ஐ முதலில் $y = mx + c$ வடிவத்தில் எழுதுவோம்.
அப்போது, $y = -3x - 2$ ஆகும்.
படித்திறன் $= -3$
வெட்டுத்துண்டு $= -2$

உதாரணம் 3

$y = 2x$, $y = 2x + 1$, $y = 2x - 3$ ஆகிய மூன்று வரைபுகளையும் பொருத்தமான பெறுமான அட்டவணைகளிலிருந்து ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

i. சார்பை அவதானித்து ஒவ்வொரு வரைபினதும் படித்திறனையும் வெட்டுத்துண்டையும் எழுதுக.

ii. வரைபுகள் பற்றி நீர் அவதானிக்கக்கூடிய ஒரு சிறப்புப் பண்பை எழுதுக.

$y = 2x$

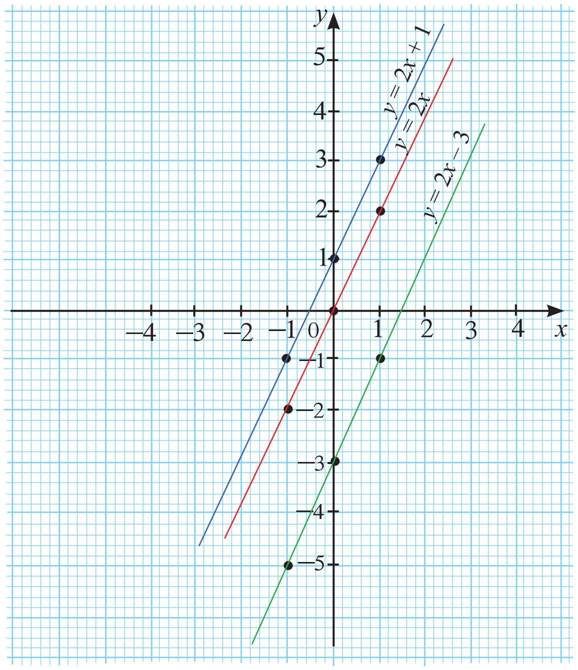
x	-1	0	1
y	-2	0	2

$y = 2x + 1$

x	-1	0	1
y	-1	1	3

$y = 2x - 3$

x	-1	0	1
y	-5	-3	-1



- $y = 2x$
  படித்திறன் = 2
  வெட்டுத்துண்டு = 0

- $y = 2x + 1$
  படித்திறன் = 2
  வெட்டுத்துண்டு = 1

- $y = 2x - 3$
  படித்திறன் = 2
  வெட்டுத்துண்டு = – 3

ii. சார்புகளை அவதானிக்கும்போது மேற்குறித்த வரைபுகளின் படித்திறன்கள் சமனானவை என்பது தெளிவாகும். வரைபை அவதானிப்பதன் மூலம் அவை ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை என்பதை நீங்கள் காண்பீர்கள்.

இதற்கேற்ப, இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட சார்புகளின் படித்திறன்கள் சமனாயின், அவற்றின் வரைபுகள் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமானவை என்பது தெளிவாகிறது.

- **$ax + by = c$ வடிவத்திலான சார்புகளின் வரைபுகள்**

$ax + by = c$ வடிவத்திலான சார்புகளின் வரைபுகள் பற்றி ஆராய்வோம். இவ்வரைபுகளை $y = mx + c$ என்னும் வடிவத்தில் அமைத்துக் கொள்வது இலகுவானதாகும்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள உதாரணத்தின் மீது கவனத்தைச் செலுத்துக.

உதாரணம் 1

சார்பு $3x + 2y = 6$ இன் வரைபைப் பொருத்தமான ஓர் அட்டவணையைத் தயாரித்து வரைக.
வரைபிலிருந்து

i. வரைபு பிரதான அச்சுகளை இடைவெட்டும் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

ii. வரைபின் படித்திறனையும் வெட்டுத்துண்டையும் எழுதுக.

முதலில் மேற்குறித்த சார்பை $y = mx + c$ என்னும் வடிவத்தில் எழுதுவோம்.

அப்போது $3x + 2y = 6$

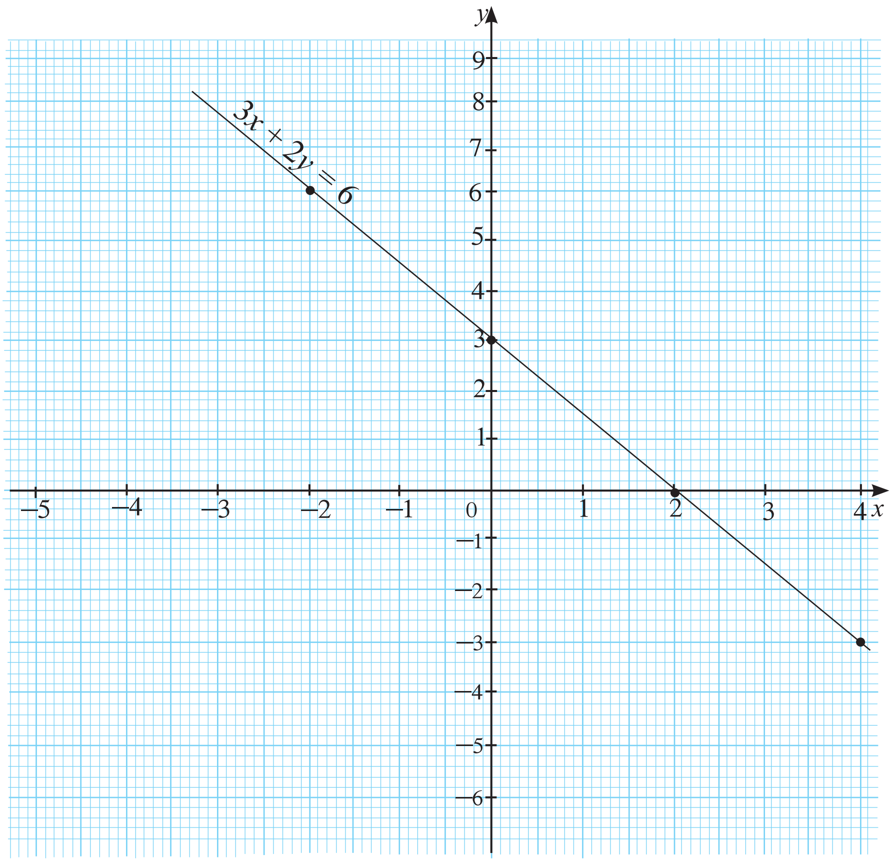
$$2y = -3x + 6$$

$$y = -\frac{3}{2}x + 3 \text{ ஆகும்.}$$

இச்சார்பை வரைவதற்குத் தேவையான ஆள்கூற்றுச் சோடிகளைக் கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையிலிருந்து கணித்து உரிய வரைபை வரைவோம்.

$y = -\frac{3}{2}x + 3$

x	$-\frac{3}{2}x + 3$	y
-2	$-\frac{3}{2} \times -2 + 3$	6
0	$-\frac{3}{2} \times 0 + 3$	3
2	$-\frac{3}{2} \times 2 + 3$	0
4	$-\frac{3}{2} \times 4 + 3$	-3



i. y அச்சை (0, 3) இலும் x அச்சை (2, 0) இலும் இடைவெட்டுகின்றது.

ii. படித்திறன் $(m) = \frac{3}{2}$, வெட்டுத்துண்டு $(c) = 3$

குறிப்பு

மேலே உள்ள $3x + 2y = 6$ இன் வரைபிலிருந்து

- வரைபு y அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகள் (0, 3) ஆகும். இதில் x இன் குணகமாகிய 3 ஆனது y ஆள்கூறாக அமைகின்றது.
- வரைபு x அச்சை வெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறு (2, 0) ஆகும். x ஆள்கூறு y இன் குணகமாக அமைகின்றது.
- இவ்விரு புள்ளிகளையும் இணைப்பதன் மூலம் நாம் வரைபை வரையலாம்.

பயிற்சி 20.3

1. பின்வரும் தொகுதி **(a)**, **(b)** இல் தரப்பட்டுள்ள சார்புகள் ஒவ்வொன்றினதும் வரைபுகளை வரையாமல் படித்திறனையும் வெட்டுத்துண்டையும் எழுதி அவ்வரைபுகள் x அச்சின் நேர்த் திசையுடன் இடஞ்சுழியாக ஆக்கும் கோணம் கூர்ங்கோணமா, விரிகோணமா என எழுதுக.

(a) **i.** $y = x + 3$ **ii.** $y = -x + 4$ **iii.** $y = \frac{2}{3}x - 2$ **iv.** $y = 4 + \frac{1}{2}x$

(b) **i.** $2y = 3x - 2$ **ii.** $4y + 1 = 4x$ **iii.** $\frac{2}{3}x + 2y = 6$

2. பின்வரும் வரைபுகள் ஒவ்வொன்றும் x அச்சைச் சந்திக்கும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் y அச்சைச் சந்திக்கும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் எழுதி, ஒவ்வொரு வரைபையும் வரைக.

(a) **i.** $y = 2x + 3$ **ii.** $y = \frac{1}{2}x + 2$

(b) **i.** $2x - 3y = 6$ **ii.** $-2x + 4y + 2 = 0$

3. பின்வரும் தகவல்களைக் கொண்டு ஒவ்வொரு நேர்கோட்டினதும் சமன்பாட்டை எழுதுக.

படித்திறன் (m)	வெட்டுத்துண்டு (c)	சார்பின் சமன்பாடு
$+2$	-5	$y = 2x - 5$
-3	$+4$	
$-\frac{1}{2}$	-3	
$\frac{3}{2}$	$+1$	
1	0	

4. சார்பு $y = -3x - 2$ இன் வரைபை வரைவதற்குத் தேவையான, பெறுமானங்கள் இடம்பெறும் ஒரு பூரணமற்ற பெறுமான அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

x	-2	-1	0	1	2
y	______	______	-2	______	-8

(i) வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

(ii) மேற்குறித்த சார்பின் வரைபை வரைக.

(iii) மேற்குறித்த ஆள்கூற்றுத் தளத்தின் மீதே கோடு $y = x$ ஐ வரைந்து கோட்டுச் சோடி இடைவெட்டும் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளை எழுதுக.

5. x இன் பொருத்தமான பெறுமானங்களைத் தெரிந்தெடுத்துப் பின்வரும் சார்புகள் ஒவ்வொன்றினதும் வரைபுகளை ஒரே ஆள்கூற்றுத் தளத்தில் வரைக.

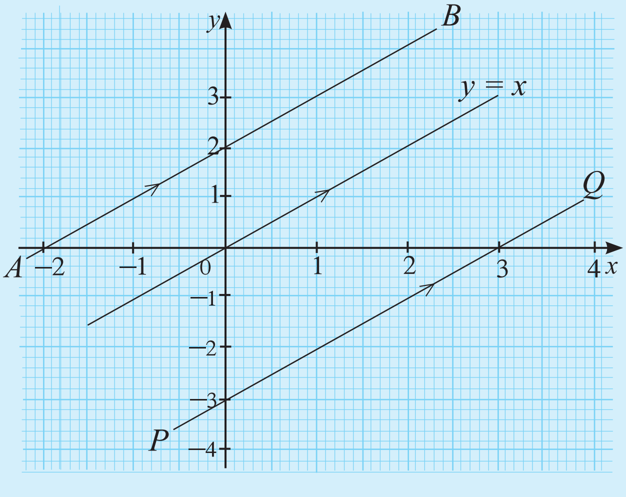
i. $y = x$ **ii.** $y = -2x + 2$ **iii.** $y = \frac{1}{2}x + 1$ **iv.** $y = -\frac{1}{2}x - 3$

6. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சார்பினதும் வரைபைத் தரப்பட்டுள்ள x பெறுமான ஆயிடையில் வரைக.

a. $-3x + 2y = 6,\ 3x + 2y = -6$ ஆகிய வரைபுகள் (x பெறுமானங்கள் $-4, -2, 0, 2, 4$ இற்கு)

b. $y + 2x = 4,\ -2x + y = -4$ ஆகிய வரைபுகள் (x பெறுமானங்கள் $-2, -1, 0, 2$ இற்கு)

7. கீழே தரப்பட்டுள்ள வரைபுகளிலிருந்து AB, PQ ஆகிய நேர்கோடுகளின் சமன்பாடுகளை எழுதுக.



பலவினப் பயிற்சி

1. பின்வரும் கூற்றுகள் ஒவ்வொன்றும் சரியாயின் '✓' அடையாளத்தையும் பிழையாயின் '✗' அடையாளத்தையும் இடுக.

(i) வடிவம் $y = mx + c$ இல் உள்ள ஒரு சார்பில் m இன் எல்லாப் பெறுமானங்களுக்கும் பிரதான அச்சுகளுக்குச் சமாந்தரமல்லாத கோடுகள் கிடைக்கும். (............)

(ii) வடிவம் $y = mx + c$ இல் உள்ள ஒரு சார்பில் m இன் பெறுமானத்தின் மூலம் கோட்டின் திசை துணியப்படும் அதே வேளை c இன் மூலம் கோடு உற்பத்தியிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் உள்ளது என்பது வெளிப்படுத்தப்படும். (............)

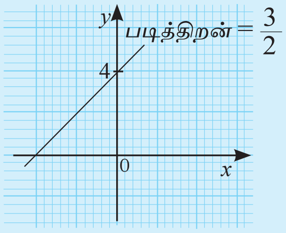
(iii) வடிவம் $y = mx + c$ இல் உள்ள ஒரு சார்பின் வரைபு உற்பத்தியினூடாகச் செல்வதற்கு $c = 0$ ஆக இருக்க வேண்டியதில்லை. (............)

(iv) $y_1 = m_1x + c_1$ ஆகவும் $y_2 = m_2x + c_2$ ஆகவும் இருக்கும்போது $m_1 \neq m_2$ எனின், இரு கோடுகளும் சமாந்தரமாகும். (............)

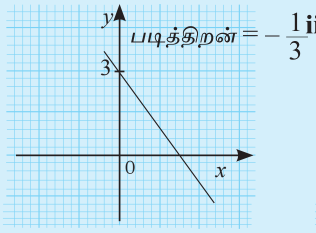
(v) ஒரு கோடு $y = mx + c$ இல் $m > 0, c > 0$ ஆக இருக்கும்போது மாத்திரம் x அச்சுக்கு மேலே y அச்சை வெட்டும் ஒரு கோடு கிடைக்கும். (............)

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள வரைபுகளின் பருமட்டான படங்களைப் பயன்படுத்திச் சார்புகளின் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

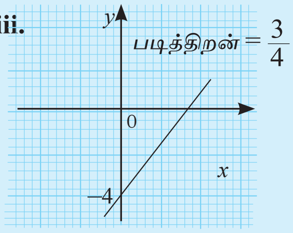
i.



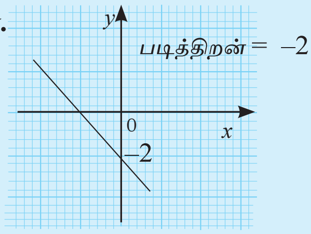
ii.



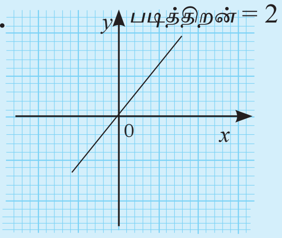
iii.



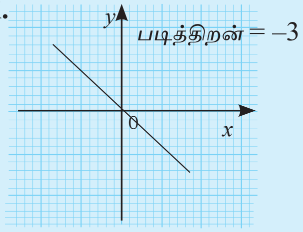
iv.



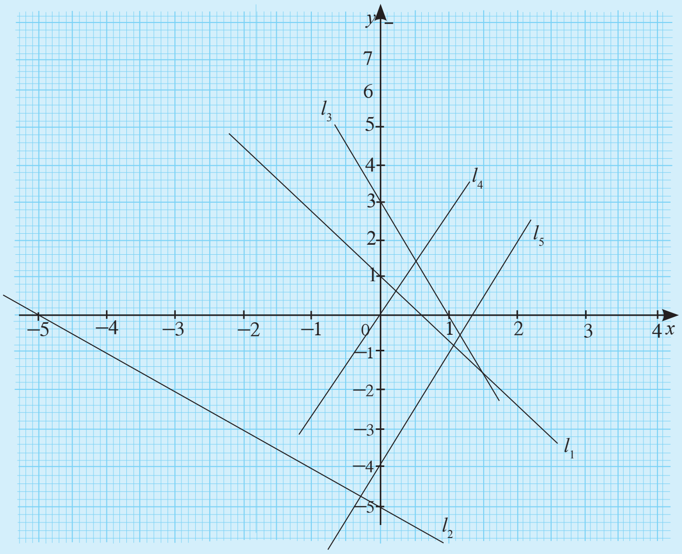
v.



vi.



3. கீழே தரப்பட்டுள்ள வரைபுகளின் பரும்படிப் படங்களைப் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு வரைபிற்கும் பொருத்தமான சார்புகளைத் தரப்பட்டுள்ள சார்புகளிலிருந்து தெரிவுசெய்து எழுதுக.



i. $y = 3x - 4$
ii. $y = -2x + 1$
iii. $y = -x - 5$
iv. $y = -3x + 3$
v. $y = +3x$

4. $4x + py = 10$ என்னும் நேர்கோட்டின் படித்திறன் $-\frac{4}{3}$ ஆகும்.
(i) p இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
(ii) வெட்டுத்துண்டை எழுதுக.
(iii) மேற்குறித்த நேர்கோடு y அச்சை வெட்டும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் படித்திறன் -2 ஆக உள்ள நேர்கோட்டின் சமன்பாட்டை எழுதுக.

பொழிப்பு

- $y = mx + c$ என்னும் வடிவத்தில் உள்ள சார்பின் வரைபின் படித்திறன் m இனாலும் வெட்டுத்துண்டு c இனாலும் காட்டப்படும்.
- சார்புகள் இரண்டின் வரைபுகளின் படித்திறன்கள் சமனாயின், அவ்விரு வரைபுகளும் சமாந்தரமாக இருக்கக் காணப்படும்.