6 ඝන වස්තු

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- සවිධි අෂ්ටතලය, සවිධි ද්වාදසතලය හා සවිධි විංසතිතලය යන ඝන වස්තුවල ආකෘති සැකසීමට,
- එම ඝන වස්තුවල දාර, ශීර්ෂ හා මුහුණත් ගණන ඇසුරෙන් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව සත්‍යාපනය කිරීමට සහ
- දෙන ලද ඝන වස්තු අතුරින් ප්ලේටෝ කැට වෙන් කර හඳුනා ගැනීමට සහ ඒවායේ ලක්ෂණ විස්තර කිරීමට

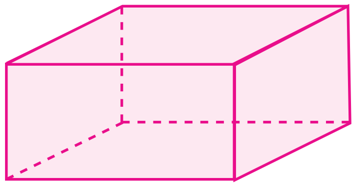
හැකියාව ලැබේ.

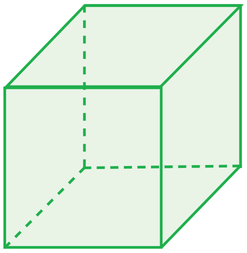
6.1 ඝන වස්තු

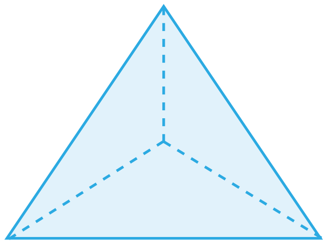
අවකාශයේ යම් ඉඩක් ගන්නා නියත හැඩයක් ඇති වස්තු, ඝන වස්තු ලෙස හැඳින්වෙන බව ඔබ ඉගෙන ගෙන ඇත.

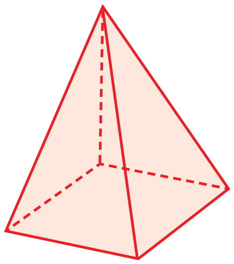
තව ද ඝනවස්තුවල මතුපිට, තල පෘෂ්ඨ කොටස්වලින් හෝ වක්‍ර පෘෂ්ඨ කොටස්වලින් හෝ සමන්විත වන බවත් ඔබ ඉගෙන ගෙන ඇත.

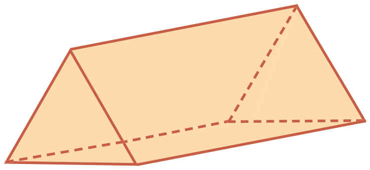
6 සහ 7 ශ්‍රේණිවල දී ඔබ විසින් අධ්‍යයනය කරන ලද ඝන වස්තු කිහිපයක රූප සටහන් පහත දැක්වේ.


ඝනකාභය


ඝනකය


සවිධි චතුස්තලය


පතුල සමචතුරස්‍ර පිරමීඩය


ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

(1) පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

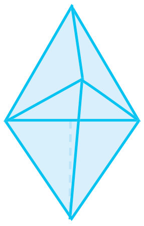
ඝන වස්තුව	දාර ගණන	මුහුණත් ගණන	ශීර්ෂ ගණන
ඝනකාභය	12	6	8
ඝනකය			
සවිධි චතුස්තලය			
සමචතුරස්‍ර පිරමීඩය			
ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය			

(2) පහත දැක්වෙන එක් එක් ඝන වස්තුව සෑදීම සඳහා යොදා ගන්නා පතරම්වල රූප සටහන් ඇඳ දක්වන්න.

(i) සමචතුරස්‍ර පිරමීඩය

(ii) ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය

(3) එක සමාන සවිධි චතුස්තල දෙකක ත්‍රිකෝණ මුහුණත් දෙකක් එකට ඇලවීමෙන් සාදාගත් ඝන වස්තුවක රූප සටහනක් මෙහි දැක්වේ. එම ඝන වස්තුවේ දාර ගණන, ශීර්ෂ ගණන සහ මුහුණත් ගණන සොයන්න.



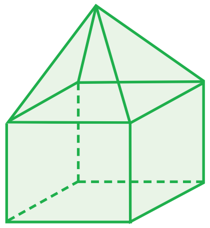
(4) ඝනකයක් සහ සමචතුරස්‍ර පිරමීඩයක් සංයුක්ත කිරීමෙන් සෑදුණු සංයුක්ත ඝන වස්තුවක් රූපයේ දැක්වේ. එම ඝන වස්තුවේ,

(i) දාර ගණන,

(ii) මුහුණත් ගණන සහ

(iii) ශීර්ෂ ගණන

සොයන්න.



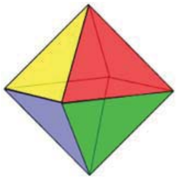
6.2 අෂ්ටතලය

ආභරණ සෑදීම සඳහා යොදා ගන්නා දියමන්ති හා ඇතැම් මැණික් වර්ග මෙම හැඩයට ඔප දමනු ලැබේ.

මුහුණත් අටකින් සෑදී ඇති ඝන වස්තුවක් **අෂ්ටතලයක්** (Octahedron) ලෙස හැඳින්වේ.

8

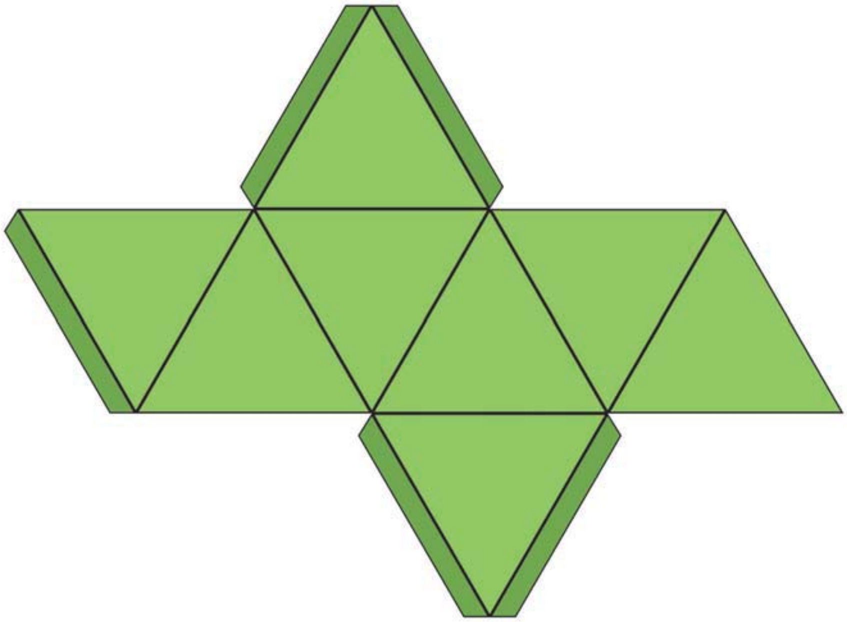
ඒක සමාන සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් අටකින් සෑදී ඇති ඝන වස්තුවක් **සවිධි අෂ්ටතලයක්** ලෙස හැඳින්වේ. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සවිධි අෂ්ටතලයකි.



සවිධි අෂ්ටතලයෙහි ලක්ෂණ පළමු ක්‍රියාකාරකම මගින් හඳුනා ගනිමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

පියවර 1 - මෙහි දැක්වෙන රූපය බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එකක් වැනි ඝන කඩදාසියක පිටපත් කර ගන්න. නැති නම් ඡායා පිටපතක් ගෙන ඝන කඩදාසියක අලවා ගන්න.

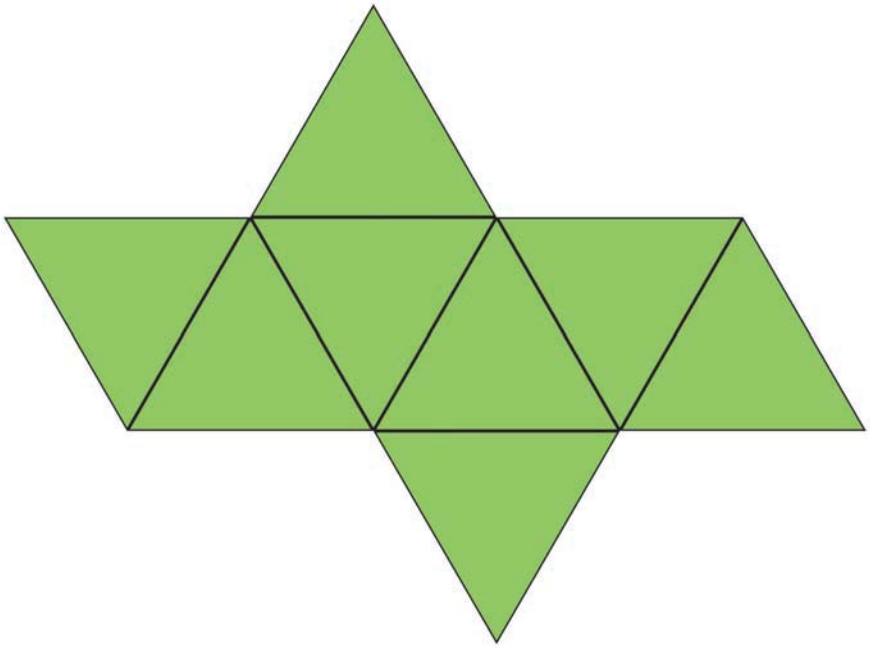


පියවර 2 - බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එක මත අඳින ලද හෝ අලවන ලද රූපය කපා වෙන් කර දාර ඔස්සේ නවා ඇලවුම් වාසි ඇලවීමෙන් සවිධි අෂ්ටතලයක ආකෘතියක් සකස් කර ගන්න.

පියවර 3 - සකස් කරගත් ආකෘතිය ඇසුරෙන් සවිධි අෂ්ටතලයක මුහුණත් ගණන, දාර ගණන හා ශීර්ෂ ගණන සොයන්න. එහි වෙනත් සුවිශේෂ ලක්ෂණ පරීක්ෂා කරන්න.

පියවර 4 - පරීක්ෂා කර හඳුනා ගත් ලක්ෂණ අභ්‍යාස පොතේ ලියන්න.

සවිධි අෂ්ටතලයක ආකෘතියක් සකස් කර ගැනීමට යොදා ගත් ඉහත රූපයේ ඇලවුම් වාසි ඉවත් කළ විට ලැබෙන රූපය **සවිධි අෂ්ටතලයේ පතරම** ලෙස හැඳින්වේ.



ඉහත ක්‍රියාකාරකමේ දී, ඔබ විසින් සකස් කළ වස්තුව සවිධි අෂ්ටතලයක ආකෘතිය කි.

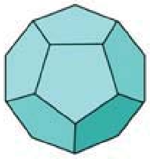
ඔබට හඳුනා ගත හැකි සවිධි අෂ්ටතලයේ ලක්ෂණ

- සවිධි අෂ්ටතලයේ මුහුණත් 8කි.
- එහි සියලු මුහුණත් එකිනෙකට සමාන සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර හැඩය ගනියි.
- සවිධි අෂ්ටතලයේ ශීර්ෂ 6කි.
- සවිධි අෂ්ටතලයේ දාර 12කි. එහි සියලු දාර සරල රේඛීය දාර වේ. එමෙන් ම සියලු දාර දිගින් සමාන වේ.

6.3 ද්වාදසතලය

අලංකරණය හා සැරසිලි සඳහා මෙම හැඩයේ ආකෘති යොදා ගනු ලැබේ.

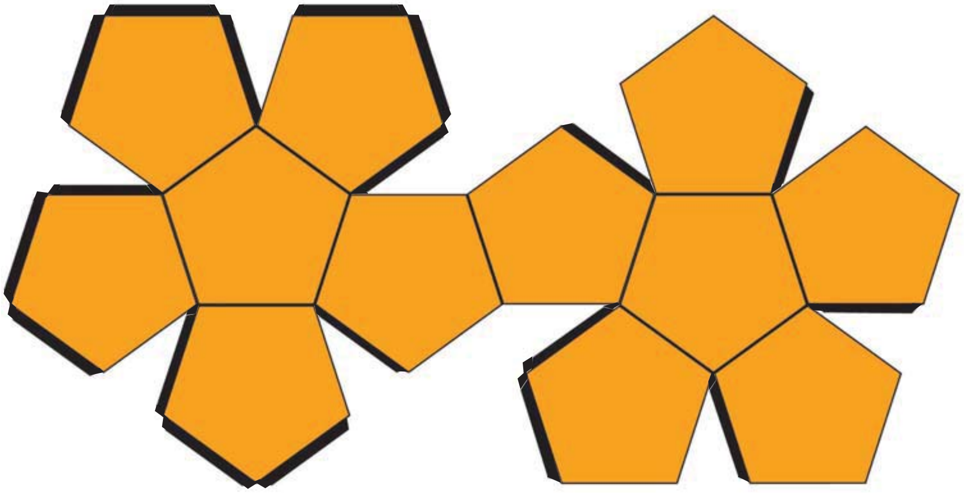
සවිධි පංචාස්‍රාකාර මුහුණත් දොළහකින් සෑදී ඇති ඝන වස්තුවක් **සවිධි ද්වාදසතලයක්** (Regular Dodecahedron) ලෙස හැඳින්වේ. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සවිධි ද්වාදසතලයකි.



සවිධි ද්වාදසතලයක ලක්ෂණ දෙවන ක්‍රියාකාරකම මඟින් හඳුනා ගනිමු.

ක්‍රියාකාරකම 2

පියවර 1 - මෙහි දැක්වෙන රූපය බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එකක් වැනි ඝන කඩදාසියක පිටපත් කර ගන්න. නැති නම් ඡායා පිටපතක් ගෙන ඝන කඩදාසියක අලවා ගන්න.

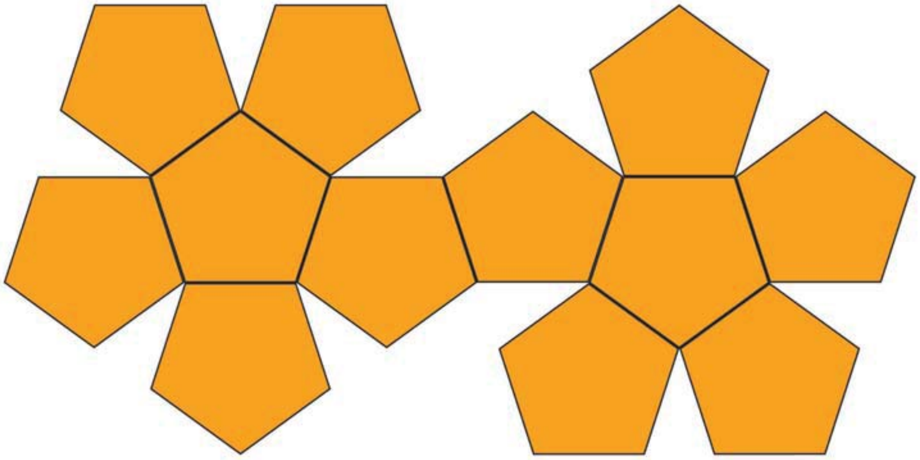


පියවර 2 - බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එක මත අඳින ලද හෝ අලවන ලද රූපය කපා වෙන් කර දාර ඔස්සේ නවා ඇලවුම් වාසි ඇලවීමෙන් ද්වාදසතලයක ආකෘතියක් සකස් කර ගන්න.

පියවර 3 - සකස් කර ගත් ආකෘතිය ඇසුරෙන් ද්වාදසතලයක මුහුණත් ගණන, දාර ගණන හා ශීර්ෂ ගණන සොයන්න. එහි වෙනත් සුවිශේෂ ලක්ෂණ පරීක්ෂා කරන්න.

පියවර 4 - පරීක්ෂා කර හඳුනා ගත් ලක්ෂණ අභ්‍යාස පොතේ ලියන්න.

සවිධි ද්වාදසතලයක ආකෘතියක් සකස් කර ගැනීමට යොදාගත් ඉහත රූපයේ ඇලවුම් වාසි ඉවත් කළ විට ලැබෙන රූපය **සවිධි ද්වාදසතලයේ පතරම** ලෙස හැඳින්වේ.



ඉහත ක්‍රියාකාරකමේ දී, ඔබ විසින් සකස් කළ වස්තුව සවිධි ද්වාදසතලයක ආකෘතිය යි.

ඔබට හඳුනා ගත හැකි සවිධි ද්වාදසතලයේ ලක්ෂණ

- සවිධි ද්වාදසතලයේ මුහුණත් 12කි.
- එහි සියලු මුහුණත් සවිධි පංචාස්‍රාකාර හැඩය ගනියි.
- සවිධි ද්වාදසතලයේ ශීර්ෂ 20කි.
- සවිධි ද්වාදසතලයේ දාර 30කි. එහි සියලු දාර සරල රේඛීය දාර වේ. එමෙන් ම සියලු දාර දිගින් සමාන වේ.

6.4 විංසතිතලය

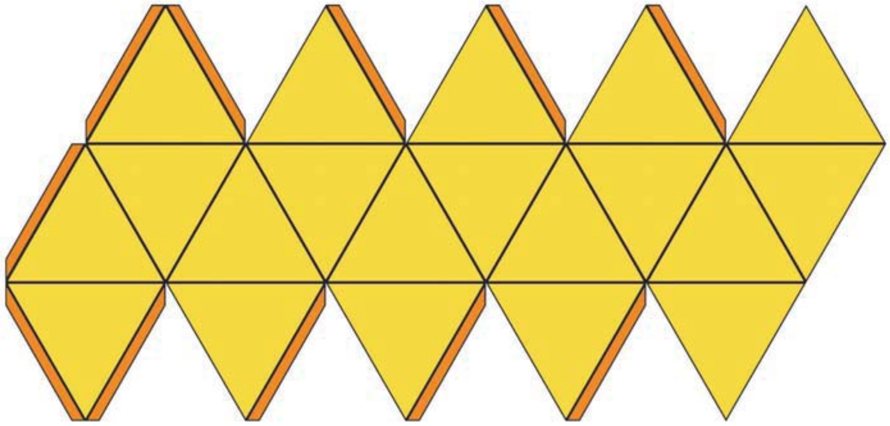
වෙසක් කූඩු නිර්මාණය වැනි අලංකරණය සඳහා යොදා ගන්නා තවත් ආකෘතියක රූපයක් මෙහි දැක්වේ. එම හැඩය විංසතිතලය (Icosahedron) ලෙස හඳුන්වා ඇත.

එක සමාන සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් විස්සකින් සෑදී ඇති මෙම ඝන වස්තුව **සවිධි විංසතිතලය** ලෙස හැඳින්වේ. රූපයේ දැක්වෙන්නේ සවිධි විංසතිතලයකි.

සවිධි විංසතිතලයක ලක්ෂණ තුන් වන ක්‍රියාකාරකම මගින් හඳුනා ගනිමු.

ක්‍රියාකාරකම 3

පියවර 1 - මෙහි දැක්වෙන රූපය බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එකක් වැනි ඝන කඩදාසියක පිටපත් කර ගන්න. නැති නම් ඡායා පිටපතක් ගෙන බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එකක අලවා ගන්න.

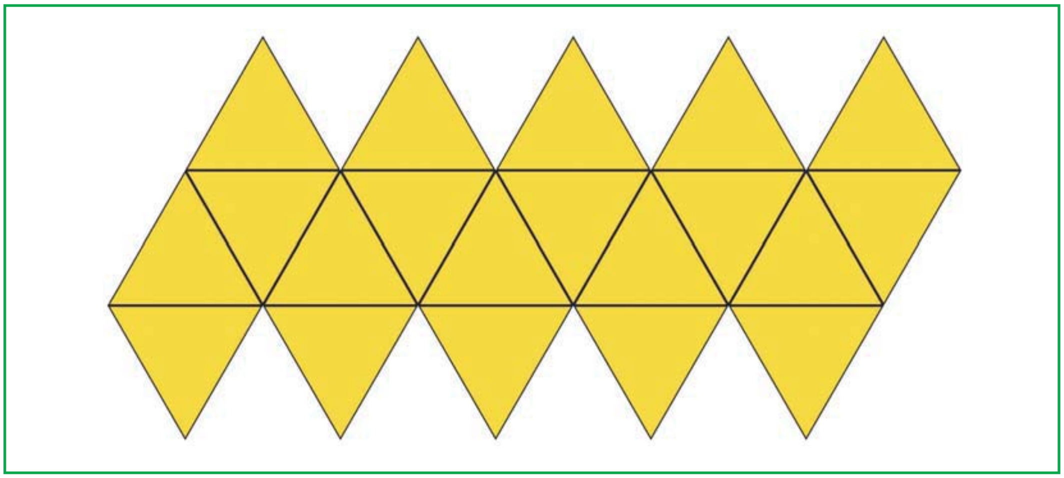


පියවර 2 - බ්‍රිස්ටල් බෝඩ් එක මත අඳින ලද හෝ අලවන ලද රූපය කපා වෙන් කර දාර ඔස්සේ නවා ඇලවුම් වාසි ඇලවීමෙන් සවිධි විංසතිතලයක ආකෘතියක් සකස් කර ගන්න.

පියවර 3 - සකස් කර ගත් ආකෘතිය ඇසුරෙන් සවිධි විංසතිතලයක මුහුණත් ගණන, දාර ගණන හා ශීර්ෂ ගණන සොයන්න. එහි වෙනත් සුවිශේෂ ලක්ෂණ පරීක්ෂා කරන්න.

පියවර 4 - එසේ හඳුනා ගත් ලක්ෂණ අභ්‍යාස පොතේ ලියන්න.

විංසතිතලයක ආකෘතියක් සකස් කර ගැනීමට යොදා ගත් ඉහත රූපයේ ඇලවුම් වාසි ඉවත් කළ විට ලැබෙන රූපය **සවිධි විංසතිතලයේ පතරම** ලෙස හැඳින්වේ.



ඉහත ක්‍රියාකාරකමේ දී, ඔබ විසින් සකස් කළ වස්තුව සවිධි විංසතිතලයක ආකෘතිය යි.

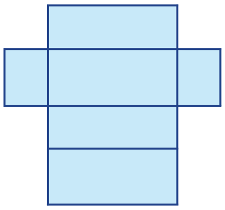
ඔබට හඳුනා ගත හැකි සවිධි විංසතිතලයේ ලක්ෂණ

- සවිධි විංසතිතලයේ මුහුණත් 20කි.
- එහි සියලු මුහුණත් ත්‍රිකෝණාකාර හැඩය ගනියි.
- සවිධි විංසතිතලයේ ශීර්ෂ 12කි.
- සවිධි විංසතිතලයේ දාර 30කි. එහි සියලු දාර සරල රේඛීය දාර වේ. එමෙන් ම සියලු දාර දිගින් සමාන වේ.

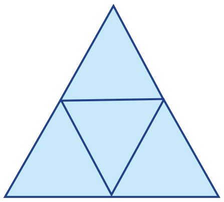
6.1 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන එක් එක් පතරම භාවිතයෙන් සාදා ගත හැකි ඝන වස්තුව නම් කරන්න.

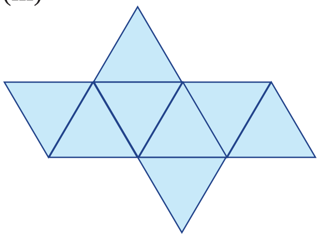
(i)



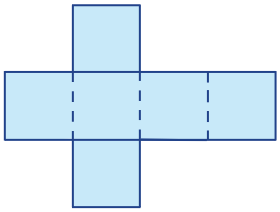
(ii)



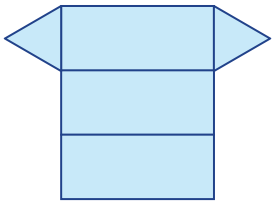
(iii)



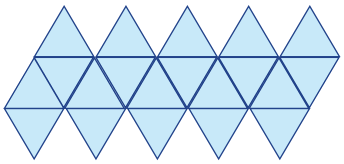
(iv)



(v)



(vi)



6.5 ඝන වස්තු සඳහා ඔයිලර් සම්බන්ධතාව

ස්විස් ජාතික ඔයිලර් නම් ගණිතඥයා විසින් ඉදිරිපත් කළ ඝන වස්තුවක දාර, ශීර්ෂ සහ මුහුණත් අතර පවතින සම්බන්ධතාව 7 ශ්‍රේණියේ දී ඔබ විසින් ඉගෙන ගන්නා ලදි. ඒ පිළිබඳව නැවත සිහිපත් කර ගනිමු.

ඔයිලර් සම්බන්ධතාව

සරල දාර සහිත ඝන වස්තුවක මුහුණත් සංඛ්‍යාවේ සහ ශීර්ෂ සංඛ්‍යාවේ එකතුව දාර සංඛ්‍යාවට වඩා දෙකකින් වැඩි ය.

එම සම්බන්ධතාව මේ ආකාරයට ද ලියා දැක්විය හැකි ය.

ශීර්ෂ ගණන + මුහුණත් ගණන = දාර ගණන + 2

$$V + F = E + 2$$

ක්‍රියාකාරකම 4

ඔබ විසින් ක්‍රියාකාරකම 1, 2 හා 3හි දී නිර්මාණය කළ ඝන වස්තු නිරීක්ෂණය කිරීමෙන් පහත වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

ඝන වස්තුව	ශීර්ෂ ගණන (V)	මුහුණත් ගණන (F)	දාර ගණන (E)	$V + F - E$ හි අගය	ඔයිලර්ගේ සම්බන්ධතාව හා ගැළපේ ද?
සවිධි අෂ්ටතලය					
සවිධි ද්වාදසතලය					
සවිධි විංසතිතලය					

6.2 අභ්‍යාසය

(1) සවිධි චතුස්තලයක මුහුණත් ගණන, ශීර්ෂ ගණන හා දාර ගණන ඇසුරෙන් එම අගයන් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව හා ගැළපෙන බව පෙන්වන්න.

(2) සමචතුරස්‍ර ආධාරකයක් සහිත පිරමීඩයක,

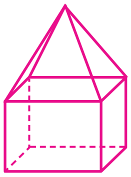
(i) දාර ගණන, මුහුණත් ගණන හා ශීර්ෂ ගණන ලියා දක්වන්න.

(ii) එම අගයන් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව හා ගැළපෙන බව පෙන්වන්න.

නොමිලේ බෙදා හැරීම සඳහා ය.

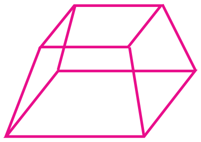
(3) සරල දාර සහිත එක්තරා ඝන වස්තුවක ඇති දාර ගණන 9ක් හා ශීර්ෂ ගණන 6ක් නම්, ඔයිලර් සම්බන්ධතාව ඇසුරෙන් එහි මුහුණත් ගණන සොයන්න.

(4) සංයුක්ත ඝන වස්තුවක රූපයක් මෙහි දැක්වේ. මෙම ඝන වස්තුව සඳහා ඔයිලර් සම්බන්ධතාව ගැළපේ ද? නොගැළපේ ද? යන්න හේතු සහිතව පෙන්වා දෙන්න.



(5) දාර ගණන 10ක් හා මුහුණත් ගණන 6ක් වූ ඝන වස්තුවක් ඔයිලර් සම්බන්ධතාව හා ගැළපේ නම්, එම ඝන වස්තුවේ ශීර්ෂ ගණන සොයන්න.

(6) පිරමීඩාකාර ඝන වස්තුවක උඩ කොටස කපා ඉවත් කර සාදා ගත් ඝන වස්තුවක ආකෘතියක් රූපයේ දැක්වේ. එම ඝන වස්තුව සඳහා ඔයිලර් සම්බන්ධතාව ගැළපෙන බව පෙන්වන්න.

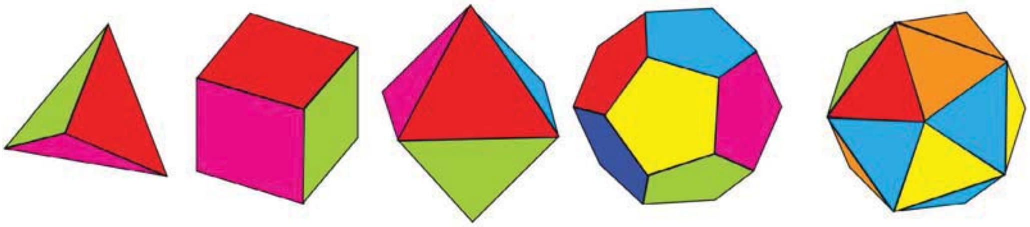


6.6 ප්ලේටෝ කැට

මුහුණත් සියල්ල එක සමාන වූ ද ඒවා එක ම වර්ගයේ සවිධි බහු අස්‍ර වූ ද සෑම ශීර්ෂයක දී ම හමු වන මුහුණත් ගණන සමාන වූ ද ඝන වස්තු **ප්ලේටෝ කැට** ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

මෙවැනි ඝන වස්තු පහක් පමණක් ඇත. ඒවා පිළිබඳව ඔබ විසින් මේ වන විට අධ්‍යයනය කර ඇත. සවිධි චතුස්තලය, ඝනකය, සවිධි අෂ්ටතලය, සවිධි ද්වාදසතලය සහ සවිධි විංසතිතලය යනු එම ඝන වස්තු පහ වේ.

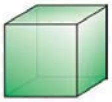
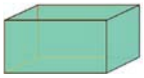
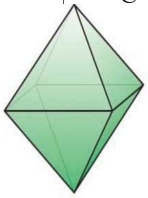
එම ඝන වස්තු ප්ලේටෝ කැට **(Platonic Solids)** ලෙස හැඳින්වේ.



සවිධි චතුස්තලය ඝනකය සවිධි අෂ්ටතලය සවිධි ද්වාදසතලය සවිධි විංසතිතලය

6.3 අභ්‍යාසය

(1) පහත දැක්වෙන වගුව සම්පූර්ණ කරන්න.

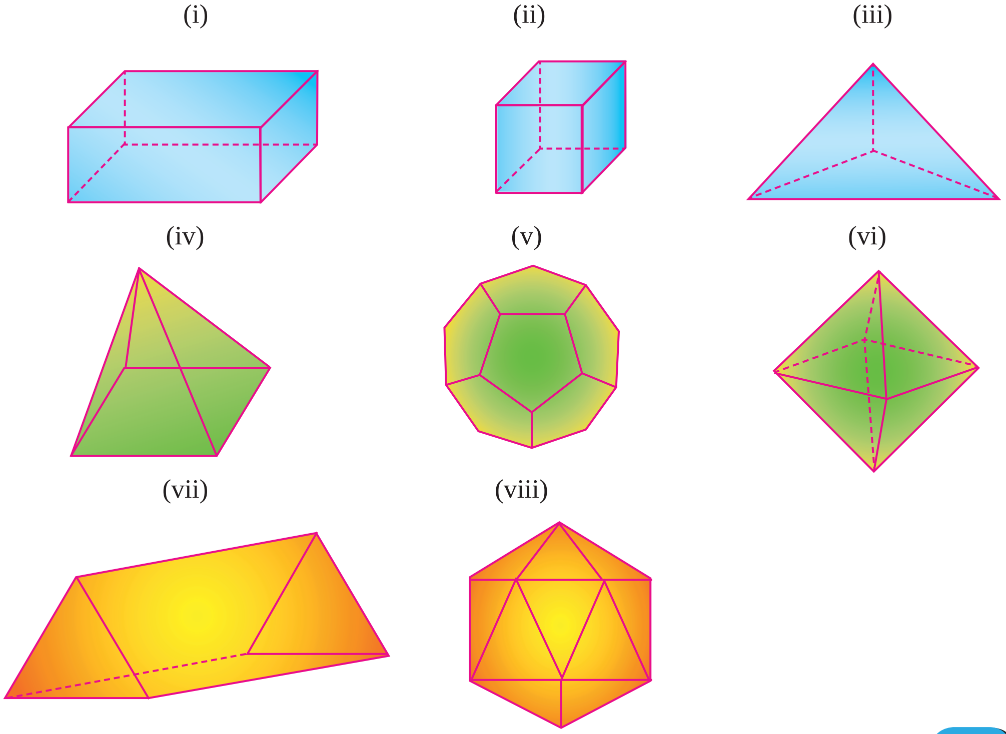
ඝන වස්තුව	ඝන වස්තුවේ ඇති මුහුණත්වල හැඩය	මුහුණත් සියල්ල සවිධි වේද? නො වේද?	එක් එක් ශීර්ෂයේ දී හමු වන මුහුණත් ගණන සමාන ද? අසමාන ද?	ශීර්ෂයක දී හමු වන මුහුණත් ගණන	ඒ අනුව ඝන වස්තුව ප්ලේටෝ කැටයක් ද? නැද්ද? යන වග
ඝනකය 	සමචතුරස්‍රාකාර	සවිධි වේ	සමානයි	3	ඔව්
ඝනකාභය 					
සවිධි චතුස්තලය					
සවිධි අෂ්ටතලය 					
සවිධි ද්වාදසතලය					
සවිධි විංසතිතලය					

ඝන වස්තුව	ඝන වස්තුවේ ඇති මුහුණත්වල හැඩය	මුහුණත් සියල්ල සවිධි වේද? නො වේද?	එක් එක් ශීර්ෂයේ දී හමු වන මුහුණත් ගණන සමාන ද? අසමාන ද?	ශීර්ෂයක දී හමු වන මුහුණත් ගණන	ඒ අනුව ඝන වස්තුව ප්ලේටෝ කැටයක් ද? නැද්ද? යන වග
ඝනකාභය හා පිරමීඩය ඇතුළත් සංයුක්ත ඝන වස්තුව					

(2) දාරවල දිග එකිනෙකට සමාන වූ සවිධි විංසතිතලයක් හා සවිධි චතුස්තල 20ක් නිර්මාණය කර ගන්න. විංසතිතලයේ එක් එක් මුහුණත ස්පර්ශ වන සේ චතුස්තල 20 ඇලවීමෙන් සංයුක්ත ඝන වස්තුවක් නිර්මාණය කරන්න. එම සංයුක්ත ඝන වස්තුවේ,

(i) දාර ගණන
(ii) මුහුණත් ගණන
(iii) ශීර්ෂ ගණන සොයන්න.

(3) පහත ඝන වස්තු අතුරින් ප්ලේටෝ කැට වන ඝන වස්තුවල අංක තෝරා ලියන්න.



සාරාංශය

- සරල දාර සහිත ඝන වස්තුවක මුහුණත් සංඛ්‍යාවේ සහ ශීර්ෂ සංඛ්‍යාවේ එකතුව දාර සංඛ්‍යාවට වඩා දෙකකින් වැඩි ය.
- මුහුණත් සියල්ල එක සමාන වර්ගයේ සවිධි බහු අස්‍ර වූ ද සෑම ශීර්ෂයක දී ම හමු වන මුහුණත් ගණන සමාන වූ ද ඝන වස්තු ප්ලේටෝ කැට ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.
- ප්ලේටෝ කැට ලෙස හැඳින්විය හැක්කේ සවිධි චතුස්තලය, ඝනකය, සවිධි අෂ්ටතලය, සවිධි ද්වාදසතලය සහ සවිධි විංසතිතලය යන ඝන වස්තු පහ පමණකි.

ඝන වස්තුව	මුහුණතක හැඩය	මුහුණත් ගණන	දාර ගණන	ශීර්ෂ ගණන
ඝනකය	සමචතුරස්‍රාකාර ය	6	12	8
ඝනකාභය	සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ය	6	12	8
සවිධි චතුස්තලය	ත්‍රිකෝණාකාර ය	4	6	4
සමචතුරස්‍ර පිරමීඩය	එක් මුහුණතක් සමචතුරස්‍රාකාර ද අනෙක් මුහුණත් හතර ත්‍රිකෝණාකාර ය	5	8	5
ත්‍රිකෝණ ප්‍රිස්මය	ත්‍රිකෝණාකාර මුහුණත් 2යි. සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුහුණත් 3යි	5	9	6
සවිධි අෂ්ටතලය	සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර ය	8	12	6
සවිධි ද්වාදසතලය	සවිධි පංචාස්‍රාකාර ය	12	30	20
සවිධි විංසතිතලය	සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර ය	20	30	12