20 சமனிலிகள்

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- $ax + b \gtrless cx + d$ என்னும் வடிவிலான சமனிலிகளைத் தீர்க்கவும் தீர்வுகளை எண்கோட்டின் மீது குறிக்கவும்
- அன்றாட வாழ்வுடன் தொடர்புடைய பிரசினங்களை சமனிலிகள் மூலம் காட்டவும் அப்பிரசினங்களைத் தீர்க்கவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

தரம் 10 இல் கற்ற $ax + b \gtrless c$ என்னும் வடிவிலான சமனிலிகளைத் தீர்க்கும் முறையை நினைவுகூர்வதற்குக் கீழே உள்ள மீட்டற் பயிற்சியில் ஈடுபடுக .

மீட்டற் பயிற்சி

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சமனிலியையும் தீர்க்க.

a. $3x - 2 > 4$ **b.** $\frac{x}{2} + 5 \leq 7$ **c.** $5 - 2x > 11$

d. $\frac{x}{-2} + 3 \leq 5$ **e.** $\frac{5x}{6} + 4 \geq 14$ **f.** $3 - 2x \geq 9$

20.1 $ax + b \gtrless cx + d$ என்னும் வடிவிலான சமனிலிகளைத் தீர்த்தல்

$ax + b \gtrless cx + d$ என்னும் வடிவிலான சமனிலிகளை அட்சரகணிதரீதியில் தீர்க்கும் முறையையும் அத்தீர்வுகளைக் கேத்திரகணிதரீதியில் வகைகுறிக்கும் முறையையும் உதாரணங்களின் மூலம் ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

$3x - 2 > 2x + 1$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்த்து தீர்வுகளை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

இங்கு $3x - 2 > 2x + 1$ என்னும் சமனிலியில் x இலான உறுப்புகளை ஒரு பக்கத்திற்கும் எண்களை மற்றைய பக்கத்திற்கும் (சமன்பாடு தீர்ப்பது போன்றே) கொண்டு செல்ல வேண்டும்.

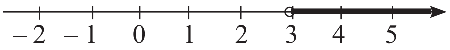
$3x - 2 > 2x + 1$

$3x - 2 + 2 > 2x + 1 + 2$ (இரு பக்கமும் 2 ஐக் கூட்டுவதால்)

$3x > 2x + 3$

$$3x - 2x > 2x + 3 - 2x \quad \text{(இரு பக்கத்திலிருந்தும் } 2x \text{ ஐக் கழிப்பதால்)}$$
$$x > 3$$

இது சமனிலியின் தீர்வாகும். சொற்களில் விபரிப்பதாயின், தீர்வுகள் 3 இலும் கூடிய எல்லா மெய்யெண்களும் ஆகும். இத்தீர்வுகளை ஓர் எண் கோட்டின் மீது பின்வருமாறு குறிக்கலாம்.



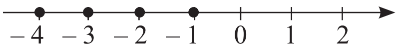
இங்கு 3 உரித்தாகாது என்பதைக் காட்டுவதற்காக 3 ஐக் காட்டும் புள்ளியைச் சுற்றி நிழற்றப்படாத ஒரு வட்டம் வரையப்படும்.

உதாரணம் 2

$5x + 3 \leq 3x + 1$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்த்து x எடுக்கத்தக்க நிறைவெண் தீர்வுகளை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

$$5x + 3 \leq 3x + 1$$
$$5x + 3 - 3 \leq 3x + 1 - 3 \quad \text{(இரு பக்கமும் 3 ஐக் கழிப்பதால்)}$$
$$5x \leq 3x - 2$$
$$5x - 3x \leq 3x - 2 - 3x \quad \text{(இரு பக்கமும் } 3x \text{ ஐக் கழிப்பதால்)}$$
$$\frac{2x}{2} \leq \frac{-2}{2} \quad \text{(இரு பக்கமும் 2 ஆல் வகுப்பதால்)}$$
$$x \leq -1$$

இதற்கேற்ப தீர்வுகளாவன -1 உம் அதற்குக் குறைந்த எல்லா நிறைவெண்களாகும். அதாவது $-1, -2, -3$ ஆகிய எண்களாகும். ஓர் எண் கோட்டின் மீது இத்தீர்வுகளை பின்வருமாறு குறிக்கலாம்.



குறிப்பு: சிறப்பாக நிறைவெண் தீர்வுகள் பிரசினத்தில் வினவப்படாவிடின், தீர்வுகளாக மெய்யெண்களையே கருத வேண்டும்.

உதாரணம் 3

$2x - 5 \geq 4x - 4$ என்னும் சமனிலியைத் தீர்த்து x எடுக்கத்தக்க நிறைவெண் தீர்வுகளை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

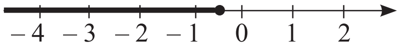
$$2x - 5 \geq 4x - 4$$
$$2x - 5 + 5 \geq 4x - 4 + 5 \quad \text{(இரு பக்கமும் 5 ஐக் கூட்டுவதால்)}$$
$$2x \geq 4x + 1$$

$2x - 4x \geq 4x + 1 - 4x$ (இரு பக்கமும் $4x$ ஐக் கழிப்பதால்)

$-2x \geq 1$

$\frac{-2x}{-2} \leq \frac{1}{-2}$ (இரு பக்கமும் -2 ஆல் வகுப்பதால்)

$x \leq \frac{-1}{2}$



குறிப்பு: மறை எண்ணொன்றால் வகுக்கும்போது சமனிலிக் குறியீட்டை மாற்ற வேண்டும் என்பதை நினைவில் கொள்க. ஒரு மறை எண்ணால் வகுத்தல் வராதவாறு இப்பிரசினத்தைத் தீர்க்கும் முறையை ஆராய்ந்து பார்க்க.

பயிற்சி 20.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சமனிலியையும் தீர்க்க. நிறைவெண் தீர்வுகளை ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

a. $3x - 4 > 2x$ **b.** $6x + 5 \geq 5x$

c. $2x - 9 \leq 5x$ **d.** $8 - 3x > x$

e. $5 - 2x \leq 3x$ **f.** $12 - x > 3x$

2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சமனிலியையும் தீர்த்து x எடுக்கத்தக்க எல்லா தீர்வுகளையும் ஓர் எண் கோட்டின் மீது குறிக்க.

a. $2x - 4 > x + 3$ **b.** $3x + 5 < x + 1$

c. $3x + 8 \geq 3 - 2x$ **d.** $5x + 7 \geq x - 5$

e. $3x - 8 \leq 5x + 2$ **f.** $2x + 3 \geq 5x - 6$

g. $x - 9 > 6x + 1$ **h.** $5x - 12 \leq 9x + 4$

i. $\frac{3x + 2}{2} > x + 3$ **j.** $2x - 5 \leq \frac{3x - 4}{-3}$

20. 2 சமனிலிகள் மூலம் பிரசினம் தீர்த்தல்

உதாரணம் 1

சமனான திணிவுடைய 8 தேயிலைப் பைக்கெற்றுகளும் 1kg சீனி பைக்கெற்றுகள் 3 உம் ஒரு பையினுள் இடப்பட்டுள்ளன. பை தாங்கக்கூடிய உச்ச திணிவு 5 kg ஆகும்.

(i) ஒரு தேயிலைப் பைக்கெற்றின் திணிவு x எனக் கொண்டு x இலான ஒரு சமனிலியை உருவாக்குக.

(ii) சமனிலியைத் தீர்த்து ஒரு தேயிலைப் பைக்கெற்றின் உச்ச திணிவைக் காண்க.

அனைத்தையும் கிராமிற்கு மாற்றிக் கொள்வது கணித்தலுக்கு இலகுவானது.

(i) ஒரு தேயிலைப் பைக்கெற்றின் திணிவு கிராமில் $= x$

$\therefore$ 8 தேயிலைப் பைக்கற்றுகளின் திணிவு கிராமில் $= 8x$

சீனியின் திணிவு கிராமில் $= 3 \times 1000$

$= 3000$

பை தாங்கக்கூடிய உச்ச திணிவு கிராமில் $= 5 \times 1000$

$= 5000$

தரப்பட்டுள்ள தரவுகளின் படி $8x + 3000 \leq 5000$

இதுவே தேவையான சமனிலியாகும்.

(ii) $8x + 3000 \leq 5000$

$8x + 3000 - 3000 \leq 5000 - 3000$

$$\frac{8x}{8} \leq \frac{2000}{8}$$

$x \leq 250$

$\therefore$ ஒரு தேயிலை பைக்கெற்றின் உச்ச திணிவு 250g B S®.

உதாரணம் 2

உதயன் 5 அப்பியாசப் புத்தகங்களையும் 3 பேனாக்களையும் கமலினி 3 அப்பியாசப் புத்தகங்களையும் 11 பேனாக்களையும் வாங்கினர். உதயன் செலவழித்த பணம் கமலினி செலவழித்த பணத்திலும் பார்க்கக் கூடியது அல்லது சமனானது ஆகும். அவர்கள் வாங்கிய ஒரு பேனாவின் விலை ரூ. 10 B S®.

(i) ஒரு அப்பியாசப் புத்தகத்தின் விலை ரூ. x எனக் கொண்டு x இலான ஒரு சமனிலியை உருவாக்குக.

(ii) சமனிலியைத் தீர்த்து ஓர் அப்பியாசப் புத்தகத்தின் அதிகுறைந்த விலையைக் காண்க.

(i) உதயன் வாங்கிய அப்பியாசப் புத்தகங்களின் விலை = ரூ. $5x$
உதயன் செலவு செய்த தொகை = ரூ. $5x + 30$
அவ்வாறே கமலினி செலவு செய்த தொகை = ரூ. $3x + 110$

தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப,

$$5x + 30 \geq 3x + 110$$

இதுவே தேவையான சமனிலியாகும்.

(ii) $5x + 30 \geq 3x + 110$

$5x + 30 - 30 \geq 3x + 110 - 30$

$5x \geq 3x + 80$

$5x - 3x \geq 3x + 80 - 3x$

$\frac{2x}{2} \geq \frac{80}{2}$

$x \geq 40$

$\therefore$ ஓர் அப்பியாசப் புத்தகத்தின் இழிவு விலை ரூ. 40 ஆகும்.

பயிற்சி 20.2

1. ஒரு சிறிய உழவு இயந்திரத்தில் ஒன்று 50kg உடைய 5 சீமெந்து பைக்கெற்றுகளும் சமனான திணிவுடைய 30 கம்பிகளும் ஏற்றப்பட்டுள்ளன. உழவு இயந்திரத்தில் கொண்டு செல்லக்கூடிய உச்ச திணிவின் அளவு 700kg ஆகும்.

(i) ஒரு கம்பியின் திணிவு x kg எனக் கொண்டு மேலேயுள்ள தகவல்களிலிருந்து ஒரு சமனிலியை உருவாக்குக.

(ii) ஒரு கம்பியின் உச்ச திணிவைக் காண்க.

2. A என்னும் ஒரு பெட்டியில் 12 சிறிய விசுக்கோத்துப் பைக்கெற்றுகளும் 200 g வீதமுள்ள 5 விசுக்கோத்துப் பைக்கற்றுகளும் B என்னும் இன்னொரு பெட்டியில் 4 சிறிய பைக்கற்றுகளும் 200g விசுக்கோத்துப் பைக்கெற்றுகள் 9 உம் அடுக்கப்பட்டுள்ளன. பெட்டி A இலுள்ள விசுக்கோத்துகளின் திணிவு பெட்டி B இலுள்ள விசுக்கோத்துகளின் திணிவிலும் குறைவானது அல்லது சமனானது ஆகும்.

(i) சிறிய விசுக்கோத்துப் பைக்கெற்று ஒன்றின் திணிவு x கிராம் எனக் கொண்டு தரப்பட்டுள்ள தகவல்களிலிருந்து x இலான ஒரு சமனிலியை எழுதுக.

(ii) ஒரு சிறிய விசுக்கோத்துப் பைக்கெற்றின் உச்ச திணிவைக் காண்க.

3. ஒரு வேலைத்தளத்தில் பயிற்றப்பட்ட, பயிற்றப்படாத தொழிலாளர்கள் பணியாற்றுகின்றனர். ஒரு பயிற்றப்பட்ட தொழிலாளியின் ஒரு நாட் சம்பளம் ரூ. 1200 ஆகும். 5 பயிற்றப்பட்ட தொழிலாளர்களினதும் 7 பயிற்றப்படாத தொழிலாளர்களினதும் ஒரு நாட் சம்பளத்துக்குச் செலவாகும் தொகை 7 பயிற்றப்பட்ட தொழிலாளர்களினதும் 4 பயிற்றப்படாத தொழிலாளர்களினதும் சம்பளத்துக்குச் சமனாகும் அல்லது அதிகமாகும்.

(i) பயிற்றப்படாத ஒரு தொழிலாளியின் ஒரு நாட் சம்பளம் ரூ. x எனக் கொண்டு மேலேயுள்ள தகவல்களிலிருந்து x இலான ஒரு சமனிலியை உருவாக்குக.

(ii) சமனிலியைத் தீர்த்து பயிற்றப்படாத ஒரு தொழிலாளியின் ஒரு நாளின் இழிவுச் சம்பளத்தைக் காண்க.

4. நிறையில் சமனான 5 தேயிலை பைக்கெற்றுகளும் 3kg சீனியும் ஒரு பொலித்தீன் பையில் பொதிசெய்யப்பட்டுள்ளன. பையானது 25 தேயிலைப் பைக்கெற்றுகளின் திணிவுக்குச் சமனான நிறையையே தாங்கக்கூடியதாகும். இத்தகவல்களிலிருந்து ஒரு சமனிலியை உருவாக்கி ஒரு தேயிலைப் பைக்கெற்றின் உச்ச திணிவைக் காண்க.

5. இரண்டு அறைகளில் தரையோடுகள் பதிப்பதற்தாக இரண்டு அளவுகளிலான சதுர வடிவிலான தரையோடுகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன. பெரிய தரையோட்டின் பரப்பளவு 900 cm^2 ஆகும். அறை A இல் பதிப்பதற்காக சிறிய தரையோடுகள் 100 உம் பெரிய தரையோடுகள் 10 உம் அறை B இற்கு சிறிய தரையோடுகள் 20 உம் பெரிய தரையோடுகள் 30 உம் தேவைப்பட்டன. அறை B இன் நிலத்தின் பரப்பளவு A இன் நிலத்தின் பரப்பளவுக்குச் சமன் அல்லது கூடியது எனின் ஒரு சமனிலியிலிருந்து ஒரு சிறிய தரையோட்டின் ஒரு பக்கத்தின் உச்ச நீளத்தைக் காண்க.

6. ஒரு தாங்கியானது 5 l கொள்ளளவுடைய ஒரு பெரிய வாளியினாலும் மேலுமொரு சிறிய வாளியினாலும் நீரினால் நிரப்படுகின்றது. பெரிய வாளியினால் 12 தடவைகளும் சிறிய வாளியினால் 4 தடவைகளும் நீரை ஊற்றியபோது தாங்கி முற்றாக நிரம்பியது. பெரிய வாளியினால் 9 தடவைகளும் சிறிய வாளியினால் 9 தடவைகளும் நீரை ஊற்றியபோது தாங்கி நிரம்பவில்லை. ஒரு சமனிலியிலிருந்து சிறிய வாளியின் உச்சக் கொள்ளளவைக் காண்க.