3 பின்னங்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

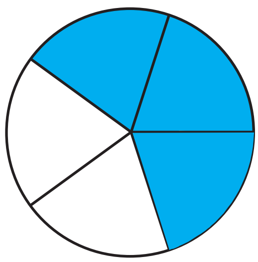
- ''இன்'' இடம்பெறும் பின்னங்கள் உள்ள கோவைகளைச் சுருக்குவதற்கும்
- அடைப்புக்குறிகள் இடம்பெறும் பின்னங்கள் உள்ள கோவைகளைச் சுருக்குவதற்கும்
- BODMAS ஒழுங்கு முறையை இனங்காண்பதற்கும் அதனைப் பயன்படுத்திப் பின்னங்கள் உள்ள பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

பின்னங்கள்

இதற்கு முந்திய தரங்களில் பின்னங்கள் தொடர்பாக நாம் கற்றுள்ள விடயங்களை நினைவுகூர்வோம்.

கீழே உள்ள வட்டத்தை 5 சம பகுதிகளாகப் பிரித்து அவற்றின் மூன்று பகுதிகள் நிழற்றப்பட்டுள்ளன.



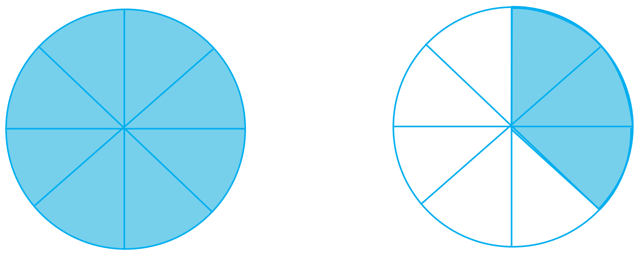
இந்நிழற்றப்பட்டுள்ள பிரதேசம் முழுப் பிரதேசத்தின் $\frac{3}{5}$ எனக் கூறலாம்.

வட்டத்தின் பரப்பளவைக் கொண்டும் இதனை எடுத்துரைக்கலாம். அதாவது நிழற்றப்பட்டுள்ள பரப்பளவு உருவின் மொத்தப் பரப்பளவின் $\frac{3}{5}$ ஆகும். மொத்தப் பரப்பளவை ஓர் அலகாக எடுத்தால், நிழற்றப்பட்டுள்ள பரப்பளவு $\frac{3}{5}$ அலகுகளெனக் காட்டலாம்.

ஓர் அலகைச் சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்போது அதன் ஒரு பகுதி அல்லது சில பகுதிகளை ஒரு பின்னமாகக் காட்டலாம். ஒரு கூட்டத்தில் உள்ள ஒரு பகுதியையும் பின்னமாகக் காட்டலாம். ஓர் உதாரணமாக மூன்று ஆண் பிள்ளைகளும் இரண்டு

பெண் பிள்ளைகளும் உள்ள ஐவரைக் கொண்ட குழு ஒன்றைக் கருதும்போது ஆண் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை அக்குழுவின் $\frac{3}{5}$ எனக் காட்டலாம். இங்கு முழுக் குழுவையும் ஓர் அலகாகக் கருதும்போது ஆண் பிள்ளைகளின் எண்ணிக்கை $\frac{3}{5}$ எனக் காட்டலாம். இவ்வாறு காட்டப்படும் பூச்சியத்திற்கும் ஒன்றுக்குமிடையே உள்ள $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ போன்ற பின்னங்கள் முறைமைப் பின்னங்கள் எனப்படுமென நீங்கள் முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள்.

கலப்பு எண்களையும் முறைமையில்லாப் பின்னங்களையும் நினைவுகூர்வோம். பின்வரும் உருவில் உள்ள இரு சம வட்டங்களில் ஒரு வட்டம் முழுமையாகவும் மற்றைய வட்டத்தில் (8 சம பகுதிகளாகப் பிரித்து) மூன்று பகுதிகளும் நிழற்றப் பட்டுள்ளன.



எனினும் ஒரு வட்டத்தை ஓர் அலகாகக் கருதினால், நிழற்றப்பட்டுள்ள பின்னம் $1+\frac{3}{8}$ ஆகும். இதனைச் சுருக்கமாக $1\frac{3}{8}$ என எழுதலாம். இப்பின்னத்தை $\frac{11}{8}$ எனவும் காட்டலாம். இது ''முறைமையில்லாப் பின்னம்'' ஆகும். இங்கு கலப்பு எண், முறைமையில்லாப் பின்னங்கள் ஆகிய இரண்டும் ஒரு வட்டத்தை ஓர் அலகாகக் கருதுவதன் மூலம் காட்டப்பட்டுள்ளன என்பதை நினைவிற் கொள்ளல் முக்கியமானதாகும்.
அதற்கேற்ப உதாரணங்களாக

$1\frac{1}{2}, 3\frac{2}{5}, 2\frac{3}{7}$ ஆகியன கலப்பெண்களாகும்.

$\frac{3}{2}, \frac{8}{5}, \frac{11}{4}$ ஆகியன முறைமையில்லாப் பின்னங்களாகும். $\frac{3}{3}, \frac{5}{5}, \frac{1}{1}$ போன்ற ஒன்றுக்குச் சமமான பின்னங்களும் முறைமையில்லாப் பின்னங்களாகக் கருதப்படும்.

கலப்பெண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக வகைகுறித்தல் பற்றியும் முறைமையில்லாப் பின்னங்களைக் கலப்பெண்களாக வகைகுறித்தல் பற்றியும் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். இதற்கு உதாரணமாக

(i) $1\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ (ii) $\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$ என்பவற்றைக் காட்டலாம்.

ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியையும் பகுதியையும் ஒரே எண்ணால் (பூச்சியமல்லாத) பெருக்குவதன் மூலம் அல்லது வகுப்பதன் மூலம் முதற் பின்னத்திற்குச் சமவலுவான ஒரு பின்னத்தைப் பெறலாம்.
உதாரணங்களாக

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 2}{5 \times 2} = \frac{4}{10} \qquad \frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$$

பின்னங்களைக் கூட்டும்போதும் கழிக்கும்போதும் பகுதிகள் சமமாக இருக்கும்போது அவற்றை எளிதாகச் சுருக்கலாம். உதாரணமாக

(i) $\frac{1}{5} + \frac{4}{5} - \frac{2}{5}$

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{1+4-2}{5}$$
$$= \frac{3}{5}$$

பகுதிகள் சமமற்று இருக்கும்போது ஒரு பொதுப் பகுதி கிடைக்குமாறு சமவலுப் பின்னங்கள் எழுதப்படும். உதாரணமாக

(ii) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6}$

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{5}{6} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} + \frac{2 \times 4}{3 \times 4} - \frac{5 \times 2}{6 \times 2}$$
$$= \frac{3}{12} + \frac{8}{12} - \frac{10}{12}$$
$$= \frac{3+8-10}{12}$$
$$= \frac{1}{12}$$

- இரு பின்னங்களைப் பெருக்கும்போது கிடைக்கும் பின்னத்தின் தொகுதி இரு பின்னங்களினதும் தொகுதிகளின் பெருக்கமாகும். பகுதி இரு பின்னங்களினதும் பகுதிகளின் பெருக்கமாகும்.

(i) $\frac{2}{5} \times \frac{1}{3}$

$$\frac{2}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{2 \times 1}{5 \times 3}$$
$$= \frac{2}{15}$$

(ii) $1\frac{1}{3} \times 1\frac{3}{4}$

$$1\frac{1}{3} \times 1\frac{3}{4} = \frac{\cancel{4}}{3} \times \frac{7}{\cancel{4}}$$
$$= \frac{7}{3}$$
$$= 2\frac{1}{3}$$

(கலப்பெண்களை முறைமையில்லாப் பின்னங்களாக மாற்றல்)

- இரு எண்களின் பெருக்கம் 1 எனின், அவற்றில் ஓர் எண் மற்றைய எண்ணின் நிகர்மாற்று எனப்படும்.
  அதற்கேற்ப
  $2 \times \frac{1}{2} = 1$ ஆகையால்
  2 இன் நிகர்மாற்று $\frac{1}{2}$ உம் $\frac{1}{2}$ இன் நிகர்மாற்று 2 உம் ஆகும்.

ஒரு பின்னத்தின் தொகுதியையும் பகுதியையும் முறையே பகுதியாகவும் தொகுதியாகவும் மாற்றி எழுதும்போது அவ்வெண்ணின் நிகர்மாற்றைப் பெறலாமென நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.
அதாவது $\frac{a}{b}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{b}{a}$ ஆகும். (அவ்வாறே $\frac{b}{a}$ இன் நிகர்மாற்று $\frac{a}{b}$ ஆகும்.)

- ஓர் எண்ணை வேறோர் எண்ணால் வகுத்தல் என்பது முதல் எண்ணை இரண்டாம் எண்ணின் நிகர்மாற்றினால் பெருக்கல் என நீங்கள் தரம் 8 இல் கற்றுள்ளீர்கள். அதனைச் சில உதாரணங்களின் மூலம் பார்ப்போம்.

(i) $\frac{4}{3} \div 2$

$$\frac{4}{3} \div 2 = \frac{\cancel{4}^{2}}{3} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}}$$
$$= \frac{2}{3}$$

(ii) $1\frac{2}{7} \div 1\frac{1}{2}$

$$1\frac{2}{7} \div 1\frac{1}{2} = \frac{9}{7} \div \frac{3}{2}$$
$$= \frac{\cancel{9}^{3}}{7} \times \frac{2}{\cancel{3}_{1}}$$
$$= \frac{6}{7}$$

பின்னங்கள் பற்றிக் கற்ற விடயங்களை மேலும் நினைவுகூர்வதற்குப் பின்வரும் மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டற் பயிற்சி

1. பின்வரும் பின்னங்கள் ஒவ்வொன்றுக்கும் இரு சமவலுப் பின்னங்கள் வீதம் எழுதுக.

(i) $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{4}{8}$ (iv) $\frac{16}{24}$

2. பின்வரும் கலப்பெண்கள் ஒவ்வொன்றையும் முறைமையில்லாப் பின்னமாகக் காட்டுக.

(i) $1\frac{1}{2}$ (ii) $2\frac{3}{4}$ (iii) $3\frac{2}{5}$ (iv) $5\frac{7}{10}$

3. பின்வரும் முறைமையில்லாப் பின்னங்களைக் கலப்பெண்களாகக் காட்டுக.

(i) $\frac{7}{3}$ (ii) $\frac{19}{4}$ (iii) $\frac{43}{4}$ (iv) $\frac{36}{7}$

4. பெறுமானம் காண்க.

(i) $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}$ (ii) $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$ (iii) $\frac{7}{12}+\frac{3}{4}-\frac{2}{3}$

(iv) $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}$ (v) $3\frac{5}{6}-1\frac{2}{3}$ (vi) $1\frac{1}{2}+2\frac{1}{4}-1\frac{2}{3}$

5. சுருக்குக.

(i) $\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}$ (ii) $\frac{2}{3}\times\frac{5}{8}\times\frac{3}{10}$ (iii) $1\frac{3}{5}\times 2\frac{1}{2}$ (iv) $3\frac{3}{10}\times 2\frac{1}{3}\times 4\frac{2}{7}$

6. பின்வரும் எண்கள் ஒவ்வொன்றினதும் நிகர்மாற்றை எழுதுக.

(i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{1}{7}$ (iii) $\frac{3}{8}$ (iv) 5 (v) $2\frac{3}{5}$

7. சுருக்குக.

(i) $\frac{6}{7}\div 3$ (ii) $8\div\frac{4}{5}$ (iii) $\frac{9}{28}\div\frac{3}{7}$ (iv) $5\frac{1}{5}\div\frac{6}{7}$ (v) $1\frac{1}{2}\div 2\frac{1}{4}$

3.1 ‘‘ இன் ’’ இடம்பெறும் கோவைகளுக்குரிய பின்னங்களைச் சுருக்குதல்

ரூ. 100 இன் $\frac{1}{2}$ ஆனது ரூ. 50 என்பதை நாம் அறிவோம்.

இது ரூ. 100 இன் அரைவாசி எனவும் 100 ஐ 2 இனால் வகுப்பதன் மூலம் இதனைப் பெறலாம் என்பதையும் நாம் அறிவோம்.

அதனை ரூ. $100 \div 2$ என எழுதலாம்.

அதாவது ரூ. $100 \times \frac{1}{2}$ ஆகும். (நிகர்மாற்றினால் பெருக்கல்)

அதற்கேற்ப 100 இன் $\frac{1}{2} = \overset{50}{\cancel{100}} \times \frac{1}{\cancel{2}} = 50$

மேற்குறித்த விடயங்களுக்கேற்ப 100 இன் $\frac{1}{2} = 100 \times \frac{1}{2}$ என எழுதலாம்.

இவ்வாறு 20 இன் $\frac{1}{5}$ எவ்வளவெனப் பார்ப்போம்.

இந்த அளவு, அதாவது 20 ஐ 5 சம பகுதிகளாகப் பிரித்து அவற்றில் ஒரு பகுதியாகும்.

$20 \div 5$ என எழுதலாம்.

அதாவது $20 \times \frac{1}{5}$ ஆகும். (நிகர்மாற்றினால் பெருக்கல்)

அதற்கேற்ப $\overset{4}{\cancel{20}} \times \frac{1}{\cancel{5}} = 4.$

மேற்குறித்த விடயங்களுக்கு ஏற்ப 20 இன் $\frac{1}{5} = 20 \times \frac{1}{5}$ என எழுதலாம்.

மேற்குறித்த சந்தர்ப்பத்திற்கேற்ப ''இன்'' இற்குப் பதிலாகப் பெருக்கல் என்னும் கணிதச் செய்கையைப் பயன்படுத்தலாம் என்பதை அறிந்து கொள்ளலாம்.

ரூ. 100 இன் $\frac{1}{2} =$ ரூ. $100 \times \frac{1}{2}$

20 இன் $\frac{1}{5} = 20 \times \frac{1}{5}$

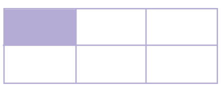
இப்போது $\frac{1}{3}$ இன் $\frac{1}{2}$ எவ்வளவெனப் பார்ப்போம்.
இதனைப் பின்வருமாறு உருக்களின் மூலம் காட்டுவோம்.
ஓர் அலகை மூன்று சம பகுதிகளாகப் பிரிக்கும்போது அவற்றில் ஒரு பகுதி $\frac{1}{3}$ ஆகும்.

இந்த அளவை ஓர் அலகாக எடுக்கும்போது அதன் $\frac{1}{3}$ அளவு கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

$\frac{1}{3}$

இந்நிழற்றப்பட்டுள்ள பகுதியின் $\frac{1}{2}$ ஐ வேறுபடுத்திக் காட்டுவோம்.

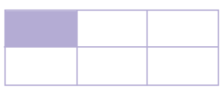
$\frac{1}{2}$



இதற்கேற்ப

$\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}$ இன் $\frac{1}{2}$ அதாவது $\frac{1}{6}$ ஆகும்.



உருவிற்கேற்ப $\frac{1}{3}$ இன் $\frac{1}{2}$ ஆனது $\frac{1}{6}$ ஆகும் என்பது தெளிவாகும்.

அதாவது ஒரு குறித்த அலகில் $\frac{1}{3}$ ஐ எடுத்து அந்த $\frac{1}{3}$ இன் $\frac{1}{2}$ ஐ எடுத்தால் கிடைக்கும் பகுதி தொடக்க அலகின் $\frac{1}{6}$ இற்குச் சமமாகும்.

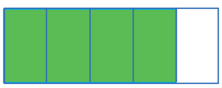
எனினும், பின்னங்களைப் பெருக்கல் பற்றி நாம் கற்றுள்ளவாறு $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ ஆகும்.

இதற்கேற்ப $\frac{1}{3}$ இன் $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ என நாம் எடுத்துரைக்கலாம்.

மேலும் ஓர் உதாரணத்தை எடுத்து இதனை உறுதிப்படுத்துவோம். அதற்காக $\frac{4}{5}$ இன் $\frac{1}{3}$ ஐக் காண்போம்.

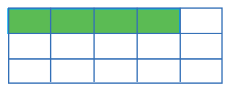
இதற்காக ஓர் அலகாகப் பின்வரும் செவ்வகப் பிரதேசத்தைக் கருதுவோம்.

$\frac{4}{5}$



$\frac{4}{5}$ இன் $\frac{1}{3}$

$\frac{4}{15}$



உருவிற்கேற்ப $\frac{4}{5}$ இன் $\frac{1}{3}$ ஆனது $\frac{4}{15}$ என்பது தெளிவாகும்.

மேலும் $\frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$.

இதற்கேற்ப $\frac{4}{5}$ இன் $\frac{1}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3}$ என எழுதலாம்.

$\frac{1}{3}$ இன் $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{5}$ இன் $\frac{1}{3}$ ஆகியவற்றில் 'இன்' மூலம் காட்டப்படும் விடயங்களுக்குப் பதிலாகப் பெருக்கற் கணிதச் செய்கையைப் பிரயோகித்துப் பெறுமானத்தைப் பெறலாம் என்பது தெளிவாகும்.

உதாரணம் 1

$\frac{2}{3}$ இன் $\frac{1}{2}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$\frac{2}{3}$ இன் $\frac{1}{2} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{3} \times \frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}}$ ("இன்" இற்குப் $\times$ ஐப் பிரயோகித்தல்)

$= \frac{1}{3}$

உதாரணம் 2

$1\frac{4}{5}$ இன் $\frac{2}{3}$ எவ்வளவு?

$1\frac{4}{5}$ இன் $\frac{2}{3} = \frac{\overset{3}{\cancel{9}}}{5} \times \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}}$

$= \frac{6}{5}$

$= 1\frac{1}{5}$

உதாரணம் 3

500 m இன் $\frac{3}{5}$ எத்தனை மீற்றர்களாகும்?

$$500 \text{ இன் } \frac{3}{5} = \overset{100}{\cancel{500}} \times \frac{3}{\cancel{5}_1}$$

$$= 300 \text{ m}$$

பயிற்சி 3.1

1. சுருக்குக.

(i) $\frac{4}{5}$ இன் $\frac{2}{3}$ (ii) $\frac{1}{3}$ இன் $\frac{6}{7}$ (iii) $\frac{5}{8}$ இன் $\frac{2}{5}$ (iv) $\frac{9}{11}$ இன் $\frac{5}{6}$

(v) $1\frac{3}{4}$ இன் $\frac{2}{7}$ (vi) $2\frac{5}{8}$ இன் $1\frac{1}{3}$ (vii) $5\frac{1}{2}$ இன் $1\frac{3}{11}$ (viii) $1\frac{4}{5}$ இன் $\frac{5}{9}$

2. பெறுமானம் காண்க.

(i) ரூ. 64 இன் $\frac{3}{4}$ எத்தனை ரூபாய்? (ii) 400g இன் $\frac{2}{5}$ எத்தனை கிராம்?

(iii) 6 ha இன் $\frac{1}{3}$ எத்தனை ஹெக்ரெயர்? (iv) 1km இன் $\frac{1}{8}$ எத்தனை மீற்றர்?

3. ஒரு காணியின் $\frac{3}{5}$ இற்கு உரித்தான ஒருவர் அதில் $\frac{1}{3}$ ஐத் தனது மகளுக்குக் கொடுக்கும்போது கிடைக்கும் காணிப் பகுதி மொத்தக் காணியில் என்ன பின்னம்?

4. நிமலனின் மாத வருமானம் ரூ. 40 000 ஆகும். அவர் அப்பணத்தின் $\frac{1}{8}$ ஐப் பயணச் செலவுகளுக்காகப் பயன்படுத்துகின்றார். அப்பணம் எவ்வளவு?

3.2 அடைப்புக்குறிகளுடனான கோவைகளை BODMAS ஒழுங்குக்கு அமையச் சுருக்குதல்

அடைப்புகள் உள்ள ஒரு கோவையில் (அல்லது அட்சரகணிதக் கோவையில்) கூட்டல், கழித்தல், வகுத்தல், பெருக்கல், வலுவுக்கு உயர்த்தல் போன்ற பல கணிதச் செய்கைகள் இடம்பெறலாம். அத்தகைய ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் கணிதச் செய்கைகள் செய்யப்படும் ஒழுங்குமுறை பற்றிய ஒரு பொது வழக்கும் அவ்வழக்கை எடுத்துகாட்டும் விதிகளும் இருத்தல் வேண்டும். இவ்வாறான சில விதிகள் பற்றி நீங்கள் தரம் 7 இல் கற்றுள்ளீர்கள். தற்போது இதற்கு மேலதிகமாக BODMAS என அழைக்கப்படும் செய்கைகளின் ஒழுங்குமுறை பற்றி விரிவாகப் பார்ப்போம்.

BODMAS இல் உள்ள ஆங்கில எழுத்துகளினால் முறையே அடைப்பு (bracket), இன்/வலு (of / order), வகுத்தல் (division), பெருக்கல் (multiplication), கூட்டல் (addition), கழித்தல் (subtraction) ஆகியன காட்டப்படுகின்றன. கோவைகளைச் சுருக்கும்போது இந்த எழுத்துகளினால் காட்டப்படும் ஒழுங்குமுறையில் முன்னுரிமை அளித்து கணிதச் செய்கைளைச் செய்து சுருக்க வேண்டிய போதிலும் சில கணிதச் செய்கைகளின் முன்னுரிமைகள் சமமாகும். பெருக்கலும் வகுத்தலும் சம முன்னுரிமைகள் இருக்கும் அதே வேளை கூட்டலுக்கும் கழித்தலுக்கும் சம முன்னுரிமைகள் உள்ளன. இதற்கேற்பக் கோவைகளைப் பின்வரும் ஒழுங்கு முறையில் சுருக்குதல் வேண்டும்.

1. முதலில் அடைப்புகளுடனான கோவைகள் இருப்பின் அவற்றைச் சுருக்குதல் வேண்டும்.

2. இரண்டாவதாக ''இன்'' என்னும் கணிதச் செய்கையை அல்லது வலுவைச் (அதாவது கோவையில் இடம்பெறும் வலுவை) சுருக்குதல் வேண்டும்.

* வலு இடம்பெறும் கோவைகளைச் சுருக்குதல் பாடவிதானத்தில் உள்ளடக்கப் படவில்லை.

3. மூன்றாவதாக வகுத்தலையும் பெருக்கலையும் செய்தல் வேண்டும். இங்கு வகுத்தலுக்கும் பெருக்கலும் சம முன்னுரிமை இருக்கும் அதே வேளை அவ்விரு கணிதச் செய்கைகளும் இருப்பின் இடமிருந்து வலமாகச் சுருக்கலைச் செய்யும்போது இவற்றுள் முதலில் எதிர்ப்படும் கணிதச் செய்கைக்கு முன்னுரிமை அளிக்கப்படும்.

4. நான்காவதாகக் கூட்டலையும் கழித்தலையும் செய்தல் வேண்டும். இங்கு இரு கணிதச் செய்கைகளுக்கும் சம முன்னுரிமைகள் அளிக்கப்படும் அதே வேளை மேலே 3 இல் உள்ளவாறு இடமிருந்து வலமாகச் சுருக்கும்போது இவற்றுள் முதலில் எதிர்ப்படும் கணிதச் செய்கைக்கு முன்னுரிமை அளிக்கப்படும்.

இங்கு BODMAS விதிகளைப் பின்னங்கள் உள்ள கோவைகளைச் சுருக்குவதற்கும் பயன்படுத்தலாம். எனினும் பின்னங்கள் உள்ள கோவைகளில் ''இன்'' பயன்படுத்தப்படும் சந்தர்ப்பங்களும் உள்ளன. உதாரணமாக

$\frac{6}{25}$ இன் $\frac{5}{12}$ ஐக் காட்டலாம்.

இக்கோவையின் கருத்து

$\frac{6}{25} \times \frac{5}{12}$ என்பதாகும்.

ஓரளவு சிக்கலான கோவையாகிய $\frac{2}{3} \div \frac{6}{25}$ இன் $\frac{5}{12} \times \frac{1}{2}$ ஐக் சுருக்கத்தக்க விதம் பற்றிய ஒரு பொது இணக்கம் தேவை. அதில் "இன்" என்பதற்கு $\div$, $\times$ ஆகியவற்றிலும் பார்க்கக் கூடுதலான முன்னுரிமை அளிக்கப்படும்.

குறிப்பு

"$\frac{6}{25}$ இன் $\frac{5}{12}$" என்பது ஆங்கில மொழியில் "$\frac{5}{12}$ of $\frac{6}{25}$" என எழுதப்படும். ''வலுவுக்கு உயர்த்தல்'', ''இன்'' என்னும் கணிதச் செய்கைகளுக்குச் சம முன்னுரிமை இருக்கின்றமையால், சில சந்தர்ப்பங்களில் BODMAS இல் உள்ள எழுத்து O இன் மூலம் "Of ", "Order " என்னும் இரு கணிதச் செய்கைகளும் காட்டப்படுவதாகக் கருதப்படும். ஆனால் இப்பாடத்தில் ''Of'' மட்டும் இடம்பெறும் கோவைகள் மட்டும் காணப்படும்.

$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} \div \frac{3}{2}$ இன் $\frac{4}{3}$ என்னும் பின்னங்கள் இடம்பெறும் கோவையை BODMAS ஒழுங்குமுறைக்கு ஏற்பச் சுருக்கும் முறையைப் பார்ப்போம்.

$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} \div \frac{3}{2}$ இன் $\frac{4}{3} = \frac{1}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} \div \left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{3}\right)$ (முதலில் செய்யவேண்டிய ''இன்'' இற்காக $\times$ ஐப் பிரயோகித்து அது முதலில் செய்யப்பட வேண்டும் என்பதற்காக அடைப்புகளை இடுவோம்.)

$$= \frac{1}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} \div 2$$

$= \frac{1}{4} + \left(\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}\right) \div 2$ (அடுத்ததாகச் செய்ய வேண்டிய கணிதச் செய்கைக்காக அடைப்புகளை இடுவதன் மூலம்)

$= \frac{1}{4} + \frac{5}{12} \times \frac{1}{2}$ (இரண்டினால் வகுப்பதற்குப் பதிலாக $\frac{1}{2}$ இனால் பெருக்குவதன் மூலம்)

$= \frac{1}{4} + \left(\frac{5}{12} \times \frac{1}{2}\right)$ (முதலில் செய்ய வேண்டிய கணிதச் செய்கையைக் காட்டுவதற்கு அடைப்புகளை இடுவதன் மூலம்)

$$= \frac{1}{4} + \frac{5}{24}$$

$= \frac{6}{24} + \frac{5}{24}$ (இரு பின்னங்களையும் ஒரு பொதுப் பகுதியுடன் எழுதுவதன் மூலம்)

$$= \frac{11}{24}$$

குறிப்பு

உண்மையில் ஒரு கோவையில் அடைப்புகளை இட்டுக் கணிதச் செய்கைகள் நடைபெறும் விதத்தை எளிதாகக் காட்டலாம்.

$\frac{5}{4} \times \frac{3}{4} - \frac{1}{5}$ இன் $\frac{1}{3} \div \frac{2}{3} \div \frac{8}{9}$ ஐ BODMAS விதிகளுக்கேற்பச் செய்ய வேண்டிய விதத்தைப் பின்வருமாறு அடைப்புகளுடன் காட்டலாம்.

$$\left(\frac{5}{4} \times \frac{3}{4}\right) - \left(\left(\left(\frac{1}{5} \text{ இன் } \frac{1}{3}\right) \div \frac{2}{3}\right) \div \frac{8}{9}\right)$$

அடைப்புகளை இடுவதால் பிரதிகூலங்களும் உள்ளன. அடைப்புகளை இடும்போது கிடைக்கும் கோவை நீண்டதாக இருக்கும் அதே வேளை அது சிக்கலானதாகவும் காணப்படும். கணிகருவியைப் பயன்படுத்தி இத்தகைய ஒரு கோவையைச் சுருக்கும்போது இவ்வடைப்புகளைக் கவனமாக இடுதல் வேண்டும். இதற்குத் தாமதமும் ஏற்படலாம். இத்தகைய பல காரணங்களுக்காக, அடைப்புகள் இல்லாத கோவைகள் எழுதப்படும்போது அவை சுருக்கப்படும் விதம் பற்றிய வழக்கிற்கு வருதல் முக்கியமானது. விசேடமாகக் கணினிகள், கணிகருவிகள் ஆகியவற்றை உற்பத்தி செய்கையில் இத்தகைய வழக்கு முக்கியமானதாகும். ஆயினும் விடயங்கள் அவ்வாறு இருப்பினும் முழு உலகமும் ஏற்றுக்கொள்ளத்தக்க ஒரு பொது வழக்கு இது வரையும் ஏற்படுத்தப்படவில்லை. உலகில் பல்வேறு நாடுகள் வெவ்வேறு வழக்குகளைப் பயன்படுத்துகின்றன. ஓர் உதாரணமாக வெவ்வேறு வகைக் கணிகருவியை உற்பத்திசெய்யும் கம்பனிகள் பல்வேறு வழக்குகளைத் தமது கணிகருவி நிகழ்ச்சி நிரலில் பயன்படுத்துகின்றன.

BODMAS வழக்கைப் பயன்படுத்திப் பின்னங்கள் உள்ள கோவைகள் சுருக்கப்படும் விதம் பற்றி மேலும் சில உதாரணங்களின் மூலம் ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right)$ இன் $\frac{4}{10}$ ஐச் சுருக்கி விடையை எளிய வடிவத்தில் தருக.

$$\left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4}\right) \text{ இன் } \frac{4}{10} = \left(\frac{2}{12} + \frac{3}{12}\right) \times \frac{4}{10}$$

$$= \frac{5}{12} \times \frac{4}{10}$$

$$= \frac{1}{6}$$

உதாரணம் 2

$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right)$ இன் $\left(1\frac{2}{5}\div 2\frac{1}{3}\right)$ ஐச் சுருக்குக.

$$\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\right) \text{ இன் } \left(1\frac{2}{5}\div 2\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{4}{6}-\frac{3}{6}\right) \text{ இன் } \left(\frac{7}{5}\div\frac{7}{3}\right)$$

$$=\frac{1}{6}\times\left(\frac{\cancel{7}^{1}}{5}\times\frac{3}{\cancel{7}_{1}}\right)$$

$$=\frac{1}{\cancel{6}_{2}}\times\frac{\cancel{3}^{1}}{5}$$

$$=\frac{1}{10}$$

பயிற்சி 3.2

1. சுருக்கி, விடையை மிக எளிய வடிவத்தில் தருக.

(i) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}$ (ii) $3\frac{1}{3}\div 2\frac{1}{6}$ இன் $\frac{1}{4}$ (iii) $\frac{3}{5}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)$

(iv) $\left(3\frac{1}{3}\div 2\frac{1}{6}\right)$ இன் $\frac{1}{4}$ (v) $3\frac{3}{4}\div\left(2\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}\right)$ (vi) $\left(1\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)$

(vii) $2\frac{2}{3}\times\left(1\frac{1}{4}-\frac{1}{12}\right)\div 2\frac{1}{3}$ (viii) $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}$ இன் $\frac{5}{6}\div\frac{7}{18}$

2. ஒருவர் தனது வருமானத்தில் $\frac{1}{4}$ ஐ உணவுக்கும் $\frac{1}{2}$ ஐ வியாபாரத்திற்கும் எஞ்சிய பகுதியைச் சேமிப்புக்கும் ஒதுக்கியுள்ளார். சேமிக்கும் பகுதி மொத்த வருமானத்தில் என்ன பின்னமாகும் ?

3. குமுதினி ஒரு பயணத்தின் மொத்தத் தூரத்தில் $\frac{1}{8}$ ஐ நடந்தும் $\frac{2}{3}$ ஐப் புகையிரதத்திலும் எஞ்சிய தூரத்தைப் பேருந்திலும் சென்றார்.

   (i) நடந்தும் புகையிரதத்திலும் சென்ற தூரங்களை மொத்தத் தூரத்தின் பின்னமாகக் காட்டுக.

   (ii) பேருந்தில் சென்ற தூரத்தை மொத்தத் தூரத்தின் பின்னமாகக் காட்டுக.

4. தந்தையொருவர் தன்னிடம் உள்ள காணியில் $\frac{1}{2}$ ஐத் தனது மகனுக்கும் $\frac{1}{3}$ ஐத் தனது மகளிற்கும் கொடுத்தார். மகன் தனது பங்கில் $\frac{1}{5}$ ஐயும் மகள் தனது பங்கில் $\frac{2}{5}$ ஐயும் தொண்டர் நிறுவனம் ஒன்றிற்கு நன்கொடையாகக் கொடுத்தனர். அத்தொண்டர் நிறுவனம் அதற்குக் கிடைத்த காணியில் $\frac{1}{2}$ இல் கட்டடம் ஒன்றைக் கட்டத் தீர்மானித்தது. முழுக் காணியில் (ஆரம்பத்தில் இருந்த) என்ன பங்கில் கட்டடம் அமைந்துள்ளது.

மேலதிக அறிவிற்கு

$8 - 3 \times (4+1) + 12 \div 3 \times 3^2 \div 4$ என்னும் எண் கோவையை BODMAS ஒழுங்கு முறையைப் பயன்படுத்தி எவ்வாறு சுருக்கலாம் எனப் பார்ப்போம்.

$$8 - 3 \times (4+1) + 12 \div 3 \times 3^2 \div 4$$

1. முதலில் அடைப்புகளினுள்ளே இருக்கும் கோவை $4+1$ ஐச் சுருக்கல் வேண்டும். அது 5 ஆகும். அப்போது

$$8 - 3 \times 5 + 12 \div 3 \times 3^2 \div 4$$

2. அதன் பின்னர் 3^2 என்னும் வலுவைச் சுருக்குதல் வேண்டும். அது 9 ஆகும். அப்போது $8 - 3 \times 5 + 12 \div 3 \times 9 \div 4$

3. • அதன் பின்னர் பெருக்கலையும் வகுத்தலையும் இடமிருந்து வலமாக ஒவ்வொன்றாகச் செய்தல் வேண்டும். 3×5 உள்ளது. அது 15 ஆகும்.

$$8 - 15 + 12 \div 3 \times 9 \div 4$$

• அதன் பின்னர் $12 \div 3$ ஐச் சுருக்குதல் வேண்டும். அது 4 ஆகும். அப்போது

$$8 - 15 + 4 \times 9 \div 4$$

• அதன் பின்னர் 4×9 ஐச் சுருக்குதல் வேண்டும். அது 36 ஆகும். அப்போது

$$8 - 15 + 36 \div 4$$

• அதன் பின்னர் $36 \div 4$ ஐச் சுருக்குதல் வேண்டும். அது 9 ஆகும். அப்போது

$$8 - 15 + 9$$

4. • இப்போது கூட்டலுக்கும் கழித்தலுக்கும் சம முன்னிரிமை இருப்பதனால் இடமிருந்து வலமாகக் கணிதச் செய்கை நடைபெறும்.

$$-7 + 9$$

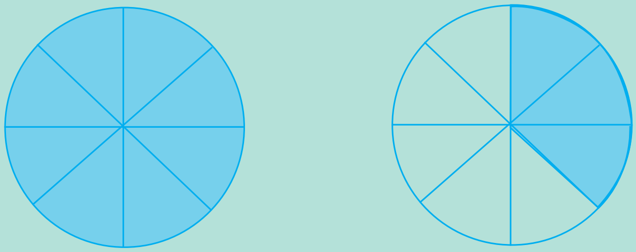
• இறுதியாக $-7 + 9 = 2$ கிடைக்கும்.

இதற்கேற்ப BODMAS விதிகளுக்கமையச் சுருக்கும்போது

$$8 - 3 \times (4+1) + 12 \div 3 \times 3^2 \div 4 = 2.$$

மேலதிக அறிவிற்கு

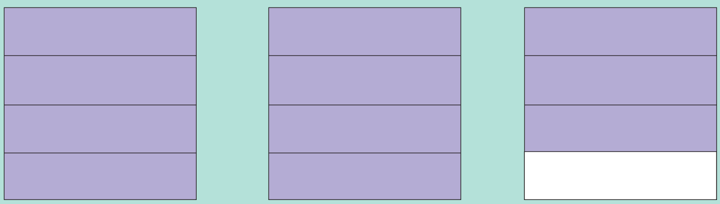
இந்தப் பாடத்தில் பக்க எண் 29 இல் உள்ள இவ்வுருவை மீண்டும் கருதுவோம்.



இதில் உள்ள ஒரு வட்டத்தை ஓர் அலகாகக் கொண்டால் கிடைக்கும் பின்னம் $1\frac{3}{8}$ அதாவது $\frac{11}{8}$ எனப் பார்த்தோம்.

இப்போது இதில் உள்ள இரு வட்டங்களையும் ஓர் அலகாகக் கருதினால் நிழற்றப்பட்ட பின்னம் $\frac{11}{16}$ ஆகும்.

தற்போது இதனைக் கொண்டு கீழே உள்ள உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.



இங்கு சதுரத்தை ஓர் அலகாகக் கொண்டால் கிடைக்கும் பின்னம் $2\frac{3}{4}$ ஆகும். அதாவது $\frac{11}{4}$ ஆகும்.

a. 3 சதுரங்களையும் ஓர் அலகாகக் கொண்டால் கிடைக்கும் பின்னம் யாது?

b. இரண்டு செவ்வகக் கீலங்களை ஓர் அலகாகக் ($\frac{1}{2}$ சதுரத்தை) கொண்டால் கிடைக்கும் பின்னம் யாது?

விடைகள்

a. $\frac{11}{12}$ **b.** $5\frac{1}{2}$

மேலதிக அறிவிற்கு எனத் தரப்பட்டுள்ள விடயங்கள் பாடத்திட்டத்தில் உள்ளடக்கப்படவில்லை. ஆகவே இவை தொடர்பாக மதிப்பிடப்படமாட்டாது.

பொழிப்பு

- பின்னங்களைச் சுருக்குவதற்கு BODMAS ஒழுங்குமுறைக்கமையப் பின்வரும் ஒழுங்கில் எண் கோவைகள் சுருக்கப்படும்.

1. முதலில் அடைப்புகளுடனான கோவைகள் இருப்பின் அவற்றைச் சுருக்குதல் வேண்டும்.

2. இரண்டாவதாக ''இன்'' என்னும் கணிதச் செய்கையை அல்லது வலுவைச் (அதாவது கோவையில் இடம்பெறும் வலுவை) சுருக்குதல் வேண்டும்.

➤ வலு இடம்பெறும் கோவைகளைச் சுருக்குதல் பாடவிதானத்தில் உள்ளடக்கப் படவில்லை.

3. மூன்றாவதாக வகுத்தலையும் பெருக்கலையும் செய்தல் வேண்டும். இங்கு வகுத்தலுக்கும் பெருக்கலும் சம முன்னுரிமை இருக்கும் அதே வேளை அவ்விரு கணிதச் செய்கைகளும் இருப்பின் இடமிருந்து வலமாகச் சுருக்கலைச் செய்யும்போது இவற்றுள் முதலில் எதிர்ப்படும் கணிதச் செய்கைக்கு முன்னுரிமை அளிக்கப்படும்.

4. நான்காவதாகக் கூட்டலையும் கழித்தலையும் செய்தல் வேண்டும். இங்கு இரு கணிதச் செய்கைகளுக்கும் சம முன்னுரிமைகள் அளிக்கப்படும் அதே வேளை மேலே 3 இல் உள்ளவாறு இடமிருந்து வலமாகச் சுருக்கும்போது இவற்றுள் முதலில் எதிர்ப்படும் கணிதச் செய்கைக்கு முன்னுரிமை அளிக்கப்படும்.