

8

நேர்கோடுகளுடனும் சமாந்தரக் கோடுகளுடனும் தொடர்புபட்ட கோணங்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

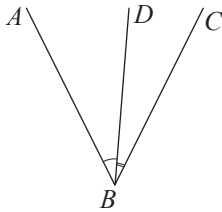
- ஒரு நேர்கோடு வேறொரு நேர்கோட்டினைச் சந்திக்கும்போது அல்லது வேறொரு நேர்கோட்டினை இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் அடுத்துள்ள கோணங்களும் மற்றும் குத்தெதிர்க் கோணங்களும் இடம்பெறும் தேற்றங்களை அறிந்துகொள்வதற்கும் அவற்றினை வாய்ப்புப் பார்ப்பதற்கும் அவற்றைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்
- இரு நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் கோணங்களை இனங்காண்பதற்கும்
- இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் கோணங்கள் தொடர்பான தேற்றங்களை அறிந்துகொள்வதற்கும் வாய்ப்புப் பார்ப்பதற்கும் அவற்றைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

அறிமுகம்

முதலில் கேத்திரகணிதம் தொடர்பாக முன்னைய தரங்களில் கற்ற சில அடிப்படை விடயங்களை நினைவுகூர்வோம்.

அடுத்துள்ள கோணங்கள்



- பொது உச்சி காணப்படும்.
மேற்குறித்த $\angle ABD$, $\angle DBC$ ஆகிய இரு கோணங்களுக்கும் பொது உச்சி உண்டு. அப்பொது உச்சி B ஆகும்.
- பொதுப் புயம் காணப்படும்.
 $\angle ABD$, $\angle DBC$ என்பவற்றுக்குப் பொதுப் புயம் உண்டு. அது BD ஆகும்.
- பொதுப் புயத்தின் இரு புறத்திலும் கோணங்கள் அமைந்திருக்கும்.
BD இன் இரு புறத்திலும் $\angle ABD$, $\angle DBC$ என்னும் கோணங்கள் அமைந்துள்ளன.

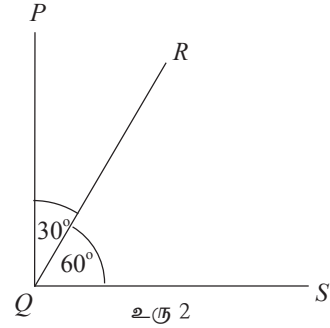
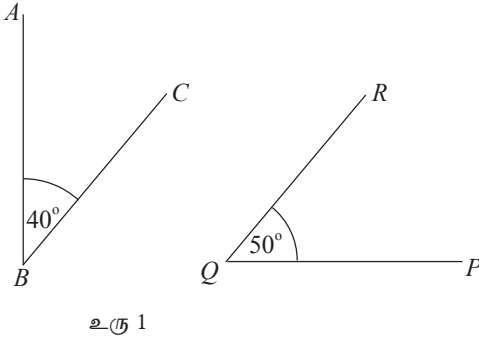
$\therefore \angle ABD$ உம் $\angle DBC$ உம் ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும்.



குறிப்பு

ஆனால் $\hat{ABD}$ உம் $\hat{ABC}$ உம் ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடியன்று. அதற்குக் காரணம் இவ்விரு கோணங்களும் பொதுப் புயத்தின் இரு பக்கங்களிலும் அமைந்திருக்காமையாகும்.

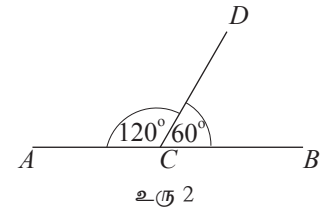
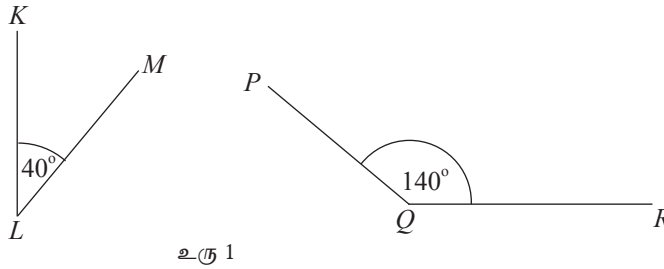
நிரப்பு கோணங்கள்



உரு 1 இல் $\hat{ABC} + \hat{PQR} = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$ ஆகையால், $\hat{ABC}$, $\hat{PQR}$ ஆகிய கோணச் சோடி நிரப்பு கோணங்களாகும்.

உரு 2 இல் $\hat{PQR}$, $\hat{RQS}$ ஆகியன அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும். மேலும் $\hat{PQR} + \hat{RQS} = 90^\circ$ ஆகையால், அக்கோணச்சோடி நிரப்பு கோணங்களும் ஆகும். எனவே $\hat{PQR}$, $\hat{RQS}$ ஆகியன ஒரு நிரப்பும் அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும்.

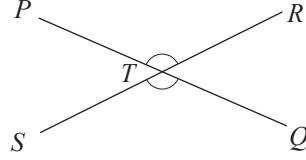
மிகைநிரப்பு கோணங்கள்



உரு 1 இல் $\hat{KLM} + \hat{PQR} = 180^\circ$ ஆகையால், $\hat{KLM}$, $\hat{PQR}$ ஆகிய கோணச் சோடி மிகைநிரப்பு கோணங்களாகும்.

உரு 2 இல் $\hat{ACD}$, $\hat{BCD}$ ஆகியன ஓர் அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும். மேலும் $\hat{ACD} + \hat{BCD} = 180^\circ$ ஆகையால், அக்கோணச் சோடி $\hat{ACD}$, $\hat{BCD}$ ஆகியன ஒரு மிகைநிரப்பும் அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும்.

குத்தெதிர்க் கோணங்கள்



PQ , RS ஆகிய இரு நேர்க்கோடுகளும் T இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் $\hat{PTR}$, $\hat{STQ}$ ஆகிய கோணச் சோடி குத்தெதிர்க் கோணங்களாகும்.

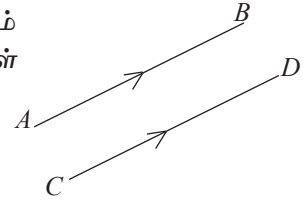
அவ்வாறே $\hat{PTS}$, $\hat{RTQ}$ ஆகியனவும் வேறொரு குத்தெதிர்க் கோணச் சோடியாகும்.

குத்தெதிர்க் கோணங்கள் பருமனில் ஒன்றுக்கொன்று சமம்

$$\text{ஆகவே } \hat{PTR} = \hat{STQ}, \hat{PTS} = \hat{RTQ}$$

சமாந்தர நேர்க்கோடுகள்

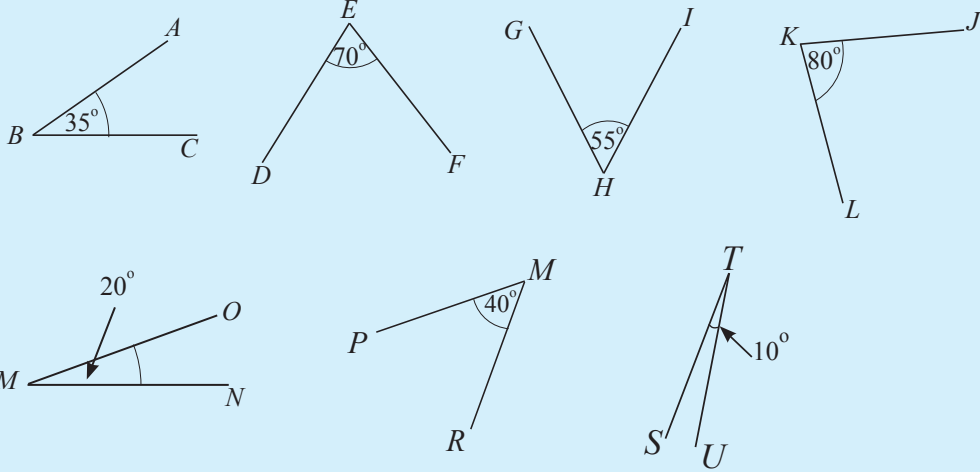
இரண்டு நேர்க்கோடுகளுக்கு இடையேயான செங்குத்துத் தூரம் எப்போதும் சமமாக இருப்பின், அவை சமாந்தர நேர்க்கோடுகள் எனப்படும். இங்கு $AB \parallel CD$ ஆகும்.



இவ்விடயங்கள் பற்றிய அறிவை மேலும் உறுதிப்படுத்துவதற்குப் பின்வரும் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

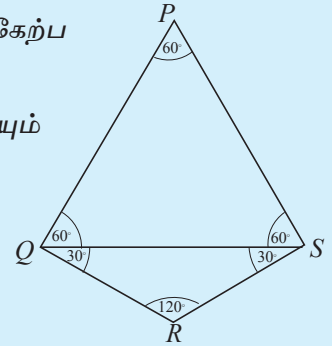
மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் கோணங்களிலிருந்து நிரப்பு கோணச் சோடிகளைத் தெரிந்து அவை எல்லாவற்றையும் எழுதுக.

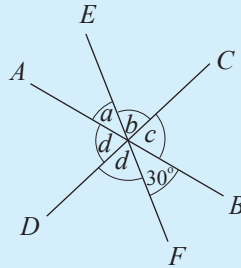


2. உருவில் உள்ள ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பருமனுக்கேற்ப

- நிரப்பு கோணச் சோடிகள் நான்கையும்
 - நிரப்பு அடுத்துள்ள கோணச் சோடிகள் இரண்டையும்
 - மிகைநிரப்பு கோணச் சோடிகள் இரண்டையும்
- எழுதுக.

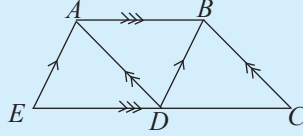


3. உருவில் AB , CD , EF ஆகிய நேர்க்கோட்டுத் துண்டங்கள் ஒரு புள்ளியில் இடைவெட்டுகின்றன. அதில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப



- a இன் மூலம் காட்டப்படும் கோணத்தின் பெறுமானத்தைத் தருக.
- $b = d$ ஆக இருப்பதற்குக் காரணத்தைத் தருக.
- d இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- b , c ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைத் தருக.

4. உருவில் காணப்படும் சமாந்தரக் கோட்டுச் சோடிகள் 3 தருக.

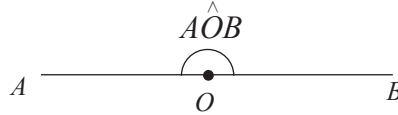


8.1 நேர்கோடுகளுடன் தொடர்புபட்ட கோணங்கள்

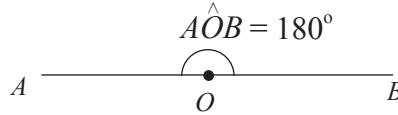
ஒரு நேர்கோடு AB மீது புள்ளி O இருக்கின்றதெனக் கொள்வோம்.



இப்போது $\hat{AOB}$ ஆனது AO , OB ஆகியவற்றைப் புயங்களாகக் கொண்ட ஒரு கோணமெனக் கருதலாம். அத்தகைய ஒரு கோணம் நேர்கோணம் எனப்படும்.

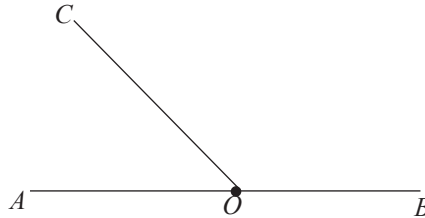


ஒரு நேர்கோணத்தின் பெறுமானம் 180° ஆக இருக்குமாறு கோணங்களை அளப்பதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் பாகை தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றது. ஆகவே $\hat{AOB} = 180^\circ$ என எழுதலாம்.



இதற்கேற்ப ஒரு நேர்கோணத்தின் பெறுமானம் 180° ஆகும்.

ஒரு நேர்கோடு AB மீது உள்ள ஒரு புள்ளி O இல் இரு கோணங்கள் வரையப்பட்டுள்ள ஒரு சந்தர்ப்பம் கீழே காணப்படுகின்றது.



இங்கு $\hat{AOC}$, $\hat{BOC}$ ஆகிய கோணங்கள் இரண்டும் ஓர் அடுத்துள்ளக் கோணச் சோடியாகும். அத்தகைய ஓர் அமைவில் $\hat{AOC}$, $\hat{BOC}$ ஆகிய இரு அடுத்துள்ள கோணங்களும் நேர்கோடு AB மீது இருப்பதாகக் கூறப்படும். மேலும் $\hat{AOB} = 180^\circ$ ஆகையால்,

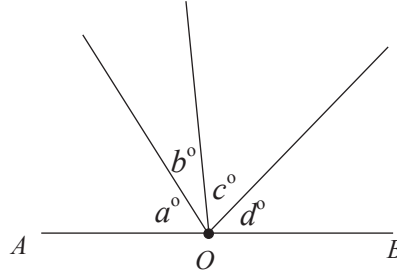
$$\hat{AOC} + \hat{BOC} = 180^\circ$$

என்பது தெளிவாகும். அதாவது $\hat{AOC}$, $\hat{BOC}$ ஆகிய இரு கோணங்களும் ஒரு மிகைநிரப்பு அடுத்துள்ள கோணச் சோடியாகும். இங்கு ஆராய்ந்த விடயங்களை பின்வருமாறு ஒரு தேற்றமாகக் காட்டலாம்.

தேற்றம்

ஒரு நேர்கோடு மீது அமைந்திருக்கும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்கள் ஆகும்.

மேலே ஆராய்ந்த விடயங்களை மேலும் பொதுவாக எடுத்துரைக்கலாம். ஓர் உதாரணமாக ஒரு நேர்கோடு AB மீது இருக்கும் புள்ளி O இல் நான்கு கோணங்கள் வரையப்பட்டுள்ள சந்தர்ப்பம் கீழே காணப்படுகின்றது.



அக்கோணங்களின் பெறுமானங்கள் பாகைகளில் a, b, c, d எனக் காட்டப்பட்டுள்ளன.

இத்தகைய ஓர் அமைவில் அக்கோணங்கள் எல்லாம் நேர்கோடு AB மீது உள்ளனவெனக் கூறப்படும். மேலும் $\hat{AOB} = 180^\circ$ ஆகையால்

$$a + b + c + d = 180$$

என்பது தெளிவாகும். கோணங்களின் எவ்வெண்ணிக்கைக்கும் இத்தொடர்புடைமை உண்மையானது என்பது தெளிவாகும். அதாவது

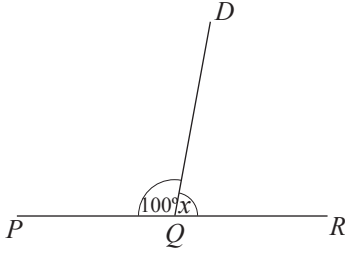
ஒரு நேர்கோட்டில் அமைந்திருக்கும் அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

இப்போது இத்தேற்றத்தைப் பயன்படுத்திப் பிரதிபலிப்புகள் தீர்க்கப்படும் விதத்தை உதாரணங்களின் மூலம் ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் PQR ஒரு நேர்கோட்டில் இருப்பின், x இன் மூலம் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(i)



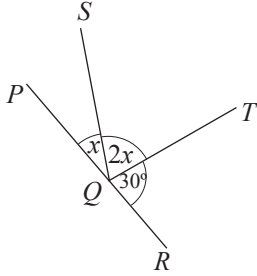
$$\hat{PQD} + \hat{DQR} = 180^\circ \text{ (நேர்கோடு } PQR \text{ மீது உள்ள கோணங்கள்)}$$

$$100^\circ + x = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 100^\circ$$

$$= 80^\circ$$

(ii)



$$\hat{PQS} + \hat{SQT} + \hat{TQR} = 180^\circ \text{ (நேர்கோடு } PQR \text{ மீது உள்ள கோணங்கள்)}$$

$$x + 2x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 30^\circ = 180^\circ$$

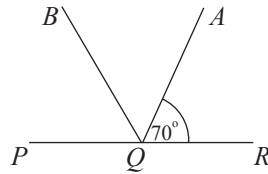
$$3x = 180^\circ - 30^\circ$$

$$3x = 150^\circ$$

$$x = 50^\circ$$

உதாரணம் 2

உருவில் $\hat{AQR} = 70^\circ$ உம் $\hat{PQA}$ இன் இருகூறாக்கி QB உம் ஆகும். $\hat{AQB}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



PQR ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்,

$$\hat{PQA} + \hat{AQR} = 180^\circ \text{ (நேர்கோடு } PQR \text{ மீது உள்ள கோணங்கள்)}$$

$$\hat{PQA} + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \hat{PQA} &= 180 - 70^\circ \\ &= 110^\circ\end{aligned}$$

$\hat{PQA}$ இன் இருகூறாக்கி BQ ஆகையால்,

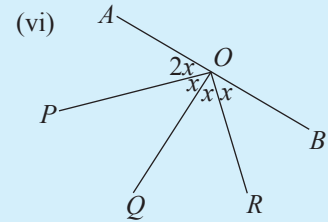
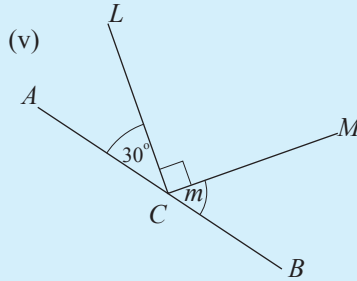
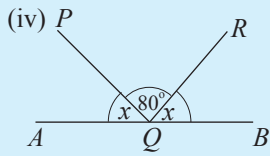
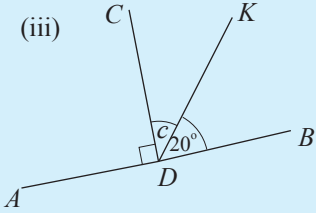
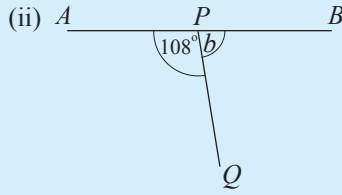
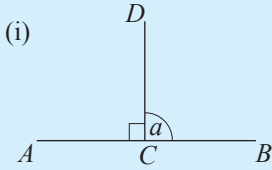
$$\hat{PQB} = \hat{AQB} = \frac{1}{2} \hat{PQA}$$

$$\begin{aligned}\therefore \hat{AQB} &= \frac{110^\circ}{2} \\ &= 55^\circ\end{aligned}$$

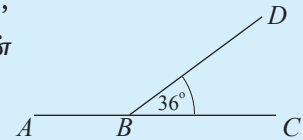


பயிற்சி 8.1

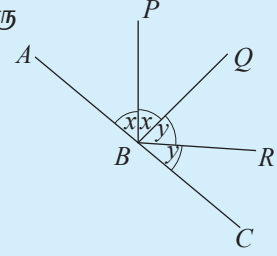
1. கீழே உள்ள உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் இருக்கும் தகவல்களுக்கேற்ப ஆங்கிலச் சிற்றெழுத்தினால் காட்டப்பட்டுள்ள கோணத்தின் பெறுமானத்தைக் காண்க.



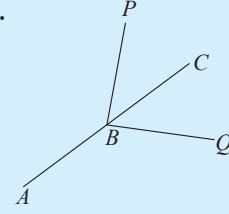
2. உருவில் ABC ஒரு நேர்கோடாகும். $\hat{DBC} = 36^\circ$ எனின், $\hat{ABD}$ இன் பெறுமானம் $\hat{DBC}$ இன் பெறுமானத்தின் நான்கு மடங்கெனக் காட்டுக.



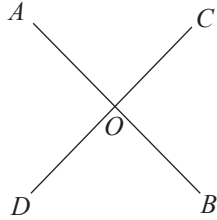
3. உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப $\hat{PBR}$ ஒரு செங்கோணமெனக் காட்டுக.



4. உருவில் ABC ஒரு நேர்கோடு. $\hat{PBC} = \hat{CBQ}$ ஆகும். $\hat{ABP} = \hat{ABQ}$ எனக் காட்டுக.



8.2 குத்தெதிர்க் கோணங்கள்



உருவில் AB , CD ஆகிய இரு நேர்கோடுகளும் O இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன.

இங்கு உச்சி O ஆனது $\hat{AOC}$, $\hat{DOB}$ ஆகிய கோணங்களுக்குப் பொதுவானது. மேலும் அக்கோணங்கள் O இன் எதிர்ப் பக்கங்களில் இருக்கின்றன.

இந்த $\hat{AOC}$, $\hat{DOB}$ ஆகிய கோணங்கள் ஒரு குத்தெதிர்க் கோணச் சோடி எனப்படும்.

அவ்வாறே உச்சி O இல் $\hat{AOD}$ உம் அதற்கு எதிர்ப் பக்கத்தில் $\hat{BOC}$ உம் இருக்கும் அதே வேளை உச்சி O அவ்விரு கோணங்களுக்கும் பொதுவானதாகும்.

ஆகவே $\hat{AOD}$, $\hat{BOC}$ ஆகியனவும் ஒரு குத்தெதிர்க் கோணச் சோடியாகும்.

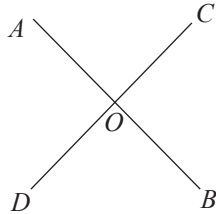
இதற்கேற்ப இரு நேர்கோடுகள் இடைவெட்டும்போது இரு குத்தெதிர்க் கோணச் சோடிகள் உண்டாகின்றன என்பது தெளிவாகும்.

குத்தெதிர்க் கோணங்கள் தொடர்பான ஒரு தேற்றத்தைக் கருதுவோம்.

தேற்றம்

இரு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டும்போது உண்டாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம் ஆகும்.

உருவைப் பார்க்கும்போது “குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமம்” என்னும் விடயம் உங்களுக்கு வெளிப்படையாகத் தெரியவரும் என்பதில் சந்தேகமில்லை. எனினும் நாம் இப்பாடத்தில் மேலே கற்ற “ஒரு நேர்கோடு மீது உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்” என்னும் வெளிப்படை உண்மை பற்றிய அறிவையும் பயன்படுத்தி இத்தேற்றம் முறையாக நிறுவப்படும் விதம் பற்றிப் பார்ப்போம்.



தரவு: AB, CD ஆகிய நேர்கோடுகள் O இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன.

நிறுவ வேண்டியது: $\hat{AOC} = \hat{BOD}$,

$$\hat{AOD} = \hat{BOC}$$

நிறுவல்:

AB ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்,

$$\hat{AOC} + \hat{BOC} = 180^\circ \text{ (நேர்கோடு } AOB \text{ மீது உள்ள கோணங்கள்)}$$

அவ்வாறே CD உம் ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்,

$$\hat{BOC} + \hat{BOD} = 180^\circ \text{ (நேர்கோடு } COD \text{ மீது உள்ள கோணங்கள்)}$$

$$\therefore \hat{AOC} + \hat{BOC} = \hat{BOC} + \hat{BOD} \text{ (வெளிப்படை உண்மை)}$$

இரு பக்கங்களிலிருந்தும் $\hat{BOC}$ ஐக் கழிக்கும்போது

$$\hat{AOC} + \hat{BOC} - \hat{BOC} = \hat{BOC} - \hat{BOC} + \hat{BOD} \text{ (வெளிப்படையுண்மை)}$$

$$\hat{AOC} = \hat{BOD}$$

இவ்வாறே $\hat{AOD} + \hat{AOC} = 180^\circ$ (நேர்கோடு COD மீது உள்ள கோணங்கள்)

$$\hat{AOC} + \hat{BOC} = 180^\circ \text{ (ஒரு நேர்கோடு } AOB \text{ மீது உள்ள கோணங்கள்)}$$

$$\therefore \hat{AOD} + \hat{AOC} = \hat{AOC} + \hat{BOC} \text{ (வெளிப்படையுண்மை)}$$

சமன்பாட்டின் இரு பக்கங்களிலிருந்தும் $\hat{AOC}$ ஐக் கழிக்கும்போது

$$\hat{AOD} = \hat{BOC}$$

இத்தேற்றம் தொடர்பான பயிற்சியில் ஈடுபடுவதற்குப் பின்வரும் உதாரணங்களில் கவனஞ் செலுத்துக.

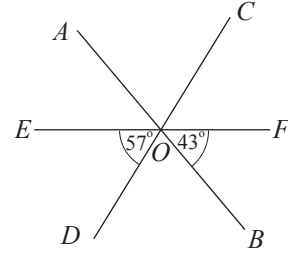
உதாரணம் 1

உருவில் உள்ள தகவல்களின் மீது காரணங் காட்டி

(i) $\hat{DOB}$ இன் பெறுமானம்

(ii) $\hat{AOC}$ இன் பெறுமானம்

ஆகியவற்றைக் காண்க.



(i) EOF ஒரு நேர்கோடு ஆகையால்

$$\hat{EOD} + \hat{DOB} + \hat{BOF} = 180^\circ \text{ (ஒரு நேர்கோடு மீது உள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை)}$$

$$57^\circ + \hat{DOB} + 43^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{DOB} = 180^\circ - (57^\circ + 43^\circ)$$

$$= 180^\circ - 100^\circ$$

$$\therefore \hat{DOB} = 80^\circ$$

(ii) $\hat{AOC} = \hat{DOB}$ (குத்தெதிர்க் கோணங்கள்)

$$\hat{DOB} = 80^\circ \text{ (முன்னர் காட்டப்பட்டுள்ளது)}$$

$$\therefore \hat{AOC} = 80^\circ$$

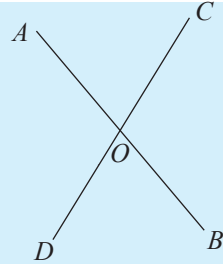


பயிற்சி 8.2

1. உருவில் AB , CD ஆகிய நேர்கோடுகள் O இல் ஒன்றையொன்று இடைவெட்டுகின்றன.

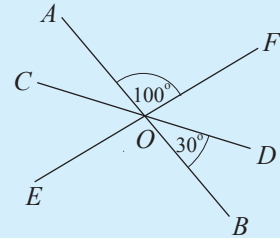
$$\angle AOC = 80^\circ \text{ எனின்,}$$

- (i) $\angle BOD$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
(ii) $\angle AOD$ இற்குச் சமமான ஒரு கோணத்தைப் பெயரிடுக.



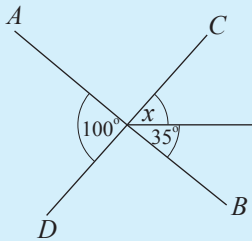
2. உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்பப் பின்வரும் கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

- (i) $\angle AOC$ (ii) $\angle BOE$ (iii) $\angle COE$



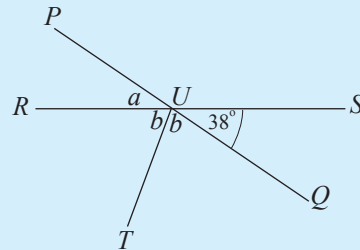
3. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள தகவல்களிலிருந்து ஆங்கிலச் சிற்பெழுத்தினால் காட்டப்படும் கோணத்தின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(i)



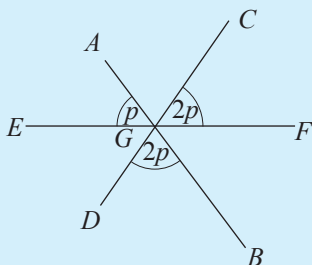
இந்த உருவில் AB உம் CD உம் நேர்கோடுகளாகும்.

(ii)



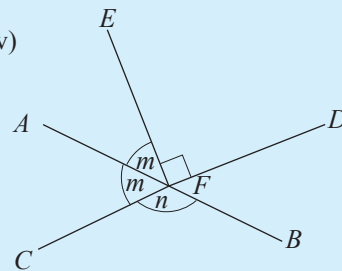
இந்த உருவில் RS உம் PQ உம் நேர்கோடுகளாகும்.

(iii)



இந்த உருவில் AB , CD , EF என்பன நேர்கோடுகளாகும்.

(iv)



இந்த உருவில் AB உம் CD உம் நேர்கோடுகளாகும்.

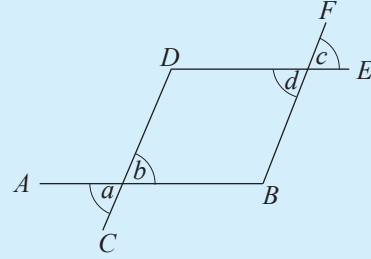
4. உருவில் AB, CD, DE, BF என்பன நேர்கோடுகளாகும். அத்துடன் a, b, c, d ஆகியவற்றினால் காட்டப்படும் கோணங்களில் $a = d$ ஆகும். $b = c$ என நிறுவும் பின்வரும் படிமுறைகளில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

$$a = b \text{ (.....)}$$

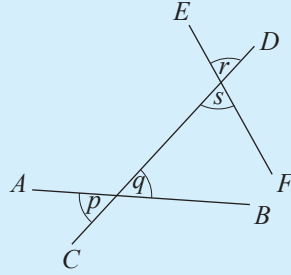
$$d = \dots \text{ (.....)}$$

$$\text{ஆனால் } \dots = \dots \text{ (தரவு)}$$

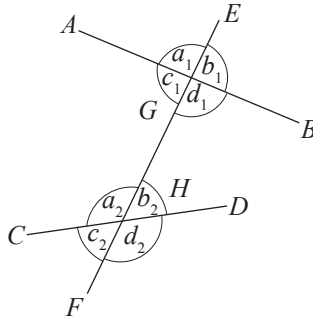
$$\therefore b = c$$



5. உருவில் AB, CD, FE ஆகியன நேர்கோடுகளாகும். இத்துடன் $p = r$ ஆகும். $s = q$ என நிறுவுக.



8.3 ஒத்த கோணங்கள், ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள், நேயக் கோணங்கள்



மேலே காட்டப்பட்டுள்ள உருவில் AB, CD என்னும் இரு நேர்கோடுகள் கோடு EF இனால் முறையே G, H ஆகியவற்றில் இடைவெட்டப்படுகின்றன.

இக்கோடு EF ஆனது குறுக்கோடி எனப்படும்.

இரண்டு அல்லது இரண்டுக்கு மேற்பட்ட நேர்கோடுகளை வெட்டுமாறு வரையப்படும் நேர்கோடு குறுக்கோடி எனப்படும்.

மேற்குறித்த உருவில் புள்ளி G ஐச் சுற்றி நான்கு கோணங்களும் புள்ளி H ஐச் சுற்றி நான்கு கோணங்களும் உள்ளன. இக்கோணங்கள் இருக்கும் விதத்திற்கேற்ப அவை சோடிகளாக விசேட பெயர்களினால் அழைக்கப்படுகின்றன.

ஒத்த கோணங்கள்

பின்வரும் நான்கு கோணச் சோடிகளையும் கருதுக.

(i) a_1 உம் a_2 உம் (ii) b_1 உம் b_2 உம் (iii) c_1 உம் c_2 உம் (iv) d_1 உம் d_2 உம்

இக்கோணச் சோடிகள் ஒவ்வொன்றும் ஒத்த கோணச் சோடியாகும். ஒத்த கோணச் சோடியாக இருப்பதற்கு இரு கோணங்களுக்கும் பின்வரும் இயல்புகள் இருத்தல் வேண்டும்.

1. இரு கோணங்களும் ஒரு குறுக்கோடியின் ஒரே பக்கத்தில் இருத்தல் வேண்டும்.

தரப்பட்டுள்ள உருவிற்கேற்ப a_1 , a_2 மற்றும் c_1 , c_2 ஆகிய இரு கோணச் சோடியும் குறுக்கோடியின் இடது பக்கத்தில் உள்ளன. அதேபோல் b_1 , b_2 மற்றும் d_1 , d_2 ஆகிய இரு கோணச் சோடிகளும் குறுக்கோடியின் வலது பக்கத்தில் உள்ளன.

2. இரு கோணங்களும் இரு நேர்கோடுகள் பற்றி ஒரே திசையில் இருத்தல் வேண்டும்.

தரப்பட்டுள்ள உருவிற்கேற்ப a_1 , a_2 ஆகிய இரு கோணங்களும் மற்றும் b_1 , b_2 ஆகிய கோணங்களும் முறையே AB , CD ஆகிய கோடுகளுக்கு மேலே உள்ளன. c_1 , c_2 ஆகிய கோணங்களும் மற்றும் d_1 , d_2 ஆகிய கோணங்களும் முறையே AB , CD ஆகிய கோடுகளுக்குக் கீழே உள்ளன.

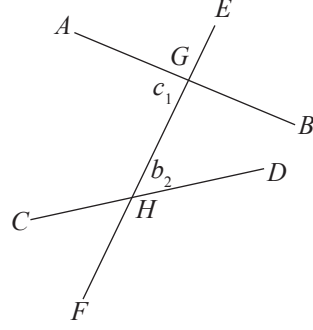
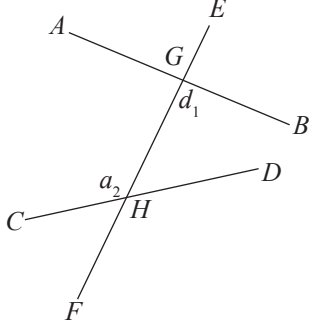
ஆகவே இங்கே காணப்படும் கோணச் சோடிகள்

(i) $\hat{EGB}$ உம் $\hat{GHD}$ உம் (ii) $\hat{AGE}$ உம் $\hat{CHG}$ உம்

(iii) $\hat{AGH}$ உம் $\hat{CHF}$ உம் (iv) $\hat{BGH}$ உம் $\hat{DHF}$ உம்

ஒத்த கோணச் சோடிகள் ஆகும்.

ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்



பின்வரும் இரண்டு கோணச் சோடிகளையும் கருதுக.

- (i) a_2 உம் d_1 உம்
- (ii) c_1 உம் b_2 உம்

இக்கோணச் சோடிகள் ஒவ்வொன்றும் ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகள் எனப்படும்.

இக்கோணச் சோடியை இனங்காண்பதற்குள்ள பொது இயல்புகள் பின்வருவனவாகும்.

1. இரு கோணங்களும் குறுக்கோடியின் இரு பக்கங்களிலும் இருத்தல் வேண்டும்

தரப்பட்டுள்ள உருவிற்கேற்ப a_2, d_1 ஆகிய இரு கோணங்களும் குறுக்கோடியின் இரு பக்கங்களிலும் உள்ளன. அவ்வாறே c_1, b_2 ஆகிய இரு கோணங்களும் குறுக்கோடியின் இரு பக்கங்களிலும் உள்ளன.

2. இரு கோணங்களுக்குமிடையே உள்ள குறுக்கோடித் துண்டம் இரு கோணங்களுக்கும் பொதுப் புயமாக இருத்தல் வேண்டும்.

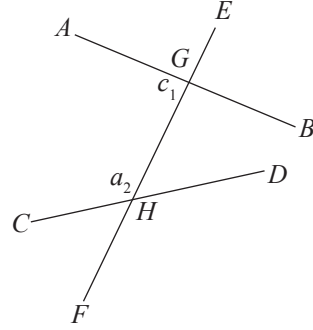
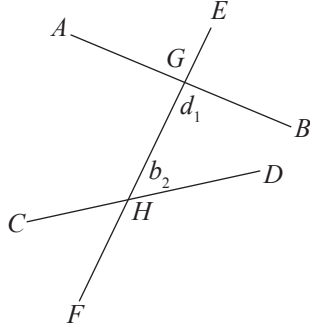
தரப்பட்டுள்ள உருவிற்கேற்பக் கோட்டுத் துண்டம் GH ஆனது a_2, d_1 ஆகிய இரு கோணங்களுக்கும் பொதுப் புயமாகும். அவ்வாறே c_1, b_2 ஆகிய இரு கோணங்களுக்கும் கோட்டுத் துண்டம் GH ஆனது ஒரு பொதுப் புயமாகும்.

ஆகவே இங்கே உருவில் காணப்படும்

- (i) $\hat{AGH}, \hat{GHD}$ (ii) $\hat{BGH}, \hat{GHC}$

ஆகிய கோணச் சோடிகள் ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகளாகும்.

நேயக் கோணங்கள்



பின்வரும் இரண்டு கோணச் சோடிகளையும் கருதுக.

- (i) c_1 உம் a_2 உம்
- (ii) d_1 உம் b_2 உம்

இக்கோணச் சோடிகள் ஒவ்வொன்றும் நேயக் கோணச் சோடியாகும்.

இக்கோணச் சோடியை இனங்காண்பதற்குள்ள பொது இயல்புகள் பின்வருவனவாகும்.

1. இரு கோணங்களும் குறுக்கோடியின் ஒரே பக்கத்தில் இருத்தல் வேண்டும். தரப்பட்டுள்ள உருவிற்கேற்ப d_1, b_2 ஆகிய கோணங்கள் GH இன் வலது பக்கத்தில் அமைந்துள்ளன. c_1, a_2 ஆகிய கோணங்கள் GH இன் இடது பக்கத்தில் அமைந்துள்ளன.

2. இரண்டு நேர்கோடுகளுக்கும் இடையில் அமைந்துள்ளது.

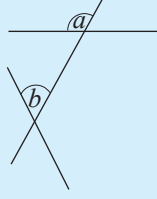
AB, CD ஆகிய நேர்கோடுகளுக்குமிடையே பொதுப் புயம் GH இன் ஒரே பக்கத்தில் இருக்கும் கோணச் சோடிகள் நேயக் கோணச் சோடிகள் எனப்படும்.

ஆகவே இங்கே உருவில் காணப்படும்

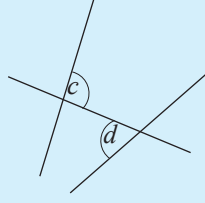
- (i) $\hat{AGH}, \hat{CHG}$ (ii) $\hat{BGH}, \hat{DHG}$

ஆகிய கோணச் சோடிகள் நேயக் கோணச் சோடிகளாகும்.

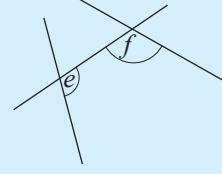
1. பின்வரும் உருக்களைக் கருதுக.



உரு 1



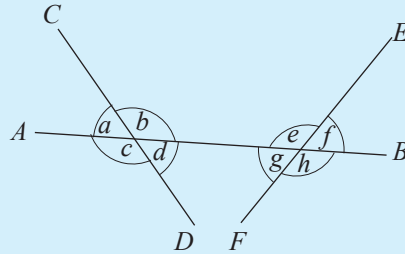
உரு 2



உரு 3

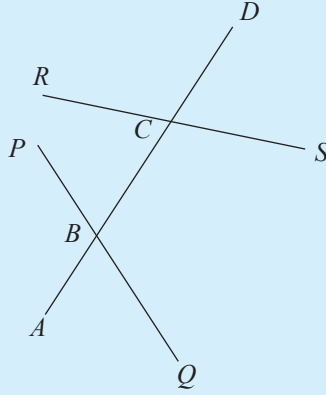
ஒவ்வொரு உருவிலும் ஆங்கிலச் சிற்றெழுத்துகளினால் காட்டப்படும் கோணங்களைக் கருதிப் பின்வரும் வாக்கியங்களில் உள்ள வெற்றிடங்களை நிரப்புக.

- உரு 1 இல் a , b ஆகியவற்றினால் கோணச் சோடி காட்டப்பட்டுள்ளது.
 - உரு 2 இல் c , d ஆகியவற்றினால் கோணச் சோடி காட்டப்பட்டுள்ளது.
 - உரு 3 இல் e , f ஆகியவற்றினால் கோணச் சோடி காட்டப்பட்டுள்ளது.
2. பின்வரும் உருவைக் கருதுக. ஆங்கிலச் சிற்றெழுத்துகளினால் அவற்றின் கோணங்கள் காட்டப்பட்டுள்ளன.



- உருவில் குறுக்கோடியாக எடுக்கத்தக்க கோட்டினைப் பெயரிடுக.
- குறுக்கோடியினால் இடைவெட்டப்படும் இரு நேர்கோடுகளைப் பெயரிடுக.
- ஒர் ஒத்த கோணச் சோடி a , e ஆகும். அவ்வாறே எஞ்சிய மூன்று ஒத்த கோணச் சோடிகளையும் பெயரிடுக.
- இரு நேயக் கோணச் சோடிகளை ஆங்கிலச் சிற்றெழுத்துகளின் சார்பில் காட்டுக.
- இரு ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகளை ஆங்கிலச் சிற்றெழுத்துகளின் சார்பில் காட்டுக.

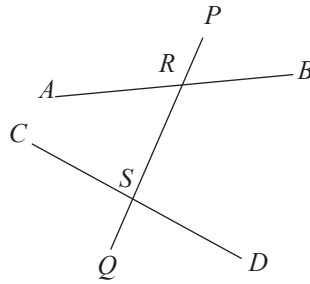
3. தரப்பட்டுள்ள உரு தொடர்பாகப் பின்வரும் பகுதிகளுக்கு விடை எழுதுக.



- (i) $\hat{ABP}$ இற்கு ஒத்த கோணத்தைப் பெயரிடுக.
- (ii) $\hat{BCS}$ இற்கு
 - (a) நேயக் கோணத்தைப் பெயரிடுக.
 - (b) ஒன்றுவிட்ட கோணத்தைப் பெயரிடுக.
 - (c) ஒத்த கோணத்தைப் பெயரிடுக.
- (iii) $\hat{RCD}$, $\hat{PBC}$ ஆகியன எவ்வகைக் கோணச் சோடியாகும்.
- (iv) $\hat{PBC}$, $\hat{BCR}$ ஆகியன எவ்வகைக் கோணச் சோடியாகும்.

8.4 சமாந்தரக் கோடுகளுடன் தொடர்புபட்ட கோணங்கள்

உருவில் உள்ளவாறு குறுக்கோடி PQ இனால் AB, CD ஆகிய இரு நேர்கோடுகளும் முறையே R, S ஆகியவற்றில் இடைவெட்டப்படுகின்றன. அப்போது பின்வரும் AB, CD ஆகிய இரு கோடுகளினதும் அமைவைப் பரீட்சிப்போம்.



அதற்காக நாம் பின்வரும் மூன்று சந்தர்ப்பங்களையும் கருதுவோம்.

- ★ ஒத்த கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்போது
- ★ ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்போது
- ★ நேயக் கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆக இருக்கும்போது

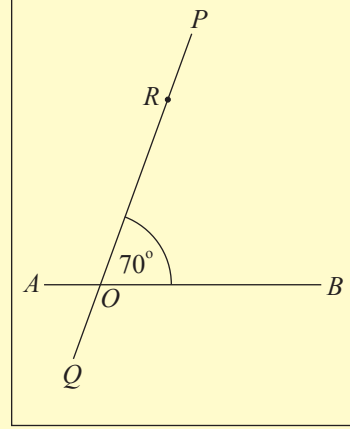
இதற்காகப் பின்வரும் செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.



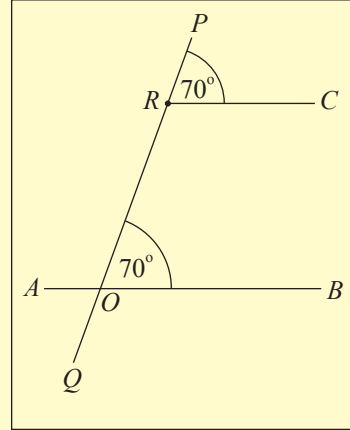
செயற்பாடு 1

வகை I ஒத்த கோணச் சோடிகள் சமமாக இருக்கும்போது

படி 1 : ஒரு A_4 தாள் மீது உருவில் உள்ளவாறு AB , PQ என்னும் இரு கோடுகளை O இல் இடைவெட்டுமாறும் $\angle POB = 70^\circ$ ஆக இருக்குமாறும் வரைக. OP மீது புள்ளி R ஐக் குறிக்க.



படி 2: பாகைமானியைப் பயன்படுத்தி உருவில் காணப்படுகின்றவாறு புள்ளி R இல் பருமன் 70° ஐ உடைய $\angle PRC$ ஐ வரைக. இங்கு $\angle POB$, $\angle PRC$ ஆகியன ஓர் ஒத்த கோணச் சோடி என்பதை (RC , AB ஆகிய கோடுகளை இடைவெட்டும் குறுக்கோடியாகக் கோடு PQ ஐக் கருதும்போது) அவதானிக்க.



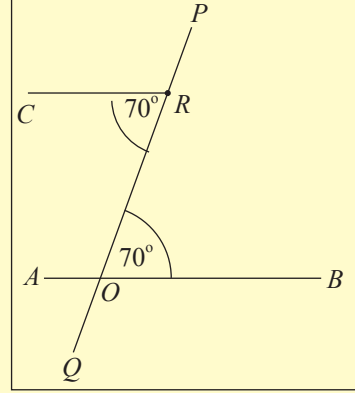
படி 3: ஒரு மூலைமட்டத்தையும் ஒரு நேர் விளிம்பையும் பயன்படுத்தி AB , RC ஆகிய கோடுகள் சமாந்தரமா எனப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

படி 4 : $\angle POB$ இன் பெறுமானத்தை மாற்றி மேற்குறித்த மூன்று படிமுறைகளையும் பல தடவைகள் செய்து மீண்டும் மீண்டும் பார்ப்பதன் மூலம் கிடைக்கும் கோடுகள் சமாந்தரமா எனப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

வகை II ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமமாக இருக்கும்போது

படி 1: மேலே ஓத்த கோணங்களுக்குச் செய்த படிமுறைகளைப் போல ஒன்றுவிட்ட கோணங்களுக்கும் செய்க. அப்படிமுறைகளை நிறைவேற்றும்போது இங்கு காணப் படுகின்றவாறான ஓர் உரு உங்களுக்குக் கிடைக்கும்.

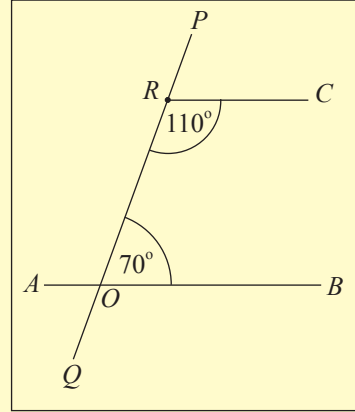
படி 2: ஒரு மூலை மட்டத்தையும் ஒரு நேர்விளிம்பையும் பயன்படுத்தி AB , RC ஆகிய கோடுகள் சமாந்தரமா எனப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.



வகை III நேயக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்போது

படி 1 : மேற்குறித்த படிமுறைகளில் ஓத்த கோணங்களுக்குச் செய்த படிமுறைகளை நேயக் கோணங்களுக்கும் செய்க. மேலே படிமுறை 2 இல் வரைந்த கோடு RC ஐ, இங்கு உள்ள உருவில் இருக்கின்றவாறு $\angle CRO = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக, வரைதல் வேண்டும்.

படி 2: ஒரு மூலைமட்டத்தையும் ஒரு நேர் விளிம்பையும் பயன்படுத்தி AB , RC ஆகிய கோடுகள் சமாந்தரமா எனப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.



மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் நீங்கள்

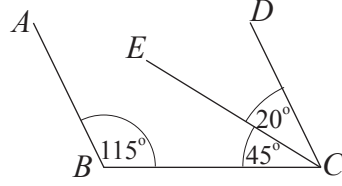
- ஓத்த கோணச் சோடிகள் சமமாக இருக்கும்போது அல்லது
- ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகள் சமமாக இருக்கும்போது அல்லது
- நேயக் கோணச் சோடிகளின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆக இருக்கும்போது

AB , RC ஆகிய கோடுகள் சமாந்தரமென நீங்கள் அவதானிப்பீர்கள். இப்பேறு பொதுவாக உண்மையாக இருக்கும் அதே வேளை அதனை ஒரு தேற்றமாகப் பின்வருமாறு எடுத்துரைக்கலாம்.

தேற்றம்: இரு நேர்கோடுகள் ஒரு குறுக்கோடியினால் இடைவெட்டப்படும்போது உண்டாகும்

- ஓத்த கோணங்கள் சமனாகும்போது அல்லது
- ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமனாகும்போது அல்லது
- நேயக் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்போது அவ்விரு கோடுகளும் சமாந்தரமாகும்.

உதாரணம் 1



உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப AB உம் CD உம் சமாந்தரமெனக் காட்டுக. AB , CD ஆகிய இரு நேர்கோடுகளும் குறுக்கோடி BC இனால் வெட்டப்படும்போது உண்டாகும் $\angle ABC$, $\angle BCD$ ஆகியன ஒரு நேயக் கோணச் சோடியாகும்.

$$\angle ABC = 115^\circ$$

$$\angle BCD = \angle BCE + \angle ECD = 45^\circ + 20^\circ = 65^\circ$$

$$\therefore \angle ABC + \angle BCD = 115^\circ + 65^\circ = 180^\circ$$

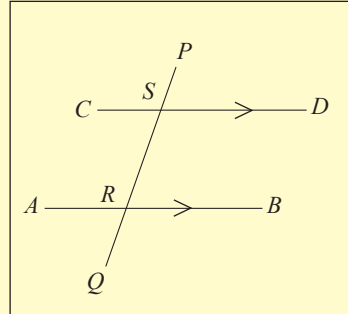
$\angle ABC$, $\angle BCD$ ஆகிய நேயக் கோணச் சோடியின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகையால், AB உம் CD உம் சமாந்தரமாகும்.

சமாந்தரக் கோடுகளுடன் தொடர்புபட்ட வேறொரு தேற்றத்தில் எமது கவனத்தைச் செலுத்துவோம்.



செயற்பாடு 2

படி 1 : ஓர் A_4 தாள் மீது உருவில் உள்ளவாறு AB , CD என்னும் இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளையும் (ஒரு மூலை மட்டத்தையும் ஒரு நேர் விளிம்பையும் பயன்படுத்திச் சமாந்தரக் கோடுகளை வரையலாம்) அவற்றை முறையே R , S ஆகியவற்றில் இடைவெட்டுமாறு ஒரு குறுக்கோடி PQ ஐயும் வரைக.



படி 2 : ஒரு பாகைமானியைக் கொண்டு

- $\angle SRB$, $\angle PSD$ ஆகிய ஒத்த கோணச் சோடியை அளந்து பெறுமானங்களைக் குறித்துக் கொண்டு அவை சமமாவெனப் பார்க்க. ஏனைய ஒத்த கோணச் சோடிகளுக்கும் அவ்வாறே அளந்து அவையும் சமமாவெனப் பார்க்க.
- $\angle CSR$, $\angle SRB$ ஆகிய ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடியை அளந்து பெறுமானங்களைக் குறித்துக் கொண்டு அவை சமமாவெனப் பார்க்க. மற்றைய ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிக்கும் அவ்வாறே அளந்து அவையும் சமமாவெனப் பார்க்க.

(iii) $\hat{DSR}$, $\hat{SRB}$ ஆகிய நேயக் கோணச் சோடியை அளந்து பெறுமானங்களைக் குறித்துக்கொண்டு அவை மிகை நிரப்புகின்றனவாவெனப் பார்க்க. ஏனைய நேயக் கோணச் சோடிக்கும் அவ்வாறே அளந்து அவையும் மிகைநிரப்புகின்றனவாவெனப் பார்க்க.

படி 3 : குறுக்கோடி PQ இன் சாய்வை மாற்றிக்கொண்டு மேற்குறித்த இரு படிமுறைகளையும் மறுபடியும் பல தடவைகள் செய்க.

மேற்குறித்த செயற்பாட்டிலிருந்து இரண்டு சமாந்தரக் கோடுகள் ஒரு குறுக்கோடியினால் இடைவெட்டப்படும்போது நீங்கள் அளந்த

- (i) ஒவ்வொரு ஒத்த கோணச் சோடியும் சமம் எனவும்
- (ii) ஒவ்வொரு ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடியும் சமம் எனவும்
- (iii) ஒவ்வொரு நேயக் கோணச் சோடியும் மிகைநிரப்புகின்றது எனவும்

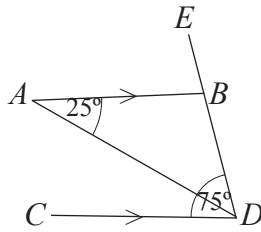
அவதானிப்பீர்கள். இப்பேறு பொதுவாக உண்மையாக இருக்கும் அதே வேளை அதனை ஒரு தேற்றமாகப் பின்வருமாறு எடுத்துரைக்கலாம்.

தோற்றம்: இரு சமாந்தர நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி இடைவெட்டும்போது உருவாகும்

- (i) ஒத்த கோணங்கள் சமம் ஆகும்.
- (ii) ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள் சமம் ஆகும்.
- (iii) நேயக் கோணங்கள் மிகைநிரப்புகின்றன.

இத்தேற்றம் மேற்குறித்த தேற்றத்தின் மறுதலையாவென அவதானிக்க.

உதாரணம் 1



மேலே உள்ள உருவில் நேர்கோடுகள் AB , CD என்பன சமாந்தரமாகும். $\hat{BDC} = 75^\circ$ உம் $\hat{BAD} = 25^\circ$ உம் ஆகும்.

- (i) $\hat{ABE}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. விடைக்குக் காரணத்தைக் காட்டுக.
- (ii) $\hat{ADB}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. விடைக்குக் காரணத்தைக் காட்டுக.

(i) $\hat{BDC} = 75^\circ$ (தரவு)

$\hat{BDC} = \hat{ABE}$ (ஒத்த கோணங்கள், $AB \parallel CD$)

$\therefore \hat{ABE} = 75^\circ$

(ii) $\hat{BAD} = 25^\circ$ (தரவு)

$\hat{BAD} = \hat{ADC}$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள், $AB \parallel CD$)

$\therefore \hat{ADC} = 25^\circ$

ஆனால் $\hat{ADB} = \hat{BDC} - \hat{ADC}$
 $= 75^\circ - 25^\circ$
 $= 50^\circ$

$\therefore \hat{ADB} = 50^\circ$

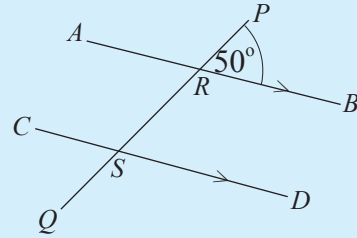


பயிற்சி 8.4

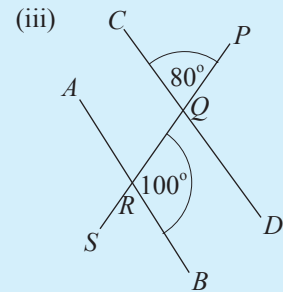
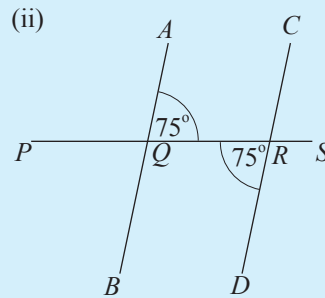
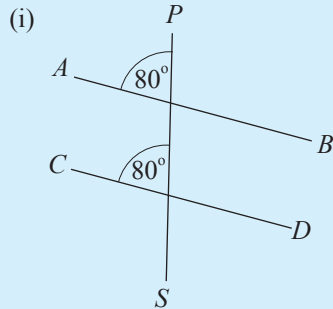
1. உருவில் $AB \parallel CD$ ஆகும். $\hat{PRB} = 50^\circ$ எனின்,

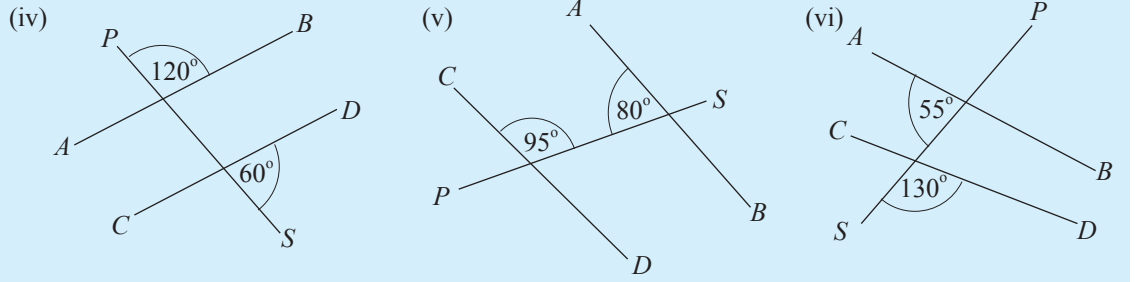
- (i) $\hat{RSD}$ (ii) $\hat{ARS}$ (iii) $\hat{CSQ}$ (iv) $\hat{QSD}$

ஆகியவற்றின் பருமனைக் காண்க.

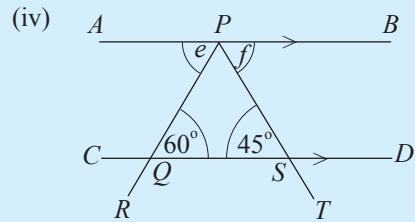
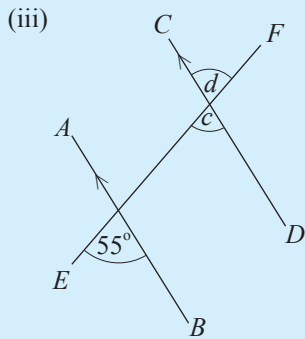
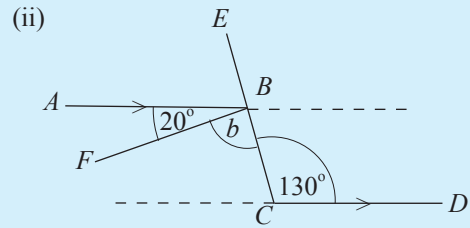
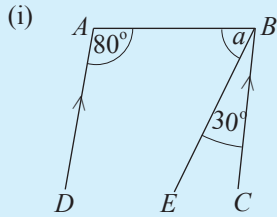


2. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப AB, CD ஆகிய கோடுகள் சமாந்தரமாவெனக் காரணத்துடன் தருக.

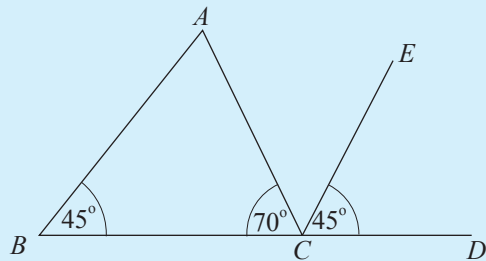




3. பின்வரும் உருக்களில் வொன்றிலும் ஆங்கிலச்சிற்றெழுத்துகளினால் காட்டப்படும் கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

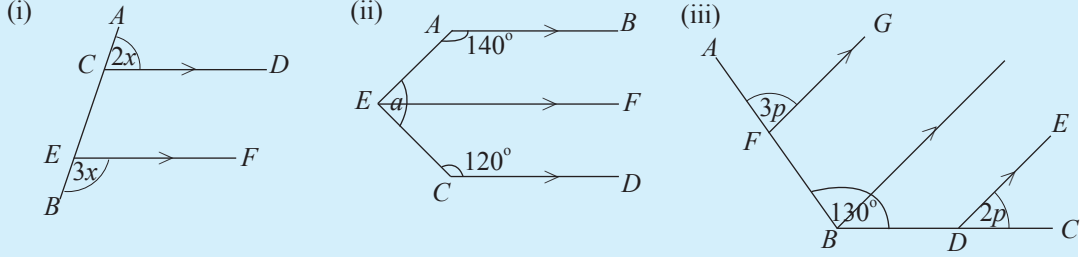


4. உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப $AB \parallel EC$ எனக் காட்டுக.

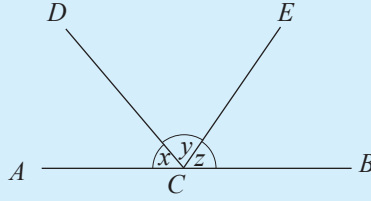


பலவினப் பயிற்சி

1. பின்வரும் உருக்கள் ஒவ்வொன்றிலும் ஆங்கிலச் சிற்றெழுத்துகளினால் காட்டப்படும் கோணங்களின் பருமன்களைக் காண்க.

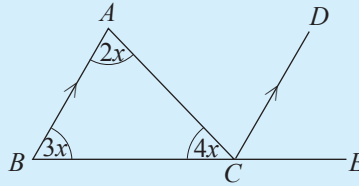


2. உருவில் x, y, z ஆகியவற்றினால் கோணங்களின் பருமன்கள் காட்டப்படுகின்றன. $x + z = y$ எனின், y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

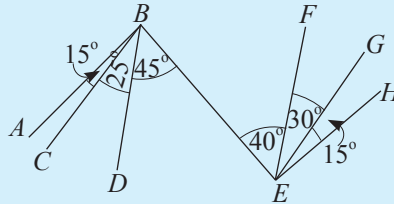


3. உருவில் உள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

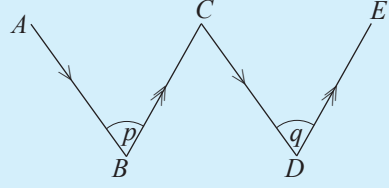
- (i) $\angle DCE, \angle ACD$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களை x இன் சார்பில் காண்க.
(ii) x இன் மூலம் காட்டப்படும் பெறுமானத்தைக் காண்க.
(iii) முக்கோணியின் ஒவ்வொரு கோணத்தினதும் பெறுமானத்தைக் காண்க.



4. பின்வரும் உருவில் உள்ள எல்லாச் சமாந்தரக் கோட்டுச் சோடிகளையும் எழுதுக. உங்கள் தெரிவுக்குரிய காரணத்தையும் காட்டுக.



5. உருவில் $\hat{ABC} = p, \hat{CDE} = q$ எனக்காட்டப்பட்டிருக்கும்போது $p = q$ எனக் காட்டுக.

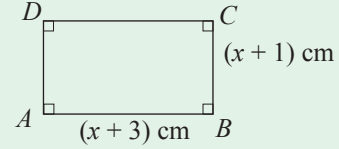


பொழிப்பு

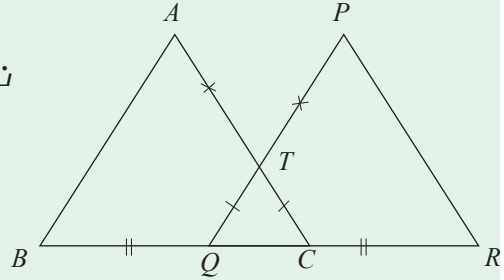
- இரண்டு நேர்கோடுகள் ஒன்றையொன்று வெட்டுவதனால் உருவாகும் குத்தெதிர்க் கோணங்கள் சமமாகும்.
- ஒரு நேர்கோட்டில் அமைந்துள்ள அடுத்துள்ள கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை இரண்டு செங்கோணங்கள் ஆகும்.
- இரண்டு நேர்கோடுகளை ஒரு குறுக்கோடி வெட்டும்போது உண்டாகும்
 - ↗ ஒத்த கோணச் சோடிகள் சமம் எனின் அல்லது
 - ↗ ஒன்றுவிட்ட கோணச் சோடிகள் சமம் எனின் அல்லது
 - ↗ நேயக் கோணச் சோடிகளின் கூட்டுத்தொகை 180° எனின் அவ்விரு நேர்கோடுகளும் சமாந்தரமாகும்.
- இதன் மறுதலை இரண்டு சமாந்தர நேர்கோடுகளைக் குறுக்கோடி ஒன்று வெட்டும்போது உண்டாகும்
 - ↗ ஒத்த கோணச் சோடிகள் சமமாகும்.
 - ↗ ஒன்றுவிட்ட சோடிகள் சமமாகும்.
 - ↗ நேயக் கோணச் சோடிகளின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும்.

மீட்டற் பயிற்சி I பகுதி I

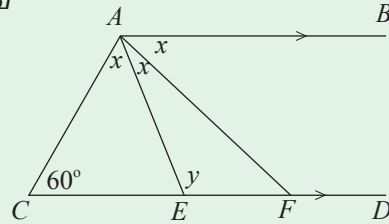
1. 5, 8, 11, 14, ... எண் கோலத்தின் பொது உறுப்பைக் காண்க.
2. $10011_{\text{இரண்டு}} - \dots\dots\dots_{\text{இரண்டு}} = 11_{\text{இரண்டு}}$ எனின், கீறிட்ட இடத்தை நிரப்புக.
3. குறித்த ஒரு தொகைப் பணத்தின் $\frac{1}{3}$ இன் பெறுமானம் ரூ. 800 ஆகும். அத்தொகையின் $\frac{3}{4}$ இன் பெறுமானம் எவ்வளவு?
4. ஒரு பொருள் ரூ. 1500 இற்கு விற்கப்படுவதால் ரூ. 300 இலாபமாகக் கிடைக்கின்ற தெனின், இலாபச் சதவீதம் எவ்வளவு?
5. செவ்வகம் $ABCD$ இன் பரப்பளவை x இன் சார்பில் காண்க.



6. $x^2 - x - 6$ இன் காரணிகளைக் காண்க.
7. தரப்பட்ட தரவுகளைக் கொண்டு வெளிப் படையுண்மைகளைப் பயன்படுத்தி
 - (i) $AC = PQ$ எனவும்
 - (ii) $BC = QR$ எனவும் காட்டுக.

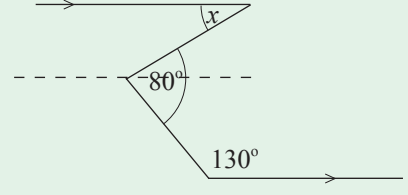


8. AB , CD ஆகிய கோடுகள் சமாந்தரமானவை எனின், y இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

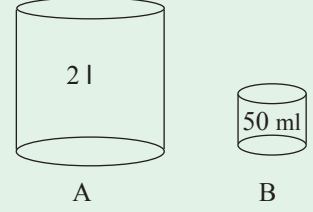


9. $(x + 4)(x - 3) = x^2 + bx + c$ எனின், b , c ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

10. x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



11. 2 l கொள்ளவுள்ள பாத்திரம் A இன் $\frac{3}{4}$ ஐ நிரப்புவதற்கு 50 ml கொள்ளவுள்ள பாத்திரம் B இனால் எத்தனை தடவைகள் நீர் ஊற்ற வேண்டும்?



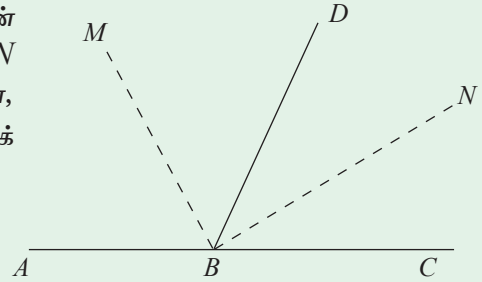
12. காணி ஒன்றை விற்கும்போது 3% தரகுப் பணம் அறவிடப்படுகின்றது. தரகுப் பணம் செலுத்தப்பட்டபின் உரிமையாளருக்கு 4 850 000 ரூபாய் கிடைத்ததெனின், காணி என்ன விலைக்கு விற்கப்பட்டது?

13. $1\frac{3}{4}$ ஐ என்ன பின்னத்தினால் பெருக்கும்போது $3\frac{3}{4}$ கிடைக்கும்?

14. கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.

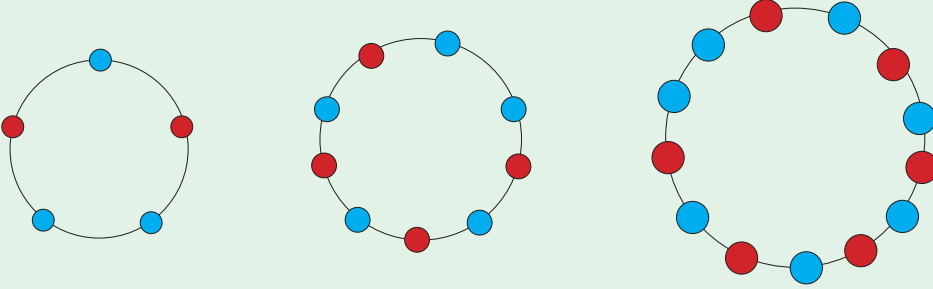
$$\begin{array}{r}
 1101 \text{ இரண்டு} \\
 + 1111 \text{ இரண்டு} \\
 \hline
 \dots\dots\dots \\
 - 101 \text{ இரண்டு} \\
 \hline
 \dots\dots\dots \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

15. $\hat{ABD}$, $\hat{DBC}$ ஆகிய கோணங்களின் இருகூறாக்கிகள் முறையே BM , BN ஆகும். ABC ஒரு நேர்கோடு எனின், $\hat{ABM} + \hat{CBN}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



பகுதி II

1. நீல நிற மின் குமிழ்கள் 3, 5, 7 ஆகவும் சிவப்பு நிற மின் குமிழ்கள் 2, 4, 6 ஆகவும் இருக்கும் விதத்தில் மின் குமிழ்களைக் கொண்டு வளையங்களாக உருவாக்கப்பட்ட அலங்கார அமைப்பு ஒன்றின் முதல் மூன்று சந்தர்ப்பங்களும் இங்கு தரப்பட்டுள்ளன.



- (i) நான்காம் ஐந்தாம் சந்தர்ப்பங்களில் பயன்படுத்தப்பட்டிருக்கும் நீல நிற மின் குமிழ்களின் எண்ணிக்கையையும் சிவப்பு நிற மின் குமிழ்களின் எண்ணிக்கையையும் முறையே எழுதிக் காட்டுக.
- (ii) இங்கே பயன்படுத்தியிருக்கும் நீல நிற மின் குமிழ்களின் எண்ணிக்கையும் சிவப்பு நிற மின் குமிழ்களின் எண்ணிக்கையும் வெளிப்படுத்தும் கோலத்தை இனங்கண்டு n ஆம் சந்தர்ப்பத்துக்குத் தேவையான நீல நிற மின் குமிழ்களின் எண்ணிக்கையையும் சிவப்பு நிற மின் குமிழ்களின் எண்ணிக்கையையும் n மூலம் தனித்தனியே குறிக்குக.
- (iii) மேலே (ii) இல் பெற்ற எண் கோலத்தைக் கொண்டு 10 ஆம் சந்தர்ப்பத்தை உருவாக்கத் தேவையான நீல நிற, சிவப்பு நிற மின் குமிழ்களின் எண்ணிக்கையைத் தனித்தனியே காண்க.
- (iv) மொத்த மின் குமிழ்களின் எண்ணிக்கை 61 ஆக இருப்பது எத்தனையாவது கோலத்தில் ஆகும்? அதில் காணப்படும் நீல நிற மின் குமிழ்களின் எண்ணிக்கை எவ்வளவு?
2. (a) சுருக்குக.

$$(i) 2\frac{1}{5} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{10}$$

$$(ii) (1\frac{1}{3} \text{ இன் } 1\frac{1}{8}) \div 2\frac{1}{2}$$

- (b) (i) காணி ஒன்றின் $\frac{1}{4}$ இல் மாமரங்கள் பயிரிடப்பட்டுள்ளனவெனின், எஞ்சிய காணியின் அளவு எவ்வளவு?
- (ii) எஞ்சிய காணியின் $\frac{1}{3}$ இல் வாழை மரங்கள் பயிரிடப்பட்டிருப்பின் வாழை மரங்கள் பயிரிடப்பட்ட காணியின் அளவானது முழுகாணியின் என்ன பின்னமாகும்?
- (iii) மா, வாழை பயிரிடப்பட்ட காணியின் அளவு முழுக் காணியின் என்ன பின்னம்?
- (iv) மேலே குறிக்கப்பட்ட பயிர்கள் பயிரிடப்படாத காணியின் அளவு 8 ஹெக்டேயர் எனின், மொத்தக் காணியின் பரப்பளவைக் காண்க.

3. (a) ரூ. 8 000 இற்குக் கொள்வனவு செய்த பொருள் ஒன்று 25% இலாபத்துடன் விலை குறிக்கப்படுகின்றது. அது உடன் பணத்துக்கு விற்கப்படும்போது 10 % கழிவு வழங்கப்படுகிறது எனின், வியாபாரி அடையும் இலாபச் சதவீதம் எவ்வளவு?

- (b) நபரொருவர் பொருளொன்றை 15% இலாபத்துடன் விலை குறிக்கிறார். அதனை 20% இலாபத்துடன் விற்றாரெனின், மேலதிகமாக ரூ. 200 ஐப் பெற்றிருக்கலாம். அவ்வாறெனின், அப்பொருளின் கொள்விலையையும் விற்ற விலையையும் காண்க.

4. (a) $a = (-\frac{1}{2})$, $b = \frac{2}{3}$ உம் ஆக இருக்கும்போது தரப்பட்ட கோவையின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

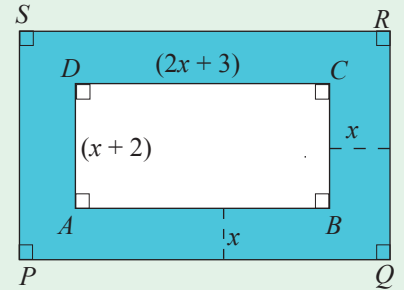
(i) $2a + 3b$ (ii) $b - 2a$ (iii) $\frac{a}{3} - \frac{b}{2}$

- (b) செவ்வகம் ABCD யின் நீளம் $(2x + 3)$ cm உம் அகலம் $(x + 2)$ cm உம் ஆகும்.

- (i) ABCD யின் பரப்பளவுக்கான கோவையை x சார்பில் தருக.

- (ii) ABCD ஐச் சுற்றி x cm அகலமுள்ள ஒரு கீலம் ஒட்டப்பட்டுச் செவ்வகம் PQRS உருவாக்கப்படுகின்றது. நிழற்றப் பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.

- (iii) $x = 3$ cm எனின், நிழற்றப்பட்ட பகுதியின் பரப்பளவைக் காண்க.



- (c) காரணிகளைக் காண்க.

(i) $5x^2 + 12y - 4xy - 15xy^2$

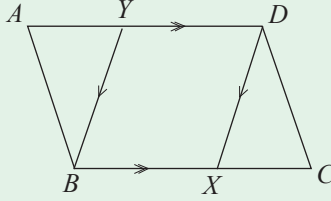
(ii) $2(x - 1)^2 - 3x^2 + 3x$

(iii) $t^2 - 8t + 15$

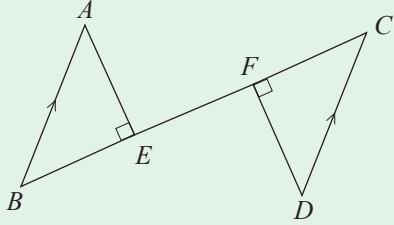
(iv) $3k^2 - 12k$

5. (a) வெளிப்படையுண்மைகளைக் கொண்டு பின்வரும் உருக்களில் கொடுக்கப் பட்டுள்ள தரவுகளுக்கிணங்க வினவப்பட்டுள்ளவற்றைப் பெறுக.

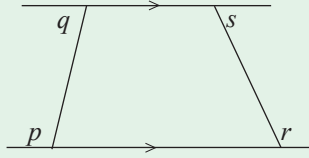
- (i) $\hat{AYB} = \hat{DXC}$ எனக் காட்டுக.



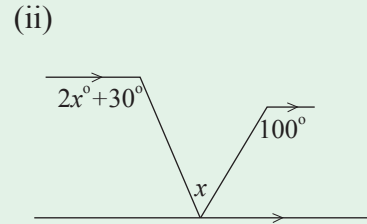
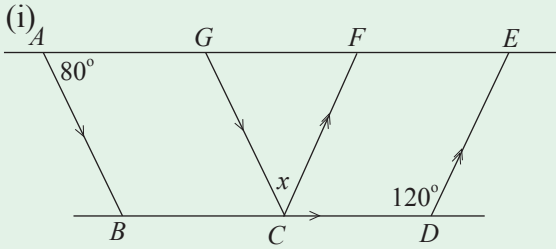
- (ii) $\hat{BAE} = \hat{FDC}$ எனக் காட்டுக.



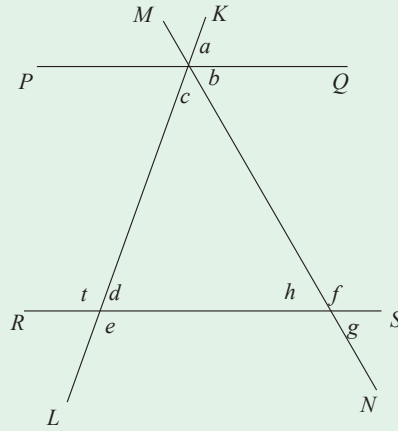
- (iii) $\hat{p} - \hat{s} = \hat{r} - \hat{q}$ எனக் காட்டுக.



- (b) தரப்பட்டுள்ள உருக்களில் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



- (c) PQ , RS என்னும் சமாந்தரக் கோடுகள் MN , KL என்னும் குறுக்குக்கோடிகளால் இடைவெட்டப்படுகின்றன. தரப்பட்ட தரவுகளைக் கொண்டு
- கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° ஆகும் எல்லாச் சந்தர்ப்பங்களையும் எழுதிக் காட்டுக.
 - நேயக் கோணச் சோடிகளைத் தெரிந்து எழுதுக.
 - b , g ஆகியன எவ்வகைக் கோணச் சோடியாகும்?
 - $\hat{a} + \hat{e} = 180^\circ$ ஆகுமா? விளக்குக.
 - வெளிப்படையுண்மைகளைக் கொண்டு $t - f = h - d$ எனக் காட்டுக.
 - $e = 140^\circ$, $f = 110^\circ$ எனின், ஆங்கில அட்சரங்கள் குறிக்கும் பெறுமானங்களைத் தனித்தனியே காண்க.



6. ஒரு வீட்டின் நீர்த் தொட்டியின் நீளம், அகலம், உயரம் என்பன முறையே 2 m, 1.5 m, 1 m ஆகும்.
- இந்நீர்த் தொட்டியின் கொள்ளளவை லீற்றரில் தருக.
 - குறித்த நபர் ஒருவருக்கு நாள் ஒன்றில் 150 l நீர் தேவைபடுகின்றதெனின், நால்வர் குடியிருக்கும் ஒரு வீட்டுக்கு நாள் ஒன்றுக்குத் தேவைப்படும் நீரின் அளவு எத்தனை லீற்றர்?
 - மேற்குறித்த நீர்த் தொட்டியில் உள்ள மொத்த நீரின் அளவு நால்வருக்கும் எத்தனை நாட்களுக்குப் போதுமானது?
 - வெற்றுத் தொட்டியை நிரப்புவதற்கு நிமிடத்துக்கு 100 l நீர் வழங்கும் குழாய் மூலம் தொட்டிக்கு நீர் வழங்கப்படுகின்றதெனின், தொட்டி நிரப்புவதற்கு எவ்வளவு நேரம் எடுக்கும்?
 - தொட்டி முற்றாக நிரம்பியிருந்த நாள் ஒன்றில் அதில் ஏற்பட்ட கசிவு ஒன்றின் காரணமாக 900 l நீர் வெளியேறிவிட்டது. இப்போது எஞ்சியுள்ள நீர் தொட்டியில் என்ன உயரத்திற்குக் காணப்படும்?