2 துவித எண்கள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- துவித எண்களை இனங்காண்பதற்கும்
- தசம எண்ணொன்றைத் துவித எண்ணாக மாற்றுவதற்கும்
- துவித எண்ணொன்றைத் தசம எண்ணாக மாற்றுவதற்கும்
- துவித எண்களைக் கூட்டுவதற்கும் கழிப்பதற்கும்
- துவித எண்களைப் பயன்படுத்தும் சந்தர்ப்பங்களை இனங்காண்பதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

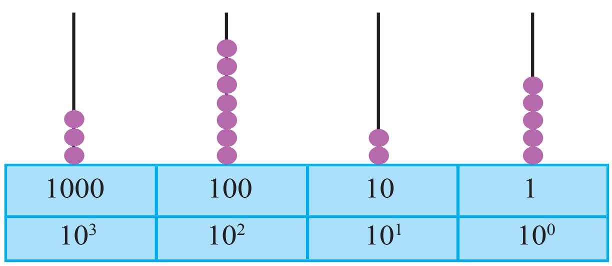
அறிமுகம்

நாம் பொதுவாகப் பயன்படுத்தும் இந்து அராபிய எண் குறியீட்டு முறையில் எண்களை எழுதும் முறையைப் பற்றி முன்னர் கற்றவற்றைப் பின்வருமாறு நினைவுகூர்வோம்.

உதாரணமாக 3725 என்ற எண்ணைக் கருதுக. 3725 இல்

5 ஆல் 1 களின் (10^0 கள்) எண்ணிக்கை காட்டப்படுகின்றது.
2 ஆல் 10 களின் (10^1 கள்) எண்ணிக்கை காட்டப்படுகின்றது.
7 ஆல் 100 களின் (10^2 கள்) எண்ணிக்கை காட்டப்படுகின்றது.
3 ஆல் 1000 களின் (10^3 கள்) எண்ணிக்கை காட்டப்படுகின்றது.

இந்த எண்ணைப் பின்வருமாறு எண் சட்டமொன்றைப் பயன்படுத்தியும் காட்டலாம்.



3725 என்ற எண்ணைப் பின்வருமாறும் எழுத முடியும் எனவும் கற்றுள்ளீர்கள்.

3 725 = 3, 1 000 கள் + 7, 1 00 கள் + 2, 1 0 கள் + 5, 1 கள்

$3\,725 = 3 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

மற்றுமொரு உதாரணமாக 603 ஐப் பார்ப்போம். இதனை

$603 = 6 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 3 \times 10^0$ என எழுத முடியும்.

நாம் பொதுவாகப் பயன்படுத்தும் இந்து அராபிய எண் முறையில் ஒவ்வொரு இடப்பெறுமானமும் 1, 10, 100, 1000, ... என்றவாறு 10 இன் வலுக்களாக அமைக்கின்றன. அத்தோடு இம்முறையில் எண்களை எழுதுவதற்கு 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 என்ற பத்து எண் குறியீடுகள் (இலக்கங்கள்) பயன்படுத்தப்படுகின்றன. இவ்வாறு மேலே குறிப்பிட்ட பத்து எண் குறியீடுகளையும் பயன்படுத்தி ஒவ்வொரு இடப்பெறுமானத்தையும் பத்தின் வலுக்களைக் கொண்டு எழுதும்போது அது அடி 10 இலான எண்கள் எனப்படும். இவ்வெண்கள் ''**தசம எண்கள்**'' என அழைக்கப்படும்.

குறிப்பு

- ''தசம எண்கள்'' என்பதைத் ''தசமப் புள்ளியுடனான'' எண் எனச் சிக்கலாக்க வேண்டாம்.
- $10^0 = 1$ என்பதைப் போல பூச்சியம் தவிர்ந்த எந்தவொரு எண்ணினதும் பூச்சியச் சுட்டி 1 ஆகும். ஆகவே $2^0 = 1$ ஆகும்.

2.1 தசம எண்களைத் துவித எண்களாக எழுதுதல்

எண்களை எழுதுவதற்கு அடி 10 ஐத் தவிர வேறு எண் அடிகளையும் பயன்படுத்த முடியும். உதாரணமாக 0, 1 ஆகிய இரண்டு இலக்கங்களையும் 2 இன் வலுக்களை இடப்பெறுமானங்களாகக் கொண்டு அடி இரண்டில் எண்களை எழுத முடியும். இது **துவித எண்கள்** என அழைக்கப்படும். இதற்காக முதலில் 2 இன் வலுக்களாக உள்ள இடப்பெறுமானங்களை இனங்காண்போம்.

$2^0 = 1$	$2^5 = 32$
$2^1 = 2$	$2^6 = 64$
$2^2 = 4$	$2^7 = 128$
$2^3 = 8$	$2^8 = 256$
$2^4 = 16$	$2^9 = 512$

இவ்வாறு 2 இன் வலுக்களாக இடப் பெறுமானங்களைக் கணித்து எழுதலாம்.

அடி இரண்டில் எண்களை எழுதும் முறையை விளங்குவதற்காக அடி பத்தில் எழுதப்பட்ட 13 என்ற எண்ணை உதாரணமாகக் கொள்வோம். 13 ஐ 2 இன் வலுக்களின் கூட்டலாக எழுதும் முறையைப் பார்ப்போம்.

குறிப்பு

அடி 10 இல் இலக்கங்களை எழுதுவதற்கு 0, 1, ..., 9 வரையுள்ள 10 இலக்கங்களைப் பயன்படுத்தியது போன்று அடி 2 இல் இலக்கங்களை எழுதுவதற்கு 0, 1 ஆகிய இரண்டு இலக்கங்களையே பயன்படுத்துவோம்.

1, 2, 4, 8, 16 என்பன இரண்டின் தொடக்க வலுக்கள் சிலவற்றின் பெறுமானங்களாகும்.

இவ்வலுக்களின் கூட்டலாக 13 ஐ எழுதுவோம்.

$13 = 8 + 4 + 1$

இதனைப் பின்வருமாறும் எழுதலாம்.

$13 = 2^3 + 2^2 + 2^0$

$13 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

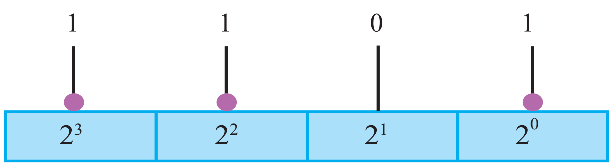
இங்கு இடப் பெறுமானங்கள் 2^3 இலிருந்து ஆரம்பித்து 2^2, 2^1, 2^0 என ஒழுங்காக எழுதப்பட்டுள்ளன. இங்கு 2^1 என்ற இடப் பெறுமானம் இன்மையால் அது 0×2^1 என எழுதப்பட்டுள்ளது.

13 ஐ எழுதுவதற்குப் பயன்படுத்திய இலக்கங்கள் 1101 ஆகும்.

இங்கு காணப்படும் 0, 1 ஆகிய இலக்கங்கள் வகைகுறிக்கும் இடப் பெறுமானங்களைப் பின்வருமாறு விவரிக்கலாம்.

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 0 & 1 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

இதனைப் பின்வருமாறு எண் சட்டத்தின் மூலம் காட்டலாம்.



இங்கு 1101 என்பது அடி இரண்டில் எழுதப்பட்டுள்ளது என்பதைக் காட்டுவதற்கு $1101_{\text{இரண்டு}}$ (அல்லது 1101_2) என எண்ணினது வலது பக்கத்தில் சற்றுக் கீழே சிறிதாக இரண்டு என எழுத்தில் அல்லது இலக்கத்தில் எழுதப்படும். இவ்வாறே அடி பத்தில்

எழுதப்பட்டுள்ள எண்களைத் தனித்தனியாக இனங்காண்பதற்கு இலகுவாக 10 ஐ அடியாகக் கொண்ட எண்களின் வலது பக்கத்திலும் சிறியதாகப் பத்து என இப்பாடத்தின் தேவையான இடங்களில் எழுதப்பட்டுள்ளது. உதாரணமாக $603_{பத்து}$ (அல்லது 603_{10}) என்பது நாம் சாதரணமாக அடி பத்தில் எழுதும் 603 ஆகும்.

மற்றுமொரு உதாரணத்தைப் பார்ப்போம். தசம எண்ணாக எழுதப்பட்டுள்ள $20_{பத்து}$ என்பதைத் துவித எண்ணாக எழுதுவோம்.

2 இன் வலுக்களை நினைவுகூர்வதன் மூலம்

$$\begin{aligned} 20 &= 16 + 4 \\ &= 2^4 + 2^2 \\ &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 \end{aligned}$$

என்றவாறு எழுதலாம்.

எனவே, $20_{பத்து} = 10100_{இரண்டு}$ என எழுதலாம்.

இங்கு முக்கிய விடயம் யாதெனில், இரண்டினது வலுக்களின் கூட்டலாக ஒரேயொரு விதமாக மட்டுமே எழுத முடியும். உதாரணமாக 20 ஐ 16 + 4 என்ற விதத்தில் மட்டுமே இரண்டின் வலுக்களின் கூட்டலாக எழுத முடியும். எந்தவொரு எண்ணையும் இரண்டின் வலுக்களின் கூட்டலாக எழுத முடியும். பல எண்களை இரண்டின் வலுக்களின் கூட்டலாக எழுதுவதன் மூலம் இதனை நீங்கள் அறிய முடியும்.

அடி பத்தில் உள்ள எண்களை அடி இரண்டில் உள்ள எண்களாக மாற்றுவதற்கு மேலே கூறப்பட்ட முறை தவிர்ந்த வேறு முறைகளையும் பயன்படுத்தலாம். ஏனெனில், பெரிய எண்களை இரண்டின் வலுக்களின் கூட்டலாக எழுதும் விதத்தைச் சிந்திப்பது சிரமமாக இருக்கலாம். உதாரணமாக 3 905 என்பதை இரண்டின் எந்தெந்த வலுக்களின் கூட்டலாக அமையும் என்பதைச் சிந்திப்பது சிரமமாகலாம். எனவே எல்லாச் சந்தர்ப்பத்திற்கும் பொருத்தமான வேறொரு முறையையும் இங்கு கருத்திற் கொள்வோம்.

$22_{பத்து}$ என்பதை அடி இரண்டில் எழுதுவதற்கு முதலில் 22 ஐ 2 ஆல் வகுக்க வேண்டும். அப்போது மீதியாகும் எண்ணையும் குறித்துக்கொள்ள வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 22 \\ \hline & 11 \text{ மீதி } 0 \end{array}$$

இப்போது பெறப்பட்டுள்ள 11 ஐ மீண்டும் 2 ஆல் வகுக்க வேண்டும்.

$$\begin{array}{r|l} 2 & 22 \\ \hline 2 & 11 \text{ மீதி } 0 \\ \hline & \ \ 5 \text{ மீதி } 1 \end{array}$$

இவ்வாறு ஈவுக்களைத் தொடர்ந்து வகுத்து மீதியையும் குறிக்க வேண்டும். இறுதியில் ஈவு 0 ஆகவும் மீதி 1 ஆகவும் வரும் வரை தொடர்ந்து வகுக்க வேண்டும். முழு வகுத்தலும் கீழே காட்டப்பட்டுள்ளது.

$$\begin{array}{r|ll}
2 & 22 & \\ \hline
2 & 11 & \text{மீதி } 0 \\ \hline
2 & 5 & \text{மீதி } 1 \\ \hline
2 & 2 & \text{மீதி } 1 \\ \hline
2 & 1 & \text{மீதி } 0 \\ \hline
 & 0 & \text{மீதி } 1
\end{array}
\longrightarrow 1\,0\,1\,1\,0_{\text{இரண்டு}}$$

இங்கு நிழற்றிக் காட்டப்பட்டுள்ள மீதிப் பெறுமானங்களைக் கீழிருந்து மேலாக ஒழுங்காக எடுத்து எழுதுவதன் மூலம் துவித எண் பெறப்படும். அதாவது

$$22_{\text{பத்து}} = 10110_{\text{இரண்டு}}$$

இவ்வாறு பெறப்பட்ட துவித எண் சரியானதா என்பதை 22 ஐ 2 இன் வலுக்களின் கூட்டலாக எழுதுவதன் மூலம் வாய்ப்புப் பார்க்கலாம்.

$$\begin{aligned}
22 &= 16 + 4 + 2 \\
&= 2^4 + 2^2 + 2^1 \\
&= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0
\end{aligned}$$

இதன் மூலம் விடை சரியென வாய்ப்புப் பார்க்கப்படுகின்றது.

உதாரணம் 1

கீழ்வரும் ஒவ்வொரு தசம எண்ணையும் துவித எண்ணாக எழுதுக.

(i) $32_{\text{பத்து}}$

$$\begin{array}{r|rl}
2 & 32 & \\ \hline
2 & 16 & 0 \\ \hline
2 & 8 & 0 \\ \hline
2 & 4 & 0 \\ \hline
2 & 2 & 0 \\ \hline
2 & 1 & 0 \\ \hline
 & 0 & 1
\end{array}$$

$$32_{\text{பத்து}} = 100000_{\text{இரண்டு}}$$

(ii) $154_{\text{பத்து}}$

$$\begin{array}{r|rl}
2 & 154 & \\ \hline
2 & 77 & 0 \\ \hline
2 & 38 & 1 \\ \hline
2 & 19 & 0 \\ \hline
2 & 9 & 1 \\ \hline
2 & 4 & 1 \\ \hline
2 & 2 & 0 \\ \hline
2 & 1 & 0 \\ \hline
 & 0 & 1
\end{array}$$

$$154_{\text{பத்து}} = 10011010_{\text{இரண்டு}}$$

பயிற்சி 2.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள தசம எண்களைத் துவித எண்களாகத் தருக.

(i) 4	(ii) 9	(iii) 16	(iv) 20	(v) 29
(vi) 35	(vii) 43	(viii) 52	(ix) 97	(x) 168

2.2 துவித எண்களைத் தசம எண்களாக எழுதுதல்

மேலே பகுதி 2.1 இல் தசம எண்களைத் துவித எண்களாக எழுதும் முறையைப் பார்த்தோம். இப்போது துவித எண்களைத் தசம எண்களாக மாற்றும் முறையைப் பார்ப்போம். பின்வரும் உதாரணத்தின் மூலம் அதனை இலகுவாகச் செய்யும் முறையைப் பார்ப்போம்.

மேலே பகுதி 2.1 இல் 13 என்னும் தசம எண்ணை அடி இரண்டில் எழுதியபோது $1101_{\text{இரண்டு}}$ எனப் பெறப்பட்டது. இங்கு 1, 1, 0, 1 ஆகிய இலக்கங்களால் வகைகுறிக்கப்படும் பெறுமானங்கள் யாவை என நினைவுகூர்வோம்.

1 1 0 1

2^3	2^2	2^1	2^0
களின் எண்ணிக்கை	களின் எண்ணிக்கை	களின் எண்ணிக்கை	களின் எண்ணிக்கை

$1101_{\text{இரண்டு}}$ என்பதில் காணப்படும் இரண்டின் வலுக்களைக் கூட்டும்போது தசம எண் பெறப்படும். அப்போது,

$$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 4 + 1 = 13$$

ஆகவே விடையாகத் தசம எண் 13 பெறப்படுகின்றது.

உதாரணம் 1

$101100_{\text{இரண்டு}}$ என்பதைத் தசம எண்ணாக எழுதுக.

இங்கு முதலாவது இலக்கத்தின் இடப்பெறுமானம் 2^5 ஆகும் என்பதை அவதானிக்க. அடுத்துவரும் இடப்பெறுமானங்களுக்கான சுட்டிகள் தொடர்ந்து 5 இலிருந்து 1 இனால் குறைந்து செல்வதால், பெறப்படும் 2 இன் வலுக்களைக் கூட்டுவதால் தேவையான எண் பெறப்படும்.

$101100_{\text{இரண்டு}} = 1\times 2^5 + 0\times 2^4 + 1\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2^1 + 0\times 2^0$

$= 2^5 + 2^3 + 2^2 = 32 + 8 + 4$

$= 44_{\text{பத்து}}$

$\therefore 101100_{\text{இரண்டு}} = 44_{\text{பத்து}}$

குறிப்பு

$44_{\text{பத்து}}$ ஐத் துவித எண்ணாக மாற்றுவதன் மூலம் இவ்விடையை வாய்ப்புப் பார்க்கலாம்.

பயிற்சி 2.2

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள துவித எண்களைத் தசம எண்களாகத் தருக.

(i) $101_{\text{இரண்டு}}$ (ii) $1101_{\text{இரண்டு}}$ (iii) $1011_{\text{இரண்டு}}$ (iv) $1100_{\text{இரண்டு}}$

(v) $11111_{\text{இரண்டு}}$ (vi) $100111_{\text{இரண்டு}}$ (vii) $1101101_{\text{இரண்டு}}$ (viii) $111000_{\text{இரண்டு}}$

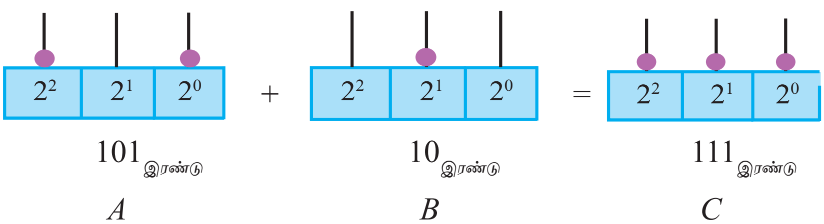
(ix) $111110_{\text{இரண்டு}}$ (x) $110001_{\text{இரண்டு}}$

2.3 துவித எண்களைக் கூட்டுதல்

துவித எண்களை எண் சட்டமொன்றில் வகைகுறிக்கும்போது ஒரு கோலில் இருக்கக் கூடிய எண்களின் உயர் எண்ணிக்கை 1 ஆகும். கூட்டலின்போது ஒரு கோலில் இரண்டு எண்ணிகள் வரும் சந்தர்ப்பத்தில் அதற்குப் பதிலாக அதன் இடது பக்கத்தில் உள்ள கோலில் ஒரு எண்ணியை இடுதல் வேண்டும்.

இரு துவித எண்களைக் கூட்டுவதை எண் சட்டங்களின் மூலம் நோக்குவோம்.

$101_{\text{இரண்டு}} + 10_{\text{இரண்டு}}$ என்பதைக் கூட்டுவோம்.

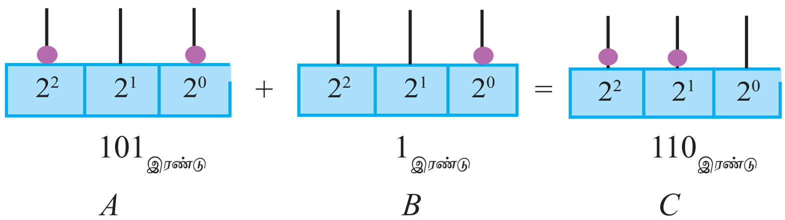


A இலும் B இலும் உள்ள எண்ணிகளை ஒத்த கோல்களில் ஒன்றாகச் சேர்க்கும்போது அது எண் சட்டம் C இனால் காட்டப்படுகின்றது.

இடப்பெறுமானம் 2^0 ஐக் குறிக்கும் கோல்களில் உள்ள எண்ணிகளின் கூட்டுத் தொகை 1 ஆகும்.
இடப்பெறுமானம் 2^1 ஐக் குறிக்கும் கோல்களில் உள்ள எண்ணிகளின் கூட்டுத் தொகை 1 ஆகும்.
இடப்பெறுமானம் 2^2 ஐக் குறிக்கும் கோல்களில் உள்ள எண்ணிகளின் கூட்டுத் தொகை 1 ஆகும்.

எனவே $101_{\text{இரண்டு}} + 10_{\text{இரண்டு}} = 111_{\text{இரண்டு}}$.

- இப்போது $101_{\text{இரண்டு}} + 1_{\text{இரண்டு}}$ என்பதன் பெறுமானத்தை எண் சட்டத்தின் மூலம் பெறுவோம்.



A இன் 2^0 கோலிலுள்ள எண்ணியை B இன் 2^0 கோலில் இடும்போது அக்கோலில் இரு எண்ணிகள் வரப்போகின்றன. ஆனால் ஒரே கோலில் இரு எண்ணிகள் இருக்க முடியாது. ஆகவே 2^0 ஐக் குறிக்கும் கோலில் வரவேண்டிய இரு எண்ணிகளுக்குப் பதிலாக 2^1 ஐக் குறிக்கும் கோலில் 1 எண்ணியை இடுதல் வேண்டும். இது எண் சட்டம் C இல் 2^1 ஐக் குறிக்கும் கோலில் காட்டப்பட்டுள்ளது.

எனவே $101_{\text{இரண்டு}} + 1_{\text{இரண்டு}} = 110_{\text{இரண்டு}}$ ஆகும்.

எண்களைக் கீழ்நோக்கி எழுதிக் கூட்டும்போது இதனை மேலும் விளங்கலாம்.

$$\begin{array}{r} 101_{\text{இரண்டு}} \\ +\quad 1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 110_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

வழக்கம் போல் எண்களைக் கூட்டும்போது வலது பக்கத்திலிருந்து ஆரம்பிக்க வேண்டும்.
முதலில் 2^0 கள் $1 + 2^0$ கள் $1 = 2^1$ கள் $1 + 2^0$ கள் 0
2^1 கள் $1 + 2^1$ கள் $0 = 2^1$ கள் 1

உதாரணம் 1

பெறுமானம் காண்க.

(i) $11101_{\text{இரண்டு}} + 1101_{\text{இரண்டு}}$ (ii) $1110_{\text{இரண்டு}} + 111_{\text{இரண்டு}}$

(i)
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11\ \ 1\ \ } \\ 11101_{\text{இரண்டு}} \\ +\ \ 1101_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 101010_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

(ii)
$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 11\ \ \ \ \ \ } \\ 1110_{\text{இரண்டு}} \\ +\ \ 111_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 10101_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

குறிப்பு

துவித எண்களைக் கூட்டும்போது

$1_{\text{இரண்டு}} + 0_{\text{இரண்டு}} = 1_{\text{இரண்டு}}$

$1_{\text{இரண்டு}} + 1_{\text{இரண்டு}} = 10_{\text{இரண்டு}}$

$1_{\text{இரண்டு}} + 1_{\text{இரண்டு}} + 1_{\text{இரண்டு}} = 11_{\text{இரண்டு}}$

எனப் பெறப்படும்.

பயிற்சி 2.3

1. பெறுமானம் காண்க.

a.
$$\begin{array}{r} 111_{\text{இரண்டு}} \\ +101_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 10111_{\text{இரண்டு}} \\ +\ \ 1011_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 1011_{\text{இரண்டு}} \\ +\ 11101_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

d. $11101_{\text{இரண்டு}} + 1110_{\text{இரண்டு}}$

e. $11011_{\text{இரண்டு}} + 11_{\text{இரண்டு}}$

f. $100111_{\text{இரண்டு}} + 11_{\text{இரண்டு}} + 1_{\text{இரண்டு}}$

g. $11_{\text{இரண்டு}} + 111_{\text{இரண்டு}} + 1111_{\text{இரண்டு}}$

h. $11110_{\text{இரண்டு}} + 1110_{\text{இரண்டு}} + 110_{\text{இரண்டு}}$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள கட்டங்களில் வெற்றுக்கூடுகளினுள் பொருத்தமான இலக்கங்களை இடுக.

a.
$$\begin{array}{r} 11_{\text{இரண்டு}} \\ +1\square_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 1\square1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

b.
$$\begin{array}{r} 1\ 10\ \square_{\text{இரண்டு}} \\ +\ \square1\ 1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 1\square100_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{r} 10\ 0\ 1_{\text{இரண்டு}} \\ +\ \ \square\ 1\ \square_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \square00\square\ 0_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{r} 1\,1\,1\,0_{\text{இரண்டு}} \\ +\ \ 1\,\square\,\square_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 1\,0\,\square\,0\,1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

e.
$$\begin{array}{r} 1\,\square\,1\,\square_{\text{இரண்டு}} \\ +\ \ 1\,\square\,1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 1\,\square\,0\,0\,0_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

f.
$$\begin{array}{r} 1\,1\,\square\,1_{\text{இரண்டு}} \\ +1\,1\,1\,0_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 1\,\square\,\square\,1\,\square_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

2.4 துவித எண்களைக் கழித்தல்

துவித எண்களைக் கூட்டும்போது குறிப்பிட்ட இடப்பெறுமான நிரலில் 2 வரும்போது அதற்கு இடது பக்கத்தில் உள்ள இடப்பெறுமான நிரலில் 1 சேர்க்கப்படல் வேண்டும் எனப் பார்த்தோம்.

$$\begin{array}{r} 101_{\text{இரண்டு}} \\ +\ \ 1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 110_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

(2^0 நிரலில் $1_{\text{இரண்டு}} + 1_{\text{இரண்டு}} = 10_{\text{இரண்டு}}$)

இப்போது $110_{\text{இரண்டு}} - 1_{\text{இரண்டு}}$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

மேலே உள்ள கூட்டலை அவதானிக்கும்போது இதன் பெறுமானம் $101_{\text{இரண்டு}}$ ஆகும். இவ்விடை பெறப்படும் விதத்தை விளங்குவோம்.

$$\begin{array}{r} 11\overset{2}{0}_{\text{இரண்டு}} \\ -\ \ 1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 101_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

2^0 என்ற நிரலில் 0 இலிருந்து 1 ஐக் கழிக்க முடியாததால் அடுத்துள்ள 2^1 நிரலிருந்து 1 ஐ எடுப்போம். அது 2^0 கள் 2 என்பதால் அதிலிருந்து 1 ஐக் கழிக்கும்போது மீதி 1 கிடைக்கும். 2^1 நிரலில் இப்போது காணப்படுவது 0 ஆகும்.

எனவே $110_{\text{இரண்டு}} - 1_{\text{இரண்டு}} = 101_{\text{இரண்டு}}$ ஆகும்.

உதாரணம் 1

$$\begin{array}{r} 1101_{\text{இரண்டு}} \\ +111_{\text{இரண்டு}} \\ \hline 110_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$$

$110_{\text{இரண்டு}} + 111_{\text{இரண்டு}}$ என்பதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்பதன் மூலம் விடையை வாய்ப்புப் பார்ப்போம்.

$$110_{\text{இரண்டு}} + 111_{\text{இரண்டு}} = 1101_{\text{இரண்டு}}$$

குறிப்பு

கழிக்கும்போது பெறப்படும் விடையைக் கழிக்கப்படும் எண்ணுடன் கூட்டுவதனால் விடையைச் சரியா என வாய்ப்புப் பார்க்கலாம்.

பயிற்சி 2.4

1. பெறுமானம் காண்க.

a. $\begin{array}{r} 11_{\text{இரண்டு}} \\ -\ 1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$

b. $\begin{array}{r} 10_{\text{இரண்டு}} \\ -\ 1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$

c. $\begin{array}{r} 101_{\text{இரண்டு}} \\ -\ 1_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$

d. $\begin{array}{r} 101_{\text{இரண்டு}} \\ -\ 11_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$

e. $111_{\text{இரண்டு}} - 11_{\text{இரண்டு}}$

f. $110_{\text{இரண்டு}} - 11_{\text{இரண்டு}}$

g. $1100_{\text{இரண்டு}} - 111_{\text{இரண்டு}}$

h. $\begin{array}{r} 10001_{\text{இரண்டு}} \\ -\ 111_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$

i. $\begin{array}{r} 100000_{\text{இரண்டு}} \\ -\ 11011_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$

j. $\begin{array}{r} 100011_{\text{இரண்டு}} \\ -\ 10001_{\text{இரண்டு}} \\ \hline \end{array}$

k. $11000_{\text{இரண்டு}} - 1111_{\text{இரண்டு}}$

l. $101010_{\text{இரண்டு}} - 10101_{\text{இரண்டு}}$

2.5 துவித எண்களின் பிரயோகம்

துவித எண் தொகுதியில் பயன்படுத்தப்படும் இலக்கங்கள் 0 உம் 1 உம் ஆகும். 0, 1 என்பவற்றை வகைகுறிப்பதற்கு மின் சுற்றில் இணைக்கப்பட்டுள்ள மின் குமிழொன்று ஒளிர்வது 1 ஐயும் ஒளிராதிருப்பது 0 ஐயும் குறிப்பதாகக் கருதப்பட்டு இலக்கமுறை (Digitel) உபகரணங்கள் தயாரிக்கப்படுகின்றன.

இதற்கேற்ப மின்குமிழ் ஒளிர்வதை ⊛ என்பதனாலும், ஒளிராதிருப்பதை ○ இனாலும் குறிக்கும்போது ⊛ ○ ○ ⊛ என்பது $1001_{\text{இரண்டு}}$ என்ற துவித எண்ணை வகைகுறிக்கின்றது. இத்தொழினுட்பத்தைப் பயன்படுத்தி கணிகருவி, கணினி என்பன உருவாக்கப்பட்டுள்ளன.

இவ்வாறு அடி இரண்டிலான எண்கள் உருவாக்கப்பட்டது போல வேறு அடிகளிலும் உருவாக்கப்பட்ட எண் தொகுதிகளின் மூலம் வெவ்வேறு விளையாட்டுக்களும் விளையாட்டு உபகரணங்களும் உருவாக்கப்படுகின்றன.

குறிப்பு

அடி 2, 10 எண்களைப் போன்று வேறு அடிகளைப் பயன்படுத்தல்

அடி நான்கில் உருவாக்கப்படும் எண் தொகுதியில் பயன்படுத்தப்படும் இலக்கங்கள் 0, 1, 2, 3 மட்டுமே ஆகும்.

$10_{\text{நான்கு}}$ என்பது குறிக்கும் எண் 4 ஆகும்.

அடி ஐந்திற்கு 0, 1, 2, 3, 4 ஆகிய இலக்கங்கள் மட்டுமே பயன்படுத்தப்படும். $10_{\text{ஐந்து}}$ என்பது குறிக்கும் எண் 5 ஆகும்.

பலவினப் பயிற்சி

1. பெறுமானம் காண்க.

   a. $1101_{\text{இரண்டு}} + 111_{\text{இரண்டு}} - 1011_{\text{இரண்டு}}$ **b.** $11111_{\text{இரண்டு}} - (101_{\text{இரண்டு}} + 11_{\text{இரண்டு}})$

   c. $110011_{\text{இரண்டு}} - 1100_{\text{இரண்டு}} - 110_{\text{இரண்டு}}$

2. $1_{\text{இரண்டு}}$, $11_{\text{இரண்டு}}$, $111_{\text{இரண்டு}}$, $1111_{\text{இரண்டு}}$, $11111_{\text{இரண்டு}}$, $111111_{\text{இரண்டு}}$ என்ற ஒவ்வோர் எண்ணிலும் 1 கூடுதலான எண்ணைத் துவித எண்கணாகத் தருக.

3. அடி பத்தில் 16 என்ற தசம எண்ணைத் துவித எண்ணாக எழுதுக.

4. (i) $49_{\text{பத்து}} - 32_{\text{பத்து}}$ ஐச் சுருக்கி துவித எண்களாகத் தருக.

   (ii) $49_{\text{பத்து}}$, $32_{\text{பத்து}}$ ஆகிய எண்களைத் துவித எண்களாக மாற்றிக் கழிக்க. மேலே (i) இல் பெற்ற விடையுடன் உமது விடையை ஒப்பிடுக.

பொழிப்பு

- அடி இரண்டிலான எண் தொகுதியில் பயன்படுத்தும் இலக்கங்கள் 0, 1 ஆகும்.
- அடி இரண்டிலான எண் தொகுதியில் 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6 என்பன இடப்பெறுமானங்களாகப் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
- தசம எண்ணொன்றை துவித எண்ணொன்றாக மாற்றுவதற்கு அவ்வெண்ணை மீண்டும் மீண்டும் தொடர்ந்து ஈவு 0 வரும் வரை 2 ஆல் வகுக்க வேண்டும். அப்போது மீதியாக வரும் இலக்கங்களைக் கொண்டு அவ்வெண் வகைகுறிக்கப்படும்.
- துவித எண்ணொன்றைத் தசம எண்ணொன்றாக மாற்றுவதற்கு அவ்வெண்ணை இடப்பெறுமானத்துக்குரிய இரண்டின் வலுக்களினால் பெருக்கிக் கூட்ட வேண்டும்.