# 17 சூத்திரங்கள்

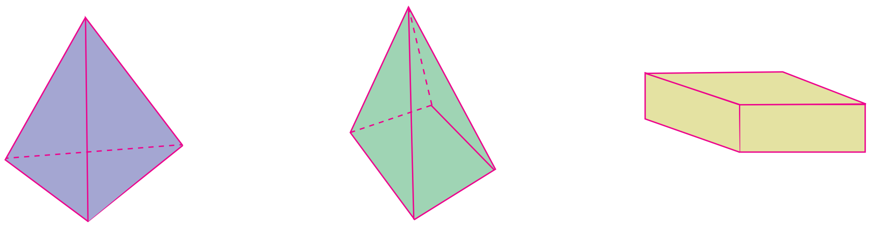
**இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்**

- ஒரு சூத்திரத்தில் உள்ள எந்தவோர் உறுப்பையும் எழுவாயாக மாற்றுவதற்கும்
- ஒரு சூத்திரத்தில் உள்ள ஒரு மாறி தவிர்ந்த ஏனைய மாறிகளின் பெறுமானங்கள் தரப்படும்போது பெறுமானம் தெரியாத மாறியின் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

## சூத்திரங்களின் அறிமுகம்

ஒரு திண்மப் பொருளில் உள்ள விளிம்புகள், உச்சிகள், முகங்கள் ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கைகள் தொடர்பாக உள்ள ஒயிலரின் தொடர்பை ஒரு சமன்பாடாகத் தரம் 8 இல் நீங்கள் கற்றீர்கள்.



அத்தொடர்பு பின்வருமாறாகும்.

விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை = உச்சிகளின் எண்ணிக்கை + முகங்களின் எண்ணிக்கை $-$ 2

விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை $E$ எனவும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை $V$ எனவும் முகங்களின் எண்ணிக்கை $F$ எனவும் குறிப்பிட்டு அச்சமன்பாட்டை இவ்வாறு எழுதலாம்.

$$E = V + F - 2$$

இவ்வாறு ஒன்றுடனொன்று தொடர்புபட்ட பல மாறிகளுக்கிடையே (இரண்டு அல்லது அதிலும் கூடிய எண்ணிக்கை) உள்ள தொடர்பைக் காட்டும் சமன்பாடுகள் **சூத்திரங்கள்** எனப்படும்.

சூத்திரத்தில் உள்ள கணியங்கள் மாறிகள் எனப்படும். ஒரு சூத்திரத்தில் சமன் அடையாளத்தின் ஒரு பக்கத்தில் (பொதுவாக இடப் பக்கம்) பெரும்பாலும் ஓர் உறுப்பு (மாறி) மாத்திரம் இருக்குமாறும் மற்றைய உறுப்புகள் மறுபக்கத்தில் இருக்குமாறும் எழுதப்படும். இவ்வாறு ஒரு சூத்திரத்தின் ஒரு பக்கத்தில் உள்ள இத்தனி உறுப்பானது அச்சமன்பாட்டின் **எழுவாய்** எனப்படும். இதற்கேற்ப, மேற்குறித்த $E = V + F - 2$ என்ற சமன்பாட்டில் எழுவாய் $E$ ஆகும்.

இன்னொரு சூத்திரத்தைக் கவனிப்போம். வெப்பத்தை அளக்கும்போது வெப்பத்தை செல்சியஸ் பாகை $(^{\circ}C)$, பரனைற்று பாகை $(^{\circ}F)$ ஆகிய அலகுகளில் எடுத்துரைக்கலாம். வெப்பத்தை அளக்கும் இரண்டு வகையான அலகுகளுக்கிடையிலான தொடர்பு பின்வருமாறாகும்.

$$F = \frac{9}{5}C + 32$$

இங்கு $F$ இன் மூலம் வெப்பநிலை பரனைற்றுகளிலும் $C$ இன் மூலம் அது செல்சியஸிலும் தரப்படுகின்றது. இச்சூத்திரத்தின் எழுவாய் $F$ ஆகும்.

கணிதம், விஞ்ஞானம் ஆகிய பாடங்களில் பயன்படுத்தப்படும் சில சூத்திரங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

$$p = 2(a + b)$$
$$v = u + at$$
$$s = \frac{n}{2}(a + l)$$
$$y = mx + c$$
$$C = 2\pi r$$
$$A = \pi r^2$$

## ஒரு சூத்திரத்தில் உள்ள ஓர் உறுப்பை எழுவாயாக மாற்றுதல்

$E = V + F - 2$ என்னும் சூத்திரத்தின் எழுவாய் $E$ ஆகும். எமக்குத் தேவையாயின், $V$ ஐ அல்லது $F$ ஐ இச்சூத்திரத்தின் எழுவாயாக மாற்றலாம். பொதுவாக வெளிப்படை யுண்மைகளைப் பயன்படுத்திச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் முறையில் இதனைச் செய்யலாம். உதாரணமாக $E = V + F - 2$ இல் $V$ ஐ எழுவாயாக மாற்றக்கூடிய முறையை ஆராய்வோம்.

$V$ ஆனது சமன்பாட்டின் வலது பக்கத்தில் உள்ளது. $V$ உடன் சேர்ந்து வலது பக்கத்தில் $F$ உம் $-2$ உம் உள்ளன. $F$ ஐயும் $-2$ ஐயும் வலது பக்கத்திலிருந்து நீக்குமாறு சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களுடன் $-F$ ஐயும் $+2$ ஐயும் கூட்டலாம். அப்போது $E + (-F) + 2 = V + F - 2 + (-F) + 2$ எனப் பெறப்படும்.

இதனைச் சுருக்கிப் பின்வருமாறு எழுதலாம்.
$E - F + 2 = V$ $\quad (F + (-F) = 0,\ -2 + 2 = 0$ ஆகையால்)

இங்கு வலது பக்கத்தில் $V$ எழுவாயாக உள்ளது. பொதுவாக எழுவாயை இடது பக்கத்தில் எழுதுவதால் அச்சமன்பாட்டை $V$ ஐ எழுவாயாகக் கொண்டு பின்வருமாறு எழுதலாம்.

$V = E - F + 2$

கீழே தரப்பட்டுள்ள உதாரணங்களின் மூலம் வெவ்வேறு விதங்களிலான சமன்பாடுகளில் எழுவாய் மாற்றப்படும் முறை விளக்கப்பட்டுள்ளது.

**உதாரணம் 1**

$v = u + at$ என்னும் சூத்திரத்தில் $a$ ஐ எழுவாயாக்குக.
இங்கு மாறி $a$ ஆனது வேறொரு மாறியினால் ($t$ இனால்) பெருக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு முதலில் $at$ ஐ எழுவாயாக மாற்ற வேண்டும்.

$v = u + at$

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் $u$ ஐக் கழிக்கும்போது

$$v - u = u + at - u$$
$$v - u = at$$

இரு பக்கங்களையும் $t$ இனால் வகுக்கும்போது

$$\frac{v-u}{t} = \frac{at}{t}$$

$a = \dfrac{v-u}{t}$ என $a$ ஐ எழுவாயாகக் கொண்ட சூத்திரம் பெறப்படும்.

**உதாரணம் 2**

$S = \dfrac{n}{2}(a + l)$ என்னும் சூத்திரத்தில் $n$ ஐ எழுவாயாக்குக.

$$S = \frac{n}{2}(a + l)$$

இங்கு எழுவாயாக்க வேண்டிய மாறி $n$ ஆனது 2 ஆல் வகுக்கப்பட்டுள்ளதுடன் $(a + l)$ இனால் பெருக்கப்பட்டுள்ளது. எனவே சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் பெருக்கி $(a + l)$ இனால் வகுக்க வேண்டும்.
இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் பெருக்கும்போது

$$2S = \cancel{2}^{1} \times \frac{n}{\cancel{2}_{1}} \times (a + l)$$

$$2S = n(a + l)$$

இரு பக்கங்களையும் $(a + l)$ இனால் வகுக்கும்போது

$$\frac{2S}{a+l} = \frac{n\,\cancel{(a+l)}^{1}}{\cancel{(a+l)}_{1}}$$

$$\frac{2S}{a+l} = n$$

$$n = \frac{2S}{a+l}$$

**உதாரணம் 3**

$l = a + (n-1)d$ என்னும் சூத்திரத்தில் $n$ ஐ எழுவாயாக்குக.

$l = a + (n-1)\,d$

இங்கு எழுவாயாக்க வேண்டிய மாறியாகிய $n$ இன் மீது கவனத்தைச் செலுத்துக. $n$ இலிருந்து $1$ ஐக் கழித்து $(n-1)$ ஐயும் $(n-1)$ ஐ $d$ இனால் பெருக்கி $(n-1)\,d$ ஐயும் இறுதியில் $(n-1)\,d$ உடன் $a$ ஐக் கூட்டி $a + (n-1)\,d$ ஐயும் பெற்று வலப் பக்கத்தில் உள்ள கோவை உருவாக்கப்பட்டுள்ளது.

$n$ ஐ எழுவாயாக்குவதற்கு மேலே குறிப்பிட்ட கணிதச் செய்கைகளின் மறுதலைகளை (அதாவது கழித்தலின் மறுதலை கூட்டலாகவும் பெருக்கலின் மறுதலை வகுத்தலாகவும்) பின்னிருந்து முன்னாகச் செய்ய வேண்டும். வேறொரு விதமாகக் கூறுவதாயின் பொருத்தமானவாறு வெளிப்படையுண்மைகளைப் பயன்படுத்தி $n$ ஐ எழுவாயாக்க வேண்டும்.

இதற்கேற்ப, முதலில் சமன்பாட்டின் இருபக்கங்களிலிருந்தும் $a$ ஐக் கழித்துச் சுருக்குவோம்.

$$l - a = a + (n-1)d - a$$
$$l - a = (n-1)d$$

இப்போது இரு பக்கங்களுடனும் $d$ இனால் வகுத்துச் சுருக்குவோம்.

$$\frac{l-a}{d} = \frac{(n-1)\cancel{d}^{\,1}}{\cancel{d}_{\,1}}$$
$$\frac{l-a}{d} = n-1$$

இறுதியாக இருபக்கங்களுடனும் $1$ ஐக் கூட்டிச் சுருக்குவோம்.

$$\frac{l-a}{d} + 1 = n - 1 + 1$$
$$\frac{l-a}{d} + 1 = n$$
$$n = \frac{l-a}{d} + 1$$

தேவையாயின் இச்சூத்திரத்தின் இடது பக்கத்தை ஒரு பொதுப் பகுதியெண் கிடைக்குமாறு சுருக்க முடியுமாயினும் அவ்வாறு செய்வது கட்டாயமானதல்ல.

### பயிற்சி 17.1

1. $C = 2\pi r$ என்னும் சூத்திரத்தில் $r$ ஐ எழுவாயாக்குக.

2. $a = b - 2c$ என்னும் சூத்திரத்தில் $c$ ஐ எழுவாயாக்குக.

3. $v = u + at$ என்னும் சூத்திரத்தில் $t$ ஐ எழுவாயாக்குக.

4. $y = mx + c$ என்னும் சூத்திரத்தில்
   (i) $c$ ஐ எழுவாயாக்குக.
   (ii) $m$ ஐ எழுவாயாக்குக.

5. $a = 2(b + c)$ என்னும் சூத்திரத்தில் $c$ ஐ எழுவாயாக்குக.

6. $F = \frac{9}{5}C + 32$ என்னும் சூத்திரத்தில் $C$ ஐ எழுவாயாக்குக.

7. $l = a + (n - 1)d$ என்னும் சூத்திரத்தில்
   (i) $a$ ஐ எழுவாயாக்குக.
   (ii) $d$ ஐ எழுவாயாக்குக.

8. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ என்னும் சூத்திரத்தில் $y$ ஐ எழுவாயாக்குக.

9. $\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}$ என்னும் சூத்திரத்தில் $r_2$ ஐ எழுவாயாக்குக.

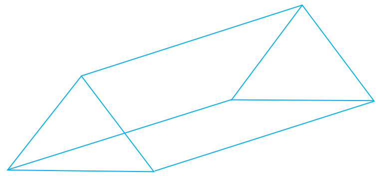
10. $ax = m(x - t)$ என்னும் சூத்திரத்தில் $x$ ஐ எழுவாயாக்குக.

11. $P = \frac{at}{a - t}$ என்னும் சூத்திரத்தில் $a$ ஐ எழுவாயாக்குக.

## 17.2 பிரதியீடு

ஒரு சூத்திரத்தில் ஒரு மாறியைத் தவிர மற்றைய மாறிகளின் பெறுமானங்கள் தரப்பட்டுள்ளபோது அப்பெறுமானங்களைச் சூத்திரத்தில் பிரதியிடுவதன் மூலம் பெறுமானம் தெரியாத மாறியின் பெறுமானத்தைக் காணலாம்.

ஆறு உச்சிகளையும் ஐந்து முகங்களையும் நேர் விளிம்புகளையும் மாத்திரம் கொண்டுள்ள ஒரு திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்போம்.



உதாரணமாக மேலே உள்ள உருவைக் கருத்தில் கொண்டு,

$E = V + F - 2$

என்னும் சூத்திரத்தில் $V$, $F$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்கள் முறையே 6, 5 ஆயின் (உருவில் தரப்பட்டுள்ள முக்கோண அரியம் இச்சந்தர்ப்பத்துக்கான உதாரணம் ஆகும்), அப்போது $E$ ஐக் காணலாம். $V$, $F$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைச் சூத்திரத்தில் பிரதியிடும்போது $E = 6 + 5 - 2$

$= 9$

எனப் பெறப்படும்.

இதற்கேற்ப ஒரு முக்கோண வடிவ அரியத்தில் உள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை 9 ஆகும்.

மேலும் சில உதாரணங்களைக் கவனத்தில் கொள்வோம்.

ஒரு சூத்திரத்தில் உள்ள தெரியாக் கணியங்களுக்குத் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிட்டுத் தெரியாக் கணியத்தின் பெறுமானத்தைக் காணும்போது பின்பற்ற வேண்டிய இரண்டு முறைகள் உள்ளன. சூத்திரத்தில் உள்ளவாறே அதனை வைத்துக் கொண்டு தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிடுதல் முதலாவது முறையாகும். பெறுமானம் காணப்படவேண்டிய மாறியை எழுவாயாக்கி அதன் பின்னர் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிட்டுப் பெறுமானத்தைக் காணல் இரண்டாவது முறையாகும். இரண்டு முறைகளினாலும் ஒரு சூத்திரத்தில் உள்ள மாறியின் பெறுமானத்தைக் காணும் முறையை ஆராய்வோம்.

**உதாரணம் 1**

7 முகங்களையும் 12 விளிம்புகளையும் கொண்ட ஒரு திண்மப் பொருளில் உள்ள உச்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க. விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை $E$ எனவும் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை $V$ எனவும் முகங்களின் எண்ணிக்கை $F$ எனவும் கொள்வோம்.

இங்கு பயன்படுத்த வேண்டிய சூத்திரம் $E = V + F - 2$ ஆகும். இச்சூத்திரத்தில் $F$, $E$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. $V$ இன் பெறுமானம் காணப்படவேண்டியதாகும். $V$ இன் பெறுமானத்தை இரண்டு முறைகளில் காணலாம். $E = V + F - 2$ இல் தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைப் பிரதியிட்டுப் பெறப்படும் சமன்பாட்டை $V$ இற்காகத் தீர்ப்பது ஒரு முறையாகும். சூத்திரத்தில் $V$ ஐ முதலில் எழுவாயாக்கிப் பின்னர் $E$, $F$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைப் பிரதியிட்டுச் சுருக்குவது மற்றைய முறையாகும். இரண்டு முறைகளையும் கவனிப்போம்.

**முறை** (i)

$E = V + F - 2$ என்னும் சூத்திரத்தில் $E = 12$, $F = 7$ என்பவற்றைப் பிரதியிடும்போது

$$12 = V + 7 - 2$$
$$12 = V + 5$$
$$12 - 5 = V$$
$$7 = V$$
$$V = 7$$

$\therefore$ உச்சிகளின் எண்ணிக்கை 7 ஆகும்.

**முறை** (ii)

$V$ ஐ எழுவாக்கிய பின்னர் பெறுமானங்களைப் பிரதியிடல்

$$E = V + F - 2$$
$$E + 2 = V + F$$
$$E + 2 - F = V$$
$$V = E + 2 - F$$
$$V = 12 + 2 - 7$$
$$V = 7$$

$\therefore$ உச்சிகளின் எண்ணிக்கை 7 ஆகும்.

**குறிப்பு**

ஒரு சூத்திரத்தில் எழுவாயை மாற்றுவதன் ஒரு நோக்கம் அச்சூத்திரத்தில் உள்ள மாறிகளின் பெறுமானங்களை நேரடியாகப் பிரதியிட்டுப் பெறுமானம் தெரியாத மாறியின் பெறுமானத்தை இலகுவில் கண்டுகொள்வதை இலகுவாக்கிக் கொள்வதற்காகும்.

**உதாரணம் 2**

$C = \frac{5}{9}(F - 32)$ என்னும் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி $35^{o} C$ என்பதைப் பரனைற்றுகளில் காண்க.

இங்கு $C$ இன் மூலம் செல்சியஸ் வெப்பநிலையும் $F$ இன் மூலம் பரனைற்று வெப்பநிலையும் தரப்பட்டுள்ளன எனக் கருதுக.

$C = \frac{5}{9}(F - 32)$ இல் $C = 35$ ஐப் பிரதியிடும்போது

$$35 = \frac{5}{9}(F - 32)$$
$$35 \times 9 = 5(F - 32)$$
$$\frac{{}^{7}\cancel{35} \times 9}{\cancel{5}_{1}} = F - 32$$
$$63 = F - 32$$
$$63 + 32 = F$$
$$95 = F$$
$$F = 95$$

$\therefore$ தரப்பட்டுள்ள வெப்பநிலை $95^{o} F$ ஆகும்

## பயிற்சி 17.2

1. $a = (b + c) - 2$ என்னும் சூத்திரத்தில் $b = 7$, $c = 6$ எனின், $a$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ என்னும் சூத்திரத்தில் $F = 104$ ஆயின், $C$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

3. $y = mx + c$ என்னும் சூத்திரத்தில் $y = 11$, $x = 5$, $c = -4$ எனின், $m$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

4. $C = 2\pi r$ என்னும் சூத்திரத்தில் $C = 88$, $\pi = \frac{22}{7}$ எனின், $r$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

5. $l = a + (n - 1)d$ என்னும் சூத்திரத்தில் $l = 22$, $a = -5$, $n = 10$ எனின், $d$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

6. $S = \frac{n}{2}(a + l)$ என்னும் சூத்திரத்தில் $S = -330$, $a = 15$, $l = -48$ எனின், $n$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

## பலவினப் பயிற்சி

1. $P = C\left(1 + \frac{r}{100}\right)$ என்னும் சூத்திரத்தில்
   (i) $r$ ஐ எழுவாயாக்குக.
   (ii) $P = 495$, $C = 450$ எனின், $r$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

2. $\frac{y - c}{x} = m$ என்னும் சூத்திரத்தில்
   (i) $x$ ஐ எழுவாயாக்குக.
   (ii) $y = 20$, $c = -4$, $m = 3$ எனின், $x$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

3. $ax = bx - c$ என்னும் சூத்திரத்தில்
   (i) $x$ ஐ எழுவாயாக்குக.
   (ii) $a = 3$, $b = 4$, $c = 6$ எனின், $x$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

**4.** $a = \dfrac{bx + c}{b}$ என்னும் சூத்திரத்தில்

(i) $b$ ஐ எழுவாயாக்குக.

(ii) $a = 4, c = 5, x = 3$ எனின், $b$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

**5.** $\dfrac{1}{v} + \dfrac{1}{u} = \dfrac{1}{f}$ என்னும் சூத்திரத்தில் $v = 20, u = 5$ எனின், $f$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

**6.** $\dfrac{a}{b} = \dfrac{p}{q}$ என்னும் சூத்திரத்தில் $a = 6, p = 3, q = 4$ எனின், $b$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

**7.** $S = \dfrac{n}{2}(a + l)$ என்னும் சூத்திரத்தில்

(i) $l$ ஐ எழுவாயாக்குக.

(ii) $S = 198, n = 12, a = 8$ எனின், $l$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

**8.** $y = mx + c$ என்னும் சூத்திரத்தில்

(i) $m$ ஐ எழுவாயாக்குக.

(ii) $y = 8, x = 9, c = 2$ எனின், $m$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

**பொழிப்பு**

- அட்சரகணிதக் கோவைகளைக் கொண்ட சமன்பாடு சூத்திரம் எனப்படும்.
- ஒரு சூத்திரத்தின் ஒரு பக்கத்தில் ஓர் உறுப்பை மாத்திரம் கொண்டிருந்தால் அவ்வுறுப்பு அதன் எழுவாய் எனப்படும்.
- வெளிப்படையுண்மைகளைப் பயன்படுத்திச் சூத்திரத்தின் மாறிகளை எழுவாயாக மாற்றலாம்.
- சூத்திரத்தின் ஒரு மாறியைத் தவிர மற்றைய மாறிகள் தெரியும்போது அம்மாறியின் பெறுமானத்தைக் காணலாம்.