15 சமன்பாடுகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- அடைப்புகளைக் கொண்ட எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கவும்
- பின்னங்களைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கவும்
- ஒரு தெரியாக் கணியத்தின் குணகம் சமனாகவுள்ள ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

எளிய சமன்பாடுகள்

எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பது தொடர்பாக இதற்கு முன்னர் நீங்கள் கற்ற விடயங்களை நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $x + 12 = 20$	(ii) $x - 7 = 2$	(iii) $5 + m = 8$
(iv) $2x = 16$	(v) $-3x = 6$	(vi) $2p + 1 = 5$
(vii) $3b - 7 = 2$	(viii) $\frac{x}{2} = 3$	(ix) $\frac{2p}{3} = 5$
(x) $\frac{m}{5} - 1 = 8$	(xi) $2(x + 3) = 11$	(xii) $3(1 - x) = 9$

15.1 இரண்டு அடைப்புகளுடனான சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

மீட்டற் பயிற்சியில் இருந்த சில சமன்பாடுகளில் அடைப்புக்குறிகளும் அடங்கியிருந்தன. இரண்டு அடைப்புகளுடனான எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் விதத்தை இவ்வலகில் கற்கவுள்ளோம்.

இப்போது பல அடைப்புகளுடனான எளிய சமன்பாடு ஒன்றை உருவாக்கித் தீர்க்கும் விதத்தை நோக்குவோம்.

குறிப்பு

அடைப்புகளைப் பிரயோகிக்கும்போது பயன்படுத்தும் அடைப்பு வகைகள்

( )	{ }	[ ]
↑	↑	↑
எளிய அடைப்பு	சங்கிலி அடைப்பு	இரட்டை அடைப்பு

அடைப்புக்குறிகளை இடும்போது முதலில் எளிய அடைப்பையும் இரண்டாவதாகச் சங்கிலி அடைப்பையும் மூன்றாவதாக இரட்டை அடைப்பையும் இடுவது வழக்கம்.

''யாதாயினுமோர் எண்ணுடன் 3 ஐக் கூட்டி அதன் இரு மடங்கிலிருந்து 1 ஐக் கழித்துப் பெறப்படும் எண்ணின் ஐந்து மடங்குடன் 2 ஐக் கூட்டும்போது வரும் விடை 47 இற்குச் சமனாகும்'' எனத் தரப்பட்ட தரவிற்குச் சமன்பாடு ஒன்றை உருவாக்கித் தீர்க்கும் விதத்தை நோக்குவோம்.

அவ்வெண் x எனின்,

அவ்வெண்ணுடன் 3 ஐக் கூட்டப்படும்போது $x + 3$ எனப் பெறப்படும்.

அவ்வெண்ணின் இரு மடங்கை $2\,(x + 3)$ என எழுதலாம்.

இக்கோவையிலிருந்து 1 ஐக் கழிக்கும்போது $2\,(x + 3) - 1$ எனப் பெறப்படும்.

இக்கோவையின் ஐந்து மடங்கைப் பெறுவதற்குச் சங்கிலி அடைப்பைப் பயன்படுத்தலாம். அப்போது $5\{2\,(x + 3) - 1\}$ என எழுதப்படும்.

அதனுடன் 2 ஐக் கூட்டும்போது $5\{2\,(x + 3) - 1\} + 2$ ஆகும்.

இது 47 இற்குச் சமன் என்று கொடுக்கப்பட்டிருப்பதால்,

$5\{2\,(x + 3) - 1\} + 2 = 47$ என்று எழுதப்படும்.

இனி இச்சமன்பாட்டைத் தீர்த்து x இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

முதலில் எளிய அடைப்பை நீக்குவோம்.

$5\{2\,(x + 3) - 1\} + 2 = 47$ எனப் பெறப்படும்.

$$5\{2x + 5\} + 2 = 47$$

சங்கிலி அடைப்பை நீக்குவதனால்

$$10x + 25 + 2 = 47$$

சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 27 ஐக் கழிக்கும்போது

$10x + 27 - 27 = 47 - 27$ எனப் பெறப்படும்

அதாவது $10x = 20$ எனப் பெறப்படும்.

சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் 10 ஆல் வகுக்கும்போது

$$\frac{10x}{10} = \frac{20}{10}$$

$x = 2$ எனப் பெறப்படும்.

ஆகவே அவ்வெண் 2 ஆகும்.

குறிப்பு

ஒரு சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதற்குக் குறிப்பிட்ட ஒரு முறையைப் பின்பற்ற வேண்டும் என்ற கட்டாயமில்லை. இலகுவான முறையைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்கலாம்.

அடைப்புகளுடனான சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் விதத்தை மேலும் உறுதிப்படுத்திக் கொள்வதற்குச் சில உதாரணங்களைக் கற்போம்.

உதாரணம் 1

தீர்க்க. $2\{3(2x-1)+4\} = 38$

$$2\{3(2x-1)+4\} = 38$$

இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் வகுத்தல்

$$3(2x-1)+4 = 19$$

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 4 ஐக் கழித்தல்

$$3(2x-1)+4-4 = 19-4$$

$$3(2x-1) = 15$$

இரு பக்கங்களையும் 3 ஆல் வகுத்தல்

$$2x-1= 5$$

இரு பக்கங்களுக்கும் 1 ஐக் கூட்டல்

$$2x-1+1= 5+1$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{6}{2}$$ (இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் வகுப்பதனால்)

$$x = 3$$

உதாரணம் 2

தீர்க்க. $5\{4(x+3)-2(x-1)\} = 72$

$$5\{4(x+3)-2(x-1)\} = 72$$

$5\{4x+12-2x+2\} = 72$ (எளிய அடைப்பை நீக்குதல்)

$$5\{2x+14\} = 72$$

$10x+70 = 72$ (சங்கிலி அடைப்பை நீக்குதல்)

$10x+70-70 = 72-70$ (இரு பக்கங்களில் இருந்தும் 70 ஐக் கழித்தல்)

$$\frac{10x}{10} = \frac{2}{10}$$

$$x = \frac{1}{5}$$

பயிற்சி 15.1

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $3\{2(x-1)+2\} = 18$

(ii) $5\{3(x+2)-2(x-1)\} = 60$

(iii) $6+2\{x+3(x+2)\} = 58$

(iv) $5\{2+3(x+2)\} = 10$

(v) $2\{3(y-1)-2y\} = 2$

(vi) $7x+5\{4-(x+1)\} = 17$

15.2 பின்னங்களைக் கொண்ட எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

இனி நாங்கள் பின்னங்களைக் கொண்ட எளிய சமன்பாடு ஒன்றை உருவாக்கித் தீர்க்கும் விதத்தை நோக்குவோம்.

குறித்தவொரு வியாபாரி விற்பனை செய்வதற்காகக் கொண்டு வந்த ஒரு தொகை மாம்பழங்களில் 10 பழுதடைந்துவிட்டதால் அவை அகற்றப்பட்டுவிட்டன. எஞ்சியவை 5 வீதம் கொண்ட 12 குவியல்களாக வகுக்கப்பட்டன.

இத்தரவுகளைக் குறிப்பதற்குச் சமன்பாடு ஒன்றை உருவாக்குக. வியாபாரி விற்பனைக்குக் கொண்டு வந்த மாம்பழங்களின் எண்ணிக்கையை x எனக் கொள்வோம் எனவே பழுதடைந்த 10 ஐ அகற்றியபோது அக்கோவை $x-10$ ஆகும். எஞ்சியவற்றை 5 வீதம் கொண்ட குவியல்களாக்கும்போது $\frac{x-10}{5}$ எனக் கிடைக்கும்.

குவியல்களாக வேறாக்கும்போது 12 குவியல்கள் கிடைக்கின்றன.

$$\therefore \frac{x-10}{5} = 12 \text{ என எழுதலாம்.}$$

தற்போது சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதன் மூலம் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

$$\frac{x-10}{5} = 12$$

சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களையும் 5 ஆல் பெருக்கும்போது

$$5 \times \frac{x-10}{5} = 12 \times 5$$

$x - 10 = 60$ எனக் கிடைக்கும்.

சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களுடனும் 10 ஐக் கூட்டும்போது

$$x - 10 + 10 = 60 + 10$$

$x = 70$ எனப் பெறப்படும்.

இதற்கேற்ப வியாபாரி 70 மாம்பழங்களை விற்பனைக்காகக் கொண்டு வந்தார்.
பின்னங்களைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் விதத்தை மேலும் உறுதிப் படுத்திக்கொள்வதற்கு மேலும் சில உதாரணங்களைக் கற்போம்.

உதாரணம் 1

தீர்க்க. $\frac{x+3}{2} = 15$

$$2 \times \frac{x+3}{2} = 2 \times 15 \text{ (இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் பெருக்குதல்)}$$

$$x + 3 = 30$$

$$x + 3 - 3 = 30 - 3 \text{ (இரு பக்கங்களிலிருந்தும் 3 ஐக் கழித்தல்)}$$

$$x = 27$$

உதாரணம் 2

தீர்க்க. $\frac{y}{2} - \frac{y}{3} = 9$

$$\frac{y}{2} - \frac{y}{3} = 9$$

$$6 \times \frac{y}{2} - 6 \times \frac{y}{3} = 9 \times 6$$ (2, 3 ஆகிய எண்களின் பொ.ம. சி ஆகிய 6 இனால் இரு பக்கங்களையும் பெருக்குதல்)

$$3y - 2y = 54$$

$$y = 54$$

உதாரணம் 3

தீர்க்க. $2\left(\frac{m}{3} - 1\right) = 10$

$$2\left(\frac{m}{3} - 1\right) = 10$$

$$\frac{2}{2}\left(\frac{m}{3} - 1\right) = \frac{10}{2} \text{ (இரு பக்கங்களையும் 2 ஆல் வகுத்தல்)}$$

$$\frac{m}{3} - 1 = 5$$

$$\frac{m}{3} - 1 + 1 = 5 + 1 \text{ (இரு பக்கங்கடனும் 1 ஐக் கூட்டுதல்)}$$

$$\frac{m}{3} = 6$$

$$3 \times \frac{m}{3} = 6 \times 3 \text{ (இரு பக்கங்களையும் 3 ஆல் பெருக்குதல்)}$$

$$m = 18$$

குறிப்பு

சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும்போது ஒவ்வொரு படிமுறையின் செயற்பாடுகளையும் விவரித்து எழுத வேண்டியதில்லை.

பயிற்சி 15.2

1. பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $\frac{x-2}{5} = 4$ (ii) $\frac{y+8}{3} = 5$ (iii) $\frac{2a}{3} + 1 = 7$

(iv) $\frac{5b}{2} - 3 = 2$ (v) $\frac{p+3}{2} = 5$ (vi) $\frac{3m-2}{7} = 4$

(vii) $\frac{3x}{2} + \frac{x}{4} = 7$ (viii) $\frac{2m}{3} - \frac{3m}{5} = 1$ (ix) $4\left(\frac{3x}{2} - 1\right) = 12$

(x) $\frac{1}{3}\left(\frac{2a}{3} - 3\right) = 2$ (xi) $\frac{m-3}{2} + 1 = 4$ (xii) $\frac{x+1}{2} + \frac{x}{3} = 8$

(xiii) $\frac{y+1}{2} + \frac{y-3}{4} = \frac{1}{2}$ (xiv) $\frac{x+3}{2} - \frac{x+1}{3} = 2$

15.3 ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்

ஒரு தெரியாக் கணியத்தை மட்டும் கொண்ட சமன்பாடுகளை எளிய சமன்பாடுகள் எனக் கற்றுள்ளோம். இதற்கு முன்னைய தரங்களிலும் இப்பாட ஆரம்பத்திலும் எளிய சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் முறைகளைக் கற்றோம்.

இரு தெரியாக் கணியங்களைக் கொண்ட சமன்பாடுகளைத் தீர்ப்பதை இனி நோக்குவோம். அதற்காகப் பின்வரும் உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.

இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 6 எனக் கொள்வோம்.
அவ்விரு எண்களையும் x, y எனக் கொள்வோம் எனின், கிடைக்கும் சமன்பாடு $x + y = 6$ ஆகும்.
x, y என்பவற்றின் பெறுமானங்களை நிச்சயித்துக் கூற முடியாததால் x, y ஆகியவற்றுக்குப் பொருத்தமான சில பெறுமானங்கள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

அட்டவணை 15.1

x	y	$x + y$
– 1	7	6
0	6	6
1	5	6
2	4	6
3	3	6
4	2	6
5	1	6
6	0	6

மேலேயுள்ள அட்டவணையை அவதானிப்பதால் x, y ஆகியவற்றுக்குரிய பெறுமானங்கள் **எண்ணற்றவையாக** இருப்பதைக் காணக்கூடியதாக இருக்கின்றது. x, y ஆகியவற்றுக்கு இடையில் இன்னொரு தொடர்பைப் பெற்றுக் கொண்ட பின்னர் அவ்விரு சமன்பாடுகளையும் ஒன்றாகத் தீர்ப்பதன் மூலம் x, y ஆகியவற்றுக்குரிய பெறுமானங்களைப் பெற்றுகொள்ளலாம்.

பெரிய எண்ணிலிருந்து சிறிய எண்ணைக் கழிக்கும்போது கிடைப்பது 2 எனின், அச்சந்தர்ப்பத்தில் உள்ள பெரிய எண்ணை x எனக் கொண்டு $x - y = 2$ என்னும் சமன்பாட்டை உருவாக்கலாம். அச்சமன்பாட்டையும் தனியாகக் கருதும்போது அதற்குரிய பெறுமானங்களும் எண்ணற்றவையாகக் காணப்படுகின்றன என்பதைப் பின்வரும் அட்டவணை உணர்த்துகிறது.

அட்டவணை 15.2

x	y	$x - y$
6	4	2
5	3	2
4	2	2
3	1	2
2	0	2
1	–1	2

அட்டவணைகள் 15.1 ஐயும் 15.2 ஐயும் அவதானிக்கும்போது $x + y = 6$, $x - y = 2$ என்னும் இரு சமன்பாடுகளையும் திருப்திப்படுத்தும் ஒரு சோடி பெறுமானங்கள் மாத்திரம் உள்ளதை அறிகிறோம். அதிலிருந்து $x = 4$, $y = 2$ ஆகிய பெறுமானங்கள் பெறப்படுகின்றன. எனவே இவை அவ்விரு சமன்பாடுகளின் தீர்வுகளாகின்றன.

இரு தெரியாக் கணியங்களைக் கொண்ட இவ்வாறான இரு சமன்பாடுகள் **ஒருங்கமை சமன்பாடுகள்** எனப்படுகின்றன. ஒரே தடவையில் நடைபெறுவது **''ஒருங்கமை''** யின் பொருளாகும். ஒருங்கமை சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் இலகுவான முறைகள் சிலவற்றைப் பின்வரும் உதாரணங்களின் மூலம் கற்றறிவோம்.

உதாரணம் 1

தீர்க்க.

$x + y = 6$

$x - y = 2$

தீர்த்தலை இலகுவாக்குகிக் கொள்வதற்காகச் சமன்பாடுகளை 1, 2 எனக் குறிப்போம்.

$x + y = 6$ ______ ①

$x - y = 2$ ______ ②

முறை 1

இது ***''பிரதியிடல் முறை''*** மூலம் தீர்த்தல் எனப்படும்.

சமன்பாடு ② இல் x ஐ எழுவாயாக மாற்றும்போது x இல் ஒரு சமன்பாடு பெறப்படும்.

$x = 2 + y$ கிடைக்கும்.

இங்குள்ள x இற்குப் பெற்ற கோவையைச் சமன்பாடு ① இல் பிரதியிடுவதால் $2 + y + y = 6$ எனக் கிடைக்கும்.

இது ஓர் எளிய சமன்பாடாகும். இதனைத் தீர்த்து y இன் பெறுமானத்தைப் பெறலாம்.

$$2 - 2 + 2y = 6 - 2$$
$$2y = 4$$
$$\frac{2y}{2} = \frac{4}{2}$$
$$y = 2$$

$y = 2$ ஐ $x = 2 + y$ இல் பிரதியிடும்போது x இன் பெறுமானத்தைப் பெறலாம்.

$$x = 2 + 2$$
$$x = 4$$

முறை 2

இது ***''ஒரு மாறியை அகற்றும் முறை''*** எனப்படும்.

$x + y = 6$ _______ ①
$x - y = 2$ _______ ②

சமன்பாடு ① இல் y உம் சமன்பாடு ② இல் $-y$ உம் உள்ளதை அவதானிக்கலாம். இவ்விரு சமன்பாடுகளையும் கூட்டும்போது

① + ② $\quad x + y + x - y = 6 + 2$ எனப் பெறப்படும்.

இரு சமன்பாடுகளையும் கூட்டுதல் என்பது, ''சமனான கணியங்களுடன் சமனான கணியங்களைக் கூட்டுவதால் பெறப்படும் கணியங்களும் சமனாகும்'' என்னும் வெளிப்படையுண்மையைப் பிரயோகித்தலாகும். இப்போது $+y$, $-y$ ஆகியன அகற்றப்பட்டு x ஐ மாத்திரம் கொண்ட எளிய சமன்பாடு ஒன்று பெறப்படும். இதனைத் தீர்த்து x இன் பெறுமானத்தைக் காணலாம்.

$$2x = 8$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$$
$$x = 4$$

$x = 4$ ஐச் சமன்பாடு ① இல் பிரதியிடுவதன் மூலம் y இன் பெறுமானத்தைக் காணலாம்.

$$4 + y = 6$$
$$4 - 4 + y = 6 - 4$$
$$y = 2$$

மேலுள்ள ஒருங்கமை சமன்பாடுகளின் சோடியில் y இன் குணகங்கள் 1, −1 ஆக அமைந்துள்ளன. அதாவது குணகங்களின் எண்ரீதியிலான பெறுமானங்கள் சமனானவை (குறிகளைக் கருதாது). மேலும் சில உதாரணங்களை நோக்குவோம். இங்கே முறை 2 ஐப் பயன்படுத்திச் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்கும் விதத்தை நோக்குவோம்.

உதாரணம் 2

தீர்க்க. $2m + n = 10$

$m - n = 2$

$2m + n = 10$ ______ ①

$m - n = 2$ ______ ②

① + ②, $2m + n + m - n = 10 + 2$

$$\frac{3m}{3} = \frac{12}{3}$$

$$m = 4$$

இதனைச் சமன்பாடு ① இல் பிரதியிடும் போது

$$2 \times 4 + n = 10$$
$$8 + n = 10$$
$$n = 10 - 8$$
$$n = 2$$

உதாரணம் 3

தீர்க்க. $2a + 3b = 7$

$a + 3b = 4$

$2a + 3b = 7$ ______ ①

$a + 3b = 4$ ______ ②

இங்கு தெரியாக் கணியம் b இன் குணகங்கள் சமனாகின்றன. எனவே b அகற்றப்படும் விதத்தில் ஒன்றிலிருந்து மற்றைய சமன்பாட்டைக் கழிப்போம்.

① − ②, $2a + 3b - (a + 3b) = 7 - 4$ (b இன் குணகங்கள் சமனாகின்றன. b அகற்றப்படுமாறு சமன்பாடுகள் இரண்டையும் கழிப்போம்.)

$$2a + 3b - a - 3b = 3$$
$$a = 3$$

$a = 3$ ஐச் சமன்பாடு ② இல் பிரதியிடும்போது

$$3 + 3b = 4$$
$$3b = 4 - 3$$
$$b = \frac{1}{3}$$

உதாரணம் 4

தீர்க்க. $x + 2y = 11$
$x - 4y = 5$

$x + 2y = 11$ ______ ①
$x - 4y = 5$ ______ ②

x இன் குணகங்கள் சமனாகின்றன. எனவே ஒரு சமன்பாட்டிலிருந்து மற்றையதைக் கழிப்பதனால் x ஐ நீக்கலாம்.

①−②, $x + 2y - (x - 4y) = 11 - 5$

$$x + 2y - x + 4y = 6$$

$$\frac{6y}{6} = \frac{6}{6}$$

$$y = 1$$

$y = 1$ ஐச் சமன்பாடு ① இல் பிரதியிடும்போது

$$x + 2 \times 1 = 11$$

$$x + 2 = 11$$

$$x + 2 - 2 = 11 - 2$$

$$x = 9$$

பயிற்சி 15.3

1. பின்வரும் ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடிகளைத் தீர்க்க.

(i) $a + b = 5$
$a - b = 1$

(ii) $x + y = 8$
$2x + y = 2$

(iii) $m + 2n = 7$
$m - n = 1$

(iv) $4c - b = 7$
$4c - 2b = 2$

(v) $2a + 3b = 16$
$4a + 3b = 26$

(vi) $3k + 4l = 4$
$3k - 2l = 16$

(vii) $x + 3y = 12$
$-x + y = 8$

(viii) $3m - 2n = 10$
$-3m + n = -14$

2. இரு எண்களின் கூட்டுத்தொகை 10 ஆகவும் அவற்றின் வித்தியாசம் 2 ஆகவும் இருப்பின், அவ்விரு எண்களையும் x, y எனக் கொண்டு ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடியை உருவாக்கி அவ்வெண்களைக் காண்க.

3. இரு பேனாக்களையும் ஒரு பென்சிலையும் வாங்குவதற்கு ரூ. 40 உம் இரு பேனாக்களையும் மூன்று பென்சில்களையும் வாங்குவதற்கு ரூ. 60 உம் செலவாகின்றன. பேனா ஒன்றின் விலை ரூ. q எனவும் பென்சில் ஒன்றின் விலை ரூ. p எனவும் கொண்டு ஒருங்கமை சமன்பாட்டுச் சோடிகளை அமைத்துப் பேனா ஒன்றினதும் பென்சில் ஒன்றினதும் விலைகளைத் தனித்தனியே காண்க.