

இப்பாடத்தைக் கற்பதன்மூலம் நீங்கள்

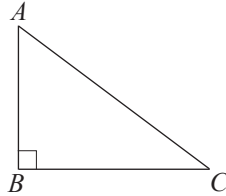
- திரிகோணகணித விகிதங்களான சைன், கோசைன், தான்சன் ஆகியவற்றை அறிந்து கொள்ளவும்
- சைன், கோசைன், தான்சன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி முக்கோணிகள் தொடர்பான கணித்தல்களைச் செய்யவும்
- திரிகோணகணிதப் பிரச்சினைகளின் தீர்வுகளைப் பரீட்சிப்பதற்காக விஞ்ஞான கணிகருவியைப் பயன்படுத்தவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

18.1 செங்கோண முக்கோணிகள்

ஒரு செங்கோண முக்கோணியில் இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்கள் தரப்படும்போது எஞ்சிய பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்பதற்குப் பைதகரசின் தொடர்பைப் பயன்படுத்த முடியும் என்பதை நாம் அறிவோம்.

ஒரு செங்கோண முக்கோணியில் ஒரு பக்கத்தின் நீளமும் செங்கோணத்தைத் தவிர வேறொரு கோணத்தின்பருமனும் தரப்படும்போது முக்கோணியின் எஞ்சிய பக்கங்களின் நீளங்களைப் பைதகரசின் தொடர்பின் மூலம் பெற்றுக்கொள்ள முடியாது. அதற்கான ஒரு முறையை அறிந்து கொள்வதற்காக முதலில் ஒரு செங்கோண முக்கோணியிலுள்ள பக்கங்களைப் பெயரிடும் முறையை அறிந்து கொள்வோம்.



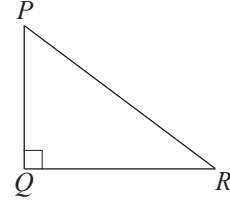
செங்கோண முக்கோணி ABC இல் $\hat{B}$ செங்கோணமாகும். அப்போது $\hat{A}$, $\hat{C}$ ஆகியன இரண்டும் கூங்கோணங்களாகும். செங்கோணமாகிய $\hat{B}$ யிற்கு எதிரே உள்ள பக்கம் AC செம்பக்கம் எனப்படும். முக்கோணியின் மற்றைய இரண்டு கோணங்களிலும் ஒன்றாகிய $\hat{C}$ ஐக் கருதினால், அதற்கு எதிரே அமைந்துள்ள பக்கம் AB ஆனது $\hat{C}$ இன் எதிர்ப் பக்கம் என அழைக்கப்படும். மேலும் $\hat{C}$ இன் இரு பக்கங்களில் ஒன்றாகிய முக்கோணியின் செம்பக்கமல்லாத பக்கமாகிய BC ஆனது $\hat{C}$ இன் அயற் பக்கம் என அழைக்கப்படும்.

இதற்கேற்ப, $\hat{A}$ ஐக் கருதினால், முன்னர் போன்றே, அதற்கு எதிரே அமைந்துள்ள பக்கம் BC ஆனது A இன் எதிர்ப்பக்கமாகும். முக்கோணியில் செம்பக்கமல்லாத $\hat{A}$ இன் ஒரு புயமாகிய AB ஆனது அயற்பக்கம் ஆகும்.

அதற்கேற்ப உருவிலுள்ள செங்கோண முக்கோணி PQR இல்

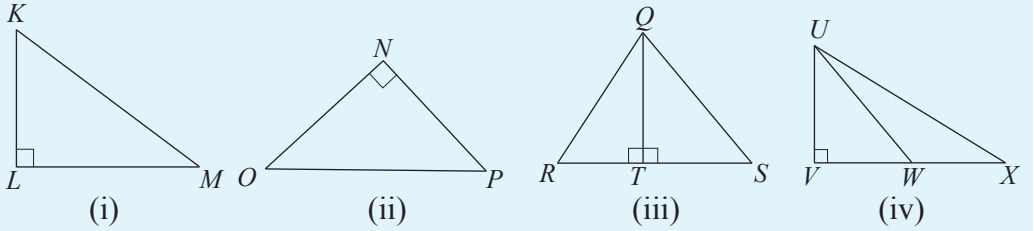
செம்பக்கம் = PR
 $\hat{QRP}$ ஐக் கருதினால், எதிர்ப்பக்கம் = PQ
 அயற்பக்கம் = QR

$\hat{QPR}$ ஐக் கருதினால், எதிர்ப்பக்கம் = QR
 அயற்பக்கம் = PQ



பயிற்சி 18.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு உருவிலிருந்தும் தரப்பட்ட அட்டவணையை நிரப்புக.



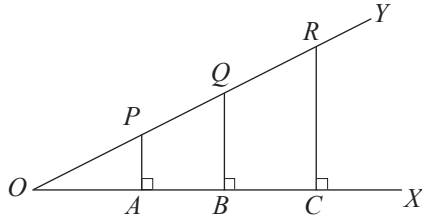
	செங்கோண முக்கோணி	செம்பக்கம்	கருதும் கோணம்	எதிர்ப்பக்கம்	அயற்பக்கம்
(i)	KLM	KM	$\hat{LKM}$ $\hat{LMK}$		
(ii)	PNO		$\hat{NOP}$ $\hat{OPN}$		
(iii)	QRT QTS		$\hat{RQT}$ $\hat{TQS}$		
(iv)	UVX UVW		$\hat{VUX}$ $\hat{UVW}$		

18.2 திரிகோணகணித விகிதங்கள்

ஒரு செங்கோண முக்கோணியின் ஒரு கோணத்தின் இரண்டு பக்கங்களுக்கிடையிலான தொடர்புகள் பற்றி ஆராய்வதற்காகக் கீழே உள்ள செயற்பாட்டில் ஈடுபடுக.

செயற்பாடு

- XO , OY ஆகிய புயங்கள் ஒவ்வொன்றும் 11 cm ஆக இருக்கத்தக்கதாக 30° ஆகவுள்ள $\angle XOY$ ஐ வரைக.
- பக்கம் OY வழியே O இலிருந்து 2 cm, 4 cm, 7 cm தூரங்களில் முறையே P , Q , R ஆகிய புள்ளிகளைக் குறிக்க.
- மூலமட்டத்தைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறுமுறையில் P , Q , R ஆகிய புள்ளிகளிலிருந்து கோடு OX இற்குச் செங்குத்து கோடுகள் வரைந்து அவை கோடு OX ஐ சந்திக்கும் புள்ளிகளை முறையே A , B , C எனப் பெயரிடுக.
- அப்போது கீழே தரப்பட்டுள்ளதைப் போன்று ஓர் உருவைப் பெறுவீர்கள்.

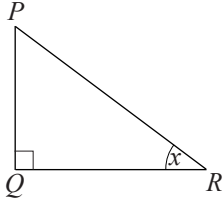


- ஒவ்வொரு செங்கோண முக்கோணியிலும் பக்கங்களை அளந்து கீழேயுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக. (கடைசி நிரல்களிலுள்ள வகுத்தல்களை முதலாம் தசமதானத்திற்குப் பெறுக.)

செங் கோண முக்கோணி	செம் பக்கம் (cm)	30° கோணத் தின் எதிர்ப் பக்கம் (cm)	30° கோணத் தின் அயற் பக்கம் (cm)	எதிர்ப் பக்கம் செம்பக்கம்	அயற் பக்கம் செம்பக்கம்	எதிர்ப் பக்கம் அயற் பக்கம்
AOP	2	1	1.7	$\frac{1}{2} = 0.5$	0.9	$\frac{1}{1.7} = 0.6$
BOQ						
COR						

செயற்பாட்டில் பெற்ற அளவுகளைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்ட அட்டவணையின் படி 30° கோணத்திற்கு அனைத்து முக்கோணிகளிலும் $\frac{\text{எதிர்ப் பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}}$ என்பதற்கு 0.5 உம், $\frac{\text{எதிர்ப் பக்கம்}}{\text{அயற்பக்கம்}}$ என்பதற்கு 0.6 உம் $\frac{\text{அயற் பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}}$ என்பதற்கு 0.9 உம் பெறப்பட்டுள்ளன.

இவ்வாறு செங்கோண முக்கோணிகளில் ஒவ்வொரு பக்கங்களுக்கிடையிலான விகிதங்களுக்கு ஒரு மாறாப் பெறுமானம் பெறப்படுவதற்கான காரணம் அவை இயல்பொத்தவையாயிருப்பது என்பதை நீங்கள் அவதானிக்கலாம். இவை திரிகோணகணித விகிதங்கள் என அழைக்கப்படும். இத்திரிகோணகணித விகிதங்கள் அதனுடன் தொடர்புடைய பக்கங்களுக்கேற்ப சைன் 30° , தான்சன் 30° , கோசைன் 30° எனப் பெயரிடப்படும். சைன் ஐக் குறிப்பிடுவதற்காக "sin" உம் தான்சனைக் குறிப்பிடுவதற்காக "tan" உம் கோசைனைக் குறிப்பிடுவதற்காக "cos" உம் இடப்படும். இதற்கேற்ப 30° கோணத்தின் சைன் " $\sin 30^\circ$ " உம் 30° கோணத்தின் கோசைன் " $\cos 30^\circ$ " உம் 30° கோணத்தின் தான்சன் " $\tan 30^\circ$ " உம் ஆகும்.



இனி உருவில் தரப்பட்டுள்ள செங்கோண முக்கோணி PQR இற்கான திரிகோணகணித விகிதங்களை மேலே குறிப்பிட்ட குறியீடுகளைக் கொண்டு எழுதுவோம்.

$$x \text{ இன் சார்பில்; } \sin x = \frac{x \text{ இன் எதிர்ப் பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}} = \frac{PQ}{PR}$$

$$\cos x = \frac{x \text{ இன் அயற் பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}} = \frac{QR}{PR}$$

$$\tan x = \frac{x \text{ இன் எதிர்ப் பக்கம்}}{x \text{ இன் அயற் பக்கம்}} = \frac{PQ}{QR}$$

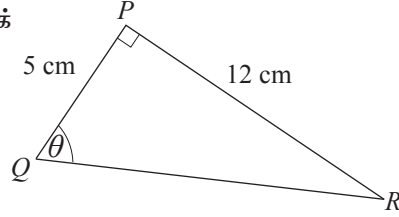
இம்மூன்று திரிகோணகணித விகிதங்களையும் பயன்படுத்திக் கணித்தல்கள் செய்யும் முறையைக் கீழேயுள்ள உதாரணங்களிலிருந்து ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

உருவில் தரப்பட்டுள்ள முக்கோணி PQR இல் $\hat{P}$ ஒரு செங்கோணமாகும். $PQ = 5 \text{ cm}$ உம் $PR = 12 \text{ cm}$ உம் ஆகும். $\hat{PQR} = \theta$ எனத் தரப்பட்டுள்ளது.

- (i) பக்கம் QR இன் நீளத்தைக் காண்க.
(ii) கீழே தரப்பட்டுள்ள பெறுமானங்களைக் காண்க.

(a) $\sin \theta$ (b) $\cos \theta$ (c) $\tan \theta$



- (i) பைதகரசின் தேற்றத்தின்படி:

$$\begin{aligned} QR^2 &= PQ^2 + PR^2 \\ &= 5^2 + 12^2 \\ &= 25 + 144 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore QR &= \sqrt{169} \\ &= 13 \end{aligned}$$

$\therefore$ பக்கம் QR இன் நீளம் 13 cm ஆகும்

$$\begin{aligned} \text{(ii) (a) } \sin \theta &= \frac{PR}{QR} & \text{(b) } \cos \theta &= \frac{PQ}{QR} & \text{(c) } \tan \theta &= \frac{PR}{PQ} \\ &= \frac{12}{13} & &= \frac{5}{13} & &= \frac{12}{5} \\ &= 0.9230 & &= 0.3846 & &= 2.4 \end{aligned}$$

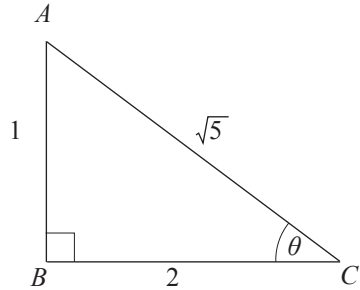
உதாரணம் 2

$\tan \theta = \frac{1}{2}$ ஆயின் $\sin \theta$, $\cos \theta$ ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$\tan \theta = \frac{1}{2}$ ஆயின்

θ இன் எதிர்ப்பக்கம் 1 அலகும் θ இன் அயற்பக்கம் 2 அலகும் ஆகும்.

இத்தகவல்களை ஓர் உருவில் குறிப்போம்.



அப்போது பைதகரசின் தேற்றப்படி முக்கோணி ABC இல்

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$= 1^2 + 2^2$$

$$AC^2 = 5$$

$$\therefore AC = \sqrt{5}$$

அப்போது; $\sin \theta = \frac{\text{எதிர்ப் பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}}$

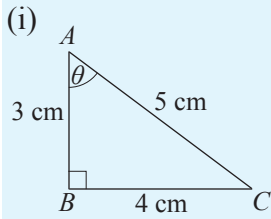
$$= \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$\cos \theta = \frac{\text{அயற் பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}}$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}}$$

பயிற்சி 18.2

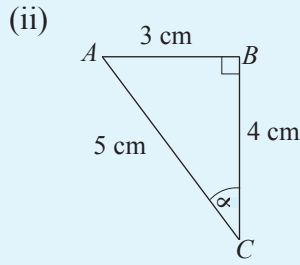
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு உருவிலும் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப கீழே தரப்பட்டுள்ள கோவைகளில் கீறிட்ட இடங்களை நிரப்புக.



$$\sin \theta = \dots\dots\dots$$

$$\cos \theta = \dots\dots\dots$$

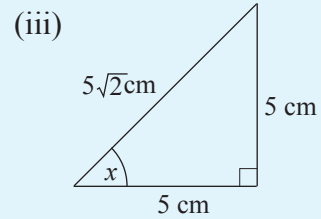
$$\tan \theta = \dots\dots\dots$$



$$\sin \alpha = \dots\dots\dots$$

$$\cos \alpha = \dots\dots\dots$$

$$\tan \alpha = \dots\dots\dots$$



$$\sin x = \dots\dots\dots$$

$$\cos x = \dots\dots\dots$$

$$\tan x = \dots\dots\dots$$

2. $\sin \theta = \frac{5}{13}$ ஆயின்,

(i) $\tan \theta$

(ii) $\cos \theta$

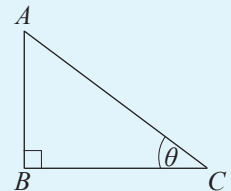
ஆகியவற்றின் பெறுமானம் காண்க.

3. உருவிலுள்ள முக்கோணி ABC இல் $\hat{B}$ செங்கோணமாகும். $\hat{C} = \theta$ எனக் குறிப்பிடப்பட்டுள்ளது.

(i) $\hat{BAC}$ யை θ இன் சார்பில் தருக.

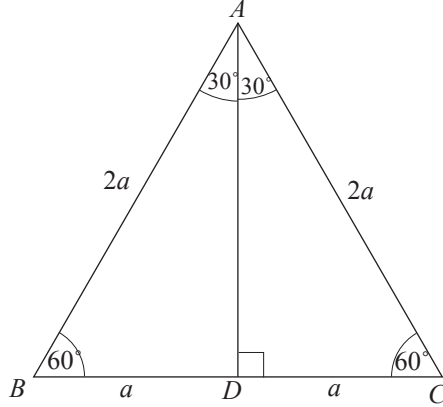
(ii) $\sin \theta = \cos (90 - \theta)$ எனக் காட்டுக.

(iii) $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$ எனக் காட்டுக.



18.3 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ ஆகிய கோணங்களின் திரிகோணகணித விகிதங்கள்

ஒரு பக்கத்தின் நீளம் $2a$ ஆகவுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணியிலிருந்து $60^\circ, 30^\circ$ கோணங்களின் திரிகோணகணித விகிதங்களைப் பெற்றுக்கொள்ளலாம்.



உருவில் சமபக்க முக்கோணி ABC தரப்பட்டுள்ளது. அதன் ஒவ்வொரு கோணமும் 60° ஆகும். உச்சி A இலிருந்து பக்கம் BC இற்கு செங்குத்து AD ஐ வரைவதால் D ஆனது பக்கம் BC யின் நடுப்புள்ளி ஆவதுடன் $\hat{BAC}$ என்னும் கோணமானது இருசமகூறிடப்படுகின்றது என்பதை நாம் அறிவோம். அப்போது $\hat{BAD} = 30^\circ$ ஆகும்.

செங்கோண முக்கோணி ABD இல் பக்கம் AD இன் நீளத்தை a இன் சார்பில் காண்போம்.

பைதகரசின் தேற்றப்படி,

$$\begin{aligned} BD^2 + AD^2 &= AB^2 \\ a^2 + AD^2 &= (2a)^2 \\ AD^2 &= 4a^2 - a^2 \\ &= 3a^2 \\ AD &= \sqrt{3}a \end{aligned}$$

செங்கோண முக்கோணி ABD ஐக் கருதும்போது,

$$\begin{aligned} \sin 60^\circ &= \frac{AD}{AB} & \cos 60^\circ &= \frac{BD}{AB} & \tan 60^\circ &= \frac{AD}{BD} \\ &= \frac{\sqrt{3}a}{2a} & &= \frac{a}{2a} & &= \frac{\sqrt{3}a}{a} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} & &= \frac{1}{2} & &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

செங்கோண முக்கோணி ABD ஐக் கருதும்போது,

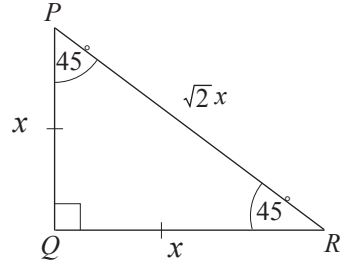
$$\begin{aligned}\sin 30^\circ &= \frac{BD}{AB} \\ &= \frac{a}{2a} \\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos 30^\circ &= \frac{AD}{AB} \\ &= \frac{\sqrt{3}a}{2a} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tan 30^\circ &= \frac{BD}{AD} \\ &= \frac{a}{\sqrt{3}a} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}}\end{aligned}$$

இதேபோன்று 45° கோணத்தின் திரிகோணகணித விகிதங்களைப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக இருசமபக்கச் செங்கோண முக்கோணி PQR ஐப் பயன்படுத்துவோம். அதில் செங்கோணத்தை அடக்கும் பக்கங்களின் நீளங்கள் x எனக் கொண்டால்,

பைதகரசின் தேற்றப்படி $PR^2 = x^2 + x^2$
 $= 2x^2$
 $\therefore PR = \sqrt{2}x$



அதற்கேற்ப $\sin 45^\circ = \frac{PQ}{PR}$
 $= \frac{x}{\sqrt{2}x}$
 $= \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\cos 45^\circ = \frac{QR}{PR}$
 $= \frac{x}{\sqrt{2}x}$
 $= \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan 45^\circ = \frac{PQ}{QR}$
 $= \frac{x}{x}$
 $= 1$

$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ கோணங்களுக்குப் பெறப்பட்ட விகிதங்கள் கீழே உள்ள அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

	30°	45°	60°
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

உதாரணம் 1

முக்கோணி ABC இல் $\hat{B}$ செங்கோணமும் $\hat{ACB} = 30^\circ$ உம் பக்கம் AC இன் நீளம் 10cm உம் ஆகும். AB , BC ஆகிய பக்கங்களின் நீளங்களைக் காண்க.

உருவின்படி $\sin 30^\circ = \frac{AB}{AC}$

$$\frac{1}{2} = \frac{AB}{10} \quad (\sin 30^\circ = \frac{1}{2} \text{ என்பதால்})$$

$$AB = 5$$

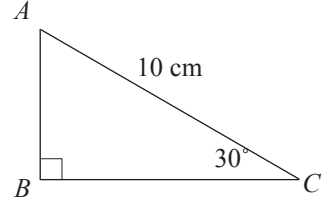
$\therefore$ பக்கம் AB யின் நீளம் 5 cm ஆகும்.

$$\cos 30^\circ = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BC}{10}$$

$$\therefore BC = 5\sqrt{3}$$

$\therefore$ பக்கம் BC யின் நீளம் $5\sqrt{3}$ cm ஆகும்.



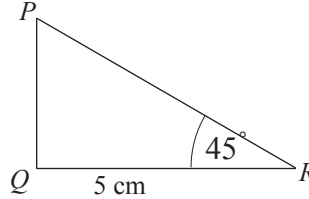
உதாரணம் 2

செங்கோண முக்கோணி PQR இல் செம்பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

$$\cos 45^\circ = \frac{QR}{PR}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{5}{PR}$$

$$\therefore PR = 5\sqrt{2}$$



$\therefore$ செம்பக்கத்தின் நீளம் $5\sqrt{2}$ cm ஆகும்.

உதாரணம் 3

5 m நீளமான ஓர் ஏணி கிடையுடன் 60° கோணத்தை அமைக்கும் வகையில் நிலைக்குத்தான ஓர் சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் மேல் முனையானது கிடைத்தளத்திலிருந்து எவ்வளவு தூரத்தில் தொட்டுக்கொண்டிருக்கும் எனக் காண்க.

நிலைக்குத்துச் சுவருக்கும் கிடைத் தரைக்கும் இடையிலுள்ள கோணம் 90° என்பதால் உருவில் $\hat{ABC} = 90^\circ$ ஆகும்.

செங்கோண முக்கோணி ABC இல்,

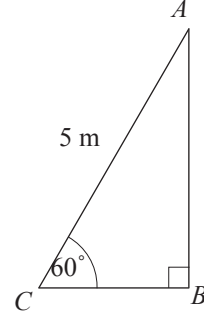
$$\frac{AB}{AC} = \sin 60^\circ$$

$$\therefore \frac{AB}{5} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore AB = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$= 4.325 (\sqrt{3} = 1.73 \text{ எனக் கொள்வதால்})$$

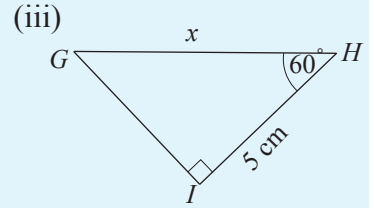
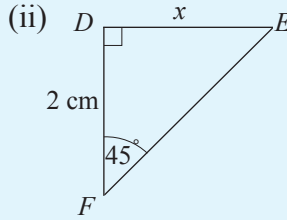
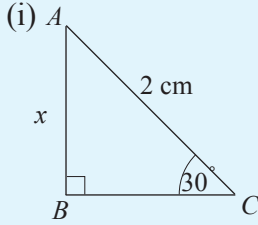
$\therefore$ ஏணியின் மேல் முனையானது கிடைத்தளத்திலிருந்து 4.33 m உயரத்தில் சுவரைத் தொட்டுக்கொண்டிருக்கும்.



இனி, மேற்குறித்த அட்டவணையிலுள்ள பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்திக் கீழேயுள்ள பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

பயிற்சி 18.3

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்ப முக்கோணிகளில் x இனால் காட்டப்படும் நீளத்தைக் காண்க.



2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோவையினதும் பெறுமானங்களை மேற்குறித்த அட்டவணையிலுள்ள விகிதங்களைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

a. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ$

c. $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ + \tan 60^\circ$

b. $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ + \tan 60^\circ$

d. $\cos 30^\circ + \sin 60^\circ + \tan 60^\circ$

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள சமன்பாடுகளை வாய்ப்புப் பார்க்க.

(i) $\sin 30^\circ \cos 60^\circ + \cos 30^\circ \sin 60^\circ = 1$

(ii) $\cos 60^\circ \cos 30^\circ - \sin 60^\circ \sin 30^\circ = 0$

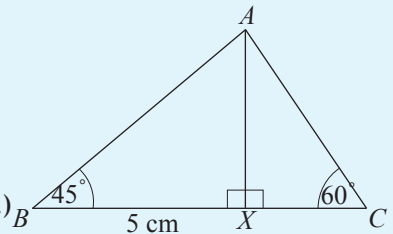
(iii) $\tan 30^\circ = \frac{\tan 60^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 60^\circ \tan 30^\circ}$

4. தரப்பட்டுள்ள உருவிலுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப

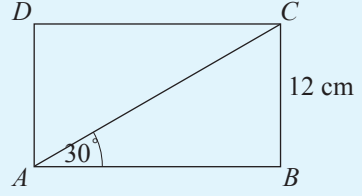
(i) AX இன் நீளம்

(ii) AC யின் நீளம்

ஆகியவற்றைக் காண்க. ($\sqrt{3} = 1.7$ எனக் கொள்க.)



5. செவ்வகம் $ABCD$ இன் பக்கம் BC ஆனது 12 cm ஆகும். முலைவிட்டத்தின் நீளத்தைக் காண்க.



6. அன்ரனா கோபுரமொன்றை நிலைக்குத்தாக வைத்திருப்பதற்காக, அதன் மேல் முனையிலிருந்து 50 cm கீழே கட்டப்பட்டுள்ள ஒரு கம்பியின் மற்றைய முனை கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 5 m தூரத்தில் கிடைத் தரையில் அமைந்துள்ள ஓர் ஆப்புடன் இறுக்கமாகக் கட்டப்பட்டுள்ளது. கம்பியின் நீளம் 10 m ஆயின்
- இத்தகவல்களை ஒரு பருமட்டான உருவில் தருக.
 - $\sqrt{3} = 1.7$ எனக் கொண்டு கோபுரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.

18.4 திரிகோணகணித அட்டவணை

இதுவரை 30° , 45° , 60° ஆகிய கோணங்களுக்கான திரிகோணகணித விகிதங்கள் பற்றி மாத்திரம் கவனத்தில் கொண்டோம். ஆயினும் 0° தொடக்கம் 90° வரையிலான கோணங்களுக்கும் இவ்வாறான விகிதங்கள் உள்ளன. அக்கோணங்களின் திரிகோணகணித விகிதங்கள் அட்டவணைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. சைன், கோசைன், தான்சன் என்பவற்றுக்காக மூன்று அட்டவணைகள் வெவ்வேறாகத் தயாரிக்கப்பட்டுள்ளன. அட்டவணையில் உட்படுத்தப்பட்டிருப்பவை கோணங்களின் விகிதங்கள் என்பதால் கோணமொன்றின் அளவீடாகிய பாகை என்பது கலை என்னும் சிறு பிரிவுகளாகப் பிரிக்கப்பட்டுள்ளது. ஒரு பாகை 60 கலைகளுக்குச் சமனாகும். அதாவது $1^\circ = 60'$

சைன், கோசைன், தான்சன் ஆகிய எந்தவோர் அட்டவணையிலும் முதலாம் நிரலில் 0° இருந்து 90° வரையிலான கோணங்களின் பெறுமானங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. கீழே ஒரு தான்சன் அட்டவணையின் ஒரு பகுதி தரப்பட்டுள்ளது.

சைன் வட்டம்
தான்சன் தான்சன்
NATURAL TANGENTS

								இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences									
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
0°	0.0000	0.0029	0.0058	0.0087	0.0116	0.0145	0.0175	89°	3	6	9	12	15	17	20	23	26
1	-0.175	-0.204	-0.233	-0.262	-0.291	-0.320	-0.349	88	3	6	9	12	15	17	20	23	26
2	-0.349	-0.378	-0.407	-0.437	-0.466	-0.495	-0.524	87	3	6	9	12	15	18	20	23	26
3	-0.524	-0.553	-0.582	-0.612	-0.641	-0.670	-0.699	86	3	6	9	12	15	18	20	23	26
4	-0.699	-0.729	-0.758	-0.787	-0.816	-0.846	-0.875	85	3	6	9	12	15	18	21	23	26

மேற்குறித்த முதலாவது நிரலில் பாகைகளின் அளவு 0 இலிருந்து 90° வரை குறிக்கப்பட்டுள்ளதுடன் (இங்கு அட்டவணையின் ஒரு பகுதி என்பதால் 0 இலிருந்து 4 வரையான பாகைகள் தரப்பட்டுள்ளன.) மேல் நிரையில் 0', 10', 20', 60' எனவும் இடைவித்தியாசங்கள் 1', 2', ... 9' எனவும் ஒரு பாகையின் பகுதிகளான கலைப் பெறுமானங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. யாதாயினுமொரு கோணத்தின் விகிதத்தைப் பெற்றுக் கொள்வதற்கு மடக்கை அட்டவணையைப் போன்றே நிரையினதும் நிரலினதும் எண் வழியே உள்ள பெறுமானமும் இடைவித்தியாசங்கள் நிரையிலுள்ள பெறுமானமும் தொடர்புபடுத்திக் கொள்ளப்படும்.

இப்போது மேற்குறிப்பிட்ட திரிகோணகணித அட்டவணைகளை வெவ்வேறாகக் கவனத்தில் கொள்வோம்.

தான்சன் அட்டவணை

இவ்வட்டவணையிலுள்ள விகிதங்கள் 0.0000 இல் தொடங்கி படிப்படியாக அதிகரித்து 1.0000 ஐத் தாண்டிச் சென்று 90° வரை அடையும்போது மிகப்பெரிய பெறுமானத்தை எடுக்கின்றது. கீழே தான்சன் அட்டவணையிலிருந்து பெறப்பட்ட ஒரு பகுதி தரப்பட்டுள்ளது.

தான்சன் அட்டவணை
இயற்கைத் தான்சன்கள்
NATURAL TANGENTS

	தான்சன் அட்டவணை இடைவித்தியாசங்கள் Mean Differences															
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
42	.9004	.9057	.9110	.9163	.9217	.9271	.9325	47	5	11	16	21	27	32	37	43
43	.9325	.9380	.9435	.9490	.9545	.9601	.9657	46	6	11	17	22	28	33	39	44
44	.9657	.9731	.9770	.9827	.9884	.9942	1.0000	45	6	11	17	23	29	34	40	46
45	1.0000	1.0058	1.0117	1.0176	1.0235	1.0295	1.0355	44	6	12	18	24	30	36	41	47
46	.0355	.0416	.0477	.0538	.0599	.0661	.0724	43	6	12	18	25	31	37	43	49
47	.0724	.0786	.0850	.0913	.0977	.1041	.1106	42	6	13	19	26	32	38	45	51
48	.1106	.1171	.1237	.1303	.1369	.1436	.1504	41	7	13	20	27	33	40	46	53
49	.1504	.1571	.1640	.1708	.1778	.1847	.1918	40	7	14	21	28	34	41	48	55

முதலில் $\tan 43^\circ$ இன்பெறுமானத்தைக் காண்போம். $\tan 43^\circ$ இற்குரிய பெறுமானமானது 43° பாகை அடங்கியுள்ள நிரை வழியே 0 நிரலிலுள்ள பெறுமானமாகும்.

அதற்கேற்ப, $\tan 43^\circ = 0.9325$ ஆகும்.

இனி அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி $\tan 48^\circ 20'$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம்.

அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி அதற்காக 48° அடங்கியுள்ள நிரைவழியே 20' உள்ள நிரல் வரை செல்ல வேண்டும். அங்குள்ள 0.1237 ஐப் பெறுக. மேலும் 20' அடங்கியுள்ள நிரலில் மேலேயுள்ள எண்ணாகிய 1.0117 இல் முழுவெண்பகுதி 1 உள்ளதால் அந்நிரலிலுள்ள எல்லா எண்களுக்கும் முழுவெண்பகுதியை எடுக்க வேண்டும். (அவ்வாறு முதலாவது நிரையில் மாத்திரம் முழுவெண்பகுதி குறிப்பிடப்படுவது அட்டவணையின் தெளிவிற்காக ஆகும்.)

இதற்கேற்ப $\tan 48^\circ 20'$ இன் பெறுமானம் 1.1237 ஆகும்.

இவ்வாறே $\tan 49^\circ 57'$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்போம். முதலில் $49^\circ 50'$ இன் தான்சன் பெறுமானத்தைக் காண வேண்டும்.

அது $\tan 49^\circ 50' = 1.1847$ எனக் கிடைக்கும்.

$57'$ ஆவதற்கு இடைவித்தியாசப் பகுதியில் $7'$ ஐ எடுக்க வேண்டும். அதற்கேற்ப $7'$ இற்குரிய இடைவித்தியாசம் ஆகிய 0.0048 (இங்கு ஒரு நியமமாக இடைவித்தியாசமானது 4 தசம தானங்களைக் கொண்ட ஒரு பெறுமானத்தைக் கருதி அதன் பூச்சியமல்லாத பகுதி மாத்திரம் குறிக்கப்பட்டுள்ளது.) என்னும் பெறுமானம் 1.1847 உடன் கூட்டப்பட வேண்டும். அப்போது

$$\begin{aligned}\tan 49^\circ 57' &= 1.1847 + 0.0048 \\ &= 1.1895 \text{ எனப் பெறப்படும்.}\end{aligned}$$

உதாரணம் 1

(i) $\tan 34^\circ 30' = 0.6873$

(ii) $\tan 44^\circ 42' = 0.9884 + 0.0011$
 $= 0.9895$

(iii) $\tan 79^\circ 25' = 5.309 + 0.044$
 $= 5.353$

யாதாயினுமொரு கோணத்தின் விகிதத்திலிருந்து ஒத்த கோணத்தைப் பெற்றுக் கொள்வது மடக்கை அட்டவணையில் முரண் மடக்கையைப் பெற்றுக்கொள்ளும் முறையிலேயே செய்யப்படும்.

$\tan \theta = 1.1054$ ஆகவுள்ள கோணம் θ வைப் பெற்றுக் கொள்வோம்.

நேபதீ டேஜ்
இயற்கைத் தான்சன்கள்
NATURAL TANGENTS

								மொத்த தான்சன் இடை வித்தியாசங்கள் Mean Differences								
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
45°	1.0000	1.0058	1.0117	1.0176	1.0235	1.0295	1.0355	44	6	12	18	24	30	36	41	47
46	.0355	.0416	.0477	.0538	.0599	.0661	.0724	43	6	12	18	25	31	37	43	49
47	-.0724	-.0786	-.0850	-.0913	-.0977	-.1041	-.1106	42	6	13	19	26	32	38	45	51
48	-.1106	-.1171	-.1237	-.1303	-.1369	-.1436	-.1504	41	7	13	20	27	33	40	46	53
49	-.1504	-.1571	-.1640	-.1708	-.1778	-.1847	-.1918	40°	7	14	21	28	34	41	48	55

1.1054 இற்குக் கிட்டிய அதிலும் குறைந்த ஒரு பெறுமானத்தை 1.1041 ஐ அட்டவணையிலிருந்து பெற்றுக்கொள்ளும்போது அது $47^\circ 50'$ என்பதைக் காணலாம். அது 1.1054 ஐப் பெறுவதற்கு 1.1041 உடன் மேலும் 0.0013 ஐக் கூட்ட வேண்டியுள்ளது. எனவே 0.0013 (அதாவது, இடைவித்தியாசப் பகுதியில் 13 உள்ள எண் பெறுமானத்திற்கு) இற்கு ஒத்த கலைப் பெறுமானத்தை இப்பாகையின் எண்ணிக்கையுடன் கூட்ட வேண்டும். அப்பெறுமானம் $2'$ ஆகும். எனவே தான்சன் 1.1054 இற்குரிய கோணமானது $47^\circ 50' + 2' = 47^\circ 52'$ ஆகும்.
எனவே $\theta = 47^\circ 52'$ ஆகும்.

உதாரணம் 2

- (i) $\tan \theta = 0.3706$ ஆகும்போது
 $\theta = 20^\circ 20'$
- (ii) $\tan \theta = 0.4774$ ஆகும்போது
 $\theta = 25^\circ 30' + 1'$
 $= 25^\circ 31'$
- (iii) $\tan \theta = 0.8446$ ஆகும்போது
 $\theta = 40^\circ 11'$

சைன் அட்டவணை

இவ்வட்டவணையில் 0.0000 இருந்து 1.0000 வரையிலான பெறுமானங்கள் உள்ளன. தான்சன் அட்டவணையைப் போன்று இங்கும் முதலாம் நிரலில் எண்கள் கோணத்தின் பெறுமானம் 0° இலிருந்து 90° வரை நீண்டு செல்கிறது. மேலேயுள்ள நிரையில் எண்கள் $0', 10', 20', 30', \dots, 60'$ எனவும் இடைவித்தியாச நிரையில் $1', 2', 3', \dots, 9'$ கோணத்தின் கலைப் பெறுமானங்கள் தரப்பட்டுள்ளன. தான்சன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திய முறையிலேயே இவ்வட்டவணையும் பயன்படுத்தப்படும்.

குறிப்பு தான்சன் அட்டவணையில் பெறுமானங்கள் 0 இலிருந்து மிகப்பெரிய பெறுமானங்கள் வரை அதிகரித்துச் சென்றாலும் சைன் அட்டவணையில் 0 இலிருந்து 1 வரையுள்ள பெறுமானங்கள் மாத்திரமே உள்ளன. இதற்குக் காரணம் ஒரு முக்கோணியில் கோணமொன்றின் சைன் விகிதம் எப்போதும் 0 இற்கும் 1 இற்கும் இடையில் அமைந்திருப்பதாகும்.

$\sin 33^\circ 27'$ இன் பெறுமானத்தை அட்டவணையிலிருந்து பெற்றுக் கொள்வோம்.

இயற்கைச் சைன்கள்
NATURAL SINES

	மேலாண் தரப்பட்ட இடை வித்தியாசங்கள்							Mean Differences								
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'
30°	0.5000	0.5025	0.5050	0.5075	0.5100	0.5125	0.5150	59	1	5	8	10	13	15	18	20
31	5150	5175	5200	5225	5250	5275	5299	58	2	5	7	10	12	15	17	20
32	5299	5324	5348	5373	5398	5422	5446	57	2	5	7	10	12	15	17	20
33	5446	5471	5495	5519	5544	5568	5592	56	2	5	7	10	12	15	17	20
34	5592	5616	5640	5664	5688	5712	5736	55	2	5	7	10	12	14	17	20

முதலில் $\sin 33^\circ 20' = 0.5495$ எனக் குறித்துக்கொண்டு மீதி $7'$ ஐப் பெற்றுக் கொள்வதற்காக 33° நிரையில் இடைவித்தியாசத்தில் $7'$ இற்கு ஒத்த பெறுமாகிய 0.0017 ஐக் கூட்டுக.

$$\begin{aligned} \text{அப்போது } \sin 33^\circ 27' &= 0.5495 + 0.0017 \\ &= 0.5512 \end{aligned}$$

உதாரணம் 3

$$(i) \sin 75^\circ 44' = 0.9689 + 0.0003 \\ = 0.9692$$

$$(ii) \sin 45^\circ 34' = 0.7133 + 0.0008 \\ = 0.7141$$

$$(iii) \sin 39^\circ 50' = 0.6406$$

தற்போது யாதாயினும் $\sin$ பெறுமானத்திற்குரிய பொருத்தமான கோணத்தைப் பெற்றுக்கொள்வதற்கு அட்டவணையைப் பயன்படுத்துவோம். அதுவும் தான்சன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திய முறையிலேயே ஆகும்.

$\sin \theta = 0.5075$ ஆகும் கோணம் θ வை முதலில் காண்போம். இப்பெறுமானம் அட்டவணையில் 30° நிரையிலும் 30 நிரலிலும் உண்டு. அதற்கேற்ப $\theta = 30^\circ 30'$. ஆகும். இனி இன்னொரு கோணத்தின் பெறுமானத்தை அட்டவணையிலிருந்து காண்போம். $\sin \theta = 0.5277$ ஆகவுள்ள கோணம் θ வைக் காண்பதற்கு 0.5277 இல்லாததால் அதற்குக் கிட்டிய சிறிய எண்ணை அட்டவணையிலிருந்து 0.5275 எனப் பெறலாம். இதற்கு ஒத்த கோணம் $31^\circ 50'$ ஆகும். எஞ்சிய 0.0002 இற்கு ஒத்ததான கலைப் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கு அதே நிரையிலுள்ள இடைவித்தியாசப் பகுதியைப் பார்க்க. அங்கு 2 என்னும் பெறுமானதுக்கு ஒத்த கலை 1 ஆகும். எனவே சைன் பெறுமானம் 0.5277 ஆகவுள்ள கோணம் $31^\circ 51'$ ஆகும். அதாவது $\sin \theta = 0.5277$ ஆயின் $\theta = 31^\circ 51'$ ஆகும்.

உதாரணம் 4

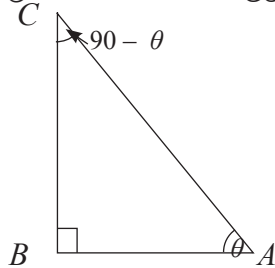
பின்வரும் சைன் பெறுமானங்களுக்குரிய θ வின் பெறுமானம் காண்க.

$$(i) \sin \theta = 0.5831 \quad (ii) \sin \theta = 0.7036 \quad (iii) \sin \theta = 0.9691$$

$$(i) \therefore \theta = 35^\circ 40' \quad (ii) \therefore \theta = 44^\circ 43' \quad (iii) \therefore \theta = 75^\circ 43'$$

கோசைன் அட்டவணை

கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணியைக் கருதுக.



இது $\hat{ABC} = 90^\circ$ ஆகவுள்ள செங்கோண முக்கோணி ஆகும். இம்முக்கோணியில் $\hat{BAC} = \theta$ எனக் கொள்வோம். அப்போது முக்கோணியின் கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 180° என்பதால் $\hat{ACB} = 90^\circ - \theta$ ஆகும்.

$\hat{ACB}$, $\hat{BAC}$ ஆகிய கோணங்களின் கூட்டுத்தொகை 90° ஆகும். இவ்வாறான கோணச் சோடிகளை நிரப்பு கோணங்கள் என அழைப்பதை முன்னைய வகுப்புகளில் கற்றுள்ளீர்கள்.

இந்த முக்கோணி ABC ஐக் கருதினால்,

$$\cos \theta = \frac{C \text{ யிற்கு எதிர்ப் பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}} = \frac{AB}{AC} \text{ ஆகும்.}$$

அவ்வாறே

$$\sin (90 - \theta) = \frac{C \text{ யிற்கு எதிர்ப் பக்கம்}}{\text{செம்பக்கம்}} = \frac{AB}{AC} \text{ ஆகும்.}$$

இதற்கேற்ப $\cos \theta = \sin (90 - \theta)$ என எமக்குக் கிடைகின்றது.

இத்தொடர்பைப் பயன்படுத்தி ஒரு முக்கோணியின் ஒரு கோணத்தின் கோசைனைக் கணிக்கலாம்.

உதாரணம் 5

$\cos 58^\circ$ இன் பெறுமானம் காண்க.

$$\begin{aligned} \cos 58^\circ &= \sin (90 - 58) \text{ (மேலே பெற்ற தொடர்பின்படி)} \\ &= \sin 32 \\ &= 0.5299 \text{ (மேலே பகுதியில் தரப்பட்டுள்ள அட்டவணைப்படி)} \end{aligned}$$

உதாரணம் 6

$\cos 56^\circ 18'$ இன் பெறுமானம் காண்க.

$$\begin{aligned} \text{முதலில் } 90 - 56^\circ 18' \text{ இன் பெறுமானம் காண்போம். அது } 33^\circ 42' \text{ ஆகும். எனவே} \\ \cos 56^\circ 18' &= \sin (90 - 56^\circ 18') = \sin 32^\circ 42' \\ &= 0.5549 \end{aligned}$$

இவ்வாறே கோசைன் தரப்பட்டுள்ளபோது உரிய கோணத்தையும் காணலாம். அதற்கான ஓர் உதாரணத்தைப் பார்ப்போம்.

உதாரணம் 7

$\cos \theta = 0.5175$ ஆயின் θ இன் பெறுமானம் காண்க.

இதனை $\sin (90 - \theta) = 0.5175$ என எழுதுவோம். பின்னர் சைன் பெறுமானம் 0.5175 ஆகும் கோணத்தைக் காண்போம். அட்டவணைப்படி அது $31^\circ 10'$ ஆகும். எனவே $90 - \theta = 31^\circ 10'$ என எழுதலாம்.

இச்சமன்பாட்டைத் தீர்ப்பதால் θ வின் பெறுமானம் காணலாம். அப்போது $\theta = 90 - 31^\circ 10' = 58^\circ 50'$ என θ வின் பெறுமானம் பெறப்படும்.

குறிப்பு ஒரு முக்கோணியின் கோணத்தின் கோசைனும் எப்போதும் சைனைப் போன்று 0 இற்கும் 1 இற்கும் இடையிலுள்ள பெறுமானமாகும். மேற்குறித்த உதாரணங்களில் தரப்பட்ட முறைகளுக்கு மேலதிகமாக சைன் அட்டவணையிலிருந்தும் ஒரு கோணத்தின் கோசைனைக் காணலாம். சைன் அட்டவணையில் இடைவித்தியாசங்களுக்கு முன்னே உள்ள நிரலில் தரப்பட்டுள்ளவை அட்டவணையில் முதலாவது நிரலில் உள்ள கோணங்களை 90 பாகையிலிருந்து கழிக்கப்பட்ட பெறுமானங்களே என்பதை அவதானிக்கவும். இப்பெறுமானங்களைப் பயன்படுத்தியும் கோசைனைக் காணலாம். ஆயினும் இடைவித்தியாசத்தைக் கணிக்கும்போது உரிய பெறுமானங்களைக் கழிக்க வேண்டும். இது சற்றுக் கடினமானதும் சிக்கலானதும் என்பதால் இயலுமான எல்லாச் சந்தர்ப்பங்களிலும் மேலேயுள்ள உதாரணங்களில் தரப்பட்டுள்ளவாறு நிரப்பிக் கோணத்தின் சைன் பெறுமானத்தைக் கண்டு கோசைன் பெறுமானத்தைக் காண்பது பொருத்தமானது.

கோசைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் கோணங்களைக் காணும் முறையை இப்போது ஆராய்வோம்.

80°	0.9848	0.9853	0.9858	0.9863	0.9868	0.9872	0.9877	9	0	1	1	2	2	3	3	4	4
81	.9877	.9881	.9886	.9890	.9894	.9899	.9903	8	0	1	1	2	2	3	3	3	4
82	.9903	.9907	.9911	.9914	.9918	.9922	.9925	7	0	1	1	2	2	2	3	3	3
83	.9925	.9929	.9932	.9936	.9939	.9942	.9945	6	0	1	1	1	2	2	2	3	3
84	.9945	.9948	.9951	.9954	.9957	.9959	.9962	5	0	1	1	1	1	2	2	2	3
85	0.9962	0.9964	0.9967	0.9969	0.9971	0.9974	0.9976	4									
86	.9976	.9978	.9980	.9981	.9983	.9985	.9986	3									
87	.9986	.9988	.9989	.9990	.9992	.9993	.9994	2									
88	.9994	.9995	.9996	.9997	.9997	.9998	.9998	1									
89	0.9998	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0°									
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'		1'	2'	3'	4'	5'	6'	7'	8'	9'

புறவி லைகெ
இயற்கைக் கோசைன்கள்
NATURAL COSINES

உதாரணம் 8

அட்டவணையிலிருந்து $\cos 4^\circ 20'$ இன் பெறுமானம் காண்போம். வலதுபக்க "பாகை" நிரலில் 4° ஐயும் கீழே கலை நிரலில் $20'$ ஐயும் எடுக்க வேண்டும். 4° கோணத்துக்குரிய நிரலில் அதற்கு இடதுபக்கத்திலுள்ள $20'$ எடுக்கும்போது $\cos 4^\circ 20' = 0.9971$ ஆகும்.

உதாரணம் 9

தற்போது $\cos 9^\circ 26'$ இன் பெறுமானம் காண்போம்.

அப்போது $\cos 9^\circ 20' = 0.9868$ அதே நிரையில் $6'$ இற்கு ஒத்த பெறுமானம் 0.0003 ஆகும்.

இனிச் கோசைன் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக்கொள்ளும்போது இடைவித்தியாச நிரல்களிலுள்ள பெறுமானங்களைக் கழிக்க வேண்டும். அதற்கேற்ப

$$\begin{aligned}\cos 9^\circ 26' &= 0.9868 - 0.0003 \\ &= 0.9865\end{aligned}$$

உதாரணம் 10

$\cos \theta = 0.4374$ ஆகவுள்ள கோணத்தைக் காண்போம்.

25	0.4226	0.4253	0.4279	0.4305	0.4331	0.4358	0.4384	64	3	5	8	10	12	14	16	18	20	22	24
26	.4348	.4410	.4436	.4462	.4488	.4514	.4540	63	3	5	8	10	13	16	18	21	23		
27	.4540	.4566	.4592	.4617	.4643	.4669	.4695	62	3	5	8	10	13	15	18	21	23		
28	.4695	.4720	.4746	.4772	.4797	.4823	.4848	61	3	5	8	10	13	15	18	20	23		
29	.4848	.4874	.4899	.4924	.4950	.4975	.5000	60	3	5	8	10	13	15	18	20	23		

60' 50' 40' 30' 20' 10' 0'

1' 2' 3' 4' 5' 6' 7' 8' 9'

புறக்கோசைன்
இயற்கைக் கோசைன்கள்
NATURAL COSINES

அட்டவணையில் 0.4374 இற்குக் குறைந்த கிட்டிய பெறுமானம் 0.4358 ஆகும். அது $64^\circ 10'$ ஆகும்.

0.4374 ஆவதற்குக் குறைவாக உள்ள 0.0016 ஆனது அமைந்திருப்பது இடைவித்தியாசம் $6'$ இலாகும். இக்கலை எண்ணிக்கையைக் கழிக்கும்போது

$$64^\circ 10' - 6' = 64^\circ 4'$$

$$\therefore \cos \theta = 0.4374 \text{ எனின் } \theta = 64^\circ 4'$$

பயிற்சி 18.4

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பெறுமானத்தையும் தான்சன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.
a. $\tan 25^\circ$ b. $\tan 37^\circ$ c. $\tan 40^\circ 54'$
2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தான்சன் பெறுமானத்திற்குரிய θ வைக் காண்க.
a. $\tan \theta = 0.3214$ b. $\tan \theta = 0.7513$ c. $\tan \theta = 0.9432$
3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு பெறுமானத்தையும் சைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் காண்க.
a. $\sin 10^\circ 30'$ b. $\sin 21^\circ 32'$ c. $\sin 25^\circ 57'$
4. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சைன் பெறுமானத்திற்குமுரிய θ ஐக் காண்க.
a. $\sin \theta = 0.5000$ b. $\sin \theta = 0.4348$ c. $\sin \theta = 0.6437$
5. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றின் பெறுமானத்தையும் கோசைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திக் காண்க. விடையின் செவ்வைத் தன்மையை சைன் அட்டவணையைப் பயன்படுத்திப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.
a. $\cos 5^\circ 40'$ b. $\cos 29^\circ 30'$ c. $\cos 44^\circ 10'$
6. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு கோசைன் பெறுமானத்திற்கும் பொருத்தமான கோணம் θ வின் பெறுமானம் காண்க.
a. $\cos \theta = 0.4358$ b. $\cos \theta = 0.6450$ c. $\cos \theta = 0.9974$

18.5 திரிகோணகணித அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி பிரசினங்களைத் தீர்த்தல்

இதற்கு முன்னர் 30° , 45° , 60° கோணங்களுடன் மாத்திரம் நாம் பிரசினம் தீர்த்தாலும் இப்பொழுது எந்தவொரு கோணம் இருப்பினும் தீர்க்கலாம். திரிகோணகணிதம் தொடர்பான பிரசினங்களைத் தீர்க்கும்போது கீழே தரப்பட்டுள்ள விடயங்களைக் கவனத்தில்கொள்வது முக்கியமானதாகும்.

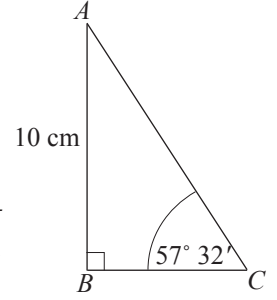
1. பொருத்தமான ஒரு செங்கோண முக்கோணியைக் கருதுதல்
2. அம்முக்கோணியில் பொருத்தமான ஒரு கோணத்தைத் தெரிந்தெடுத்தல்
3. அக்கோணத்திற்கான பொருத்தமான திரிகோணகணித விகிதமொன்றைப் பயன்படுத்தல்

இதற்கான சில உதாரணங்களை ஆராய்வோம்.

உதாரணம் 1

உருவில் தரப்பட்டுள்ள செங்கோண முக்கோணி ABC இல் உள்ள அளவீடுகளுக்கேற்ப பக்கம் AC இன் நீளத்தைக் காண்க.

முக்கோணியில் தரப்பட்டுள்ள கோணம் C ஆகும். அதற்கு எதிரேயுள்ள பக்கம் தரப்பட்டுள்ளதுடன் செம்பக்கத்தின் நீளத்தைக் காணவேண்டும். எனவே எதிர்ப் பக்கம், செம்பக்கம் தொடர்பான சைன் விகிதத்தைப் பயன்படுத்த வேண்டும்.



$$\sin 57^\circ 32' = \frac{AB}{AC}$$

$$0.8437 = \frac{10}{AC}$$

$$\therefore AC = \frac{10}{0.8437}$$

மடக்கை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி இவ்வகுத்தலைச் செய்யலாம்.

$$AC = \frac{10}{0.8437}$$

$$\text{அப்போது, } \lg AC = \lg \frac{10}{0.8437}$$

$$= \lg 10 - \lg 0.8437$$

$$= 1 - \bar{1}.9262$$

$$= 1.0738$$

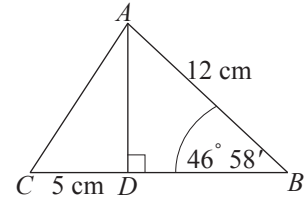
$$\therefore AC = \text{antilog } 1.0738$$

$$\therefore AC = 11.85$$

எனவே, AC இன் நீளம் (இரண்டு தசம தானங்களுக்குத் திருத்தமாக) 11.85 cm ஆகும்.

உதாரணம் 2

முக்கோணி ABC யில் பக்கம் BC யிற்குச் செங்குத்தாக AD வரையப்பட்டுள்ளது. உருவிலுள்ள தகவல்களின்படி $\hat{ACB}$ இன் பெறுமானம் காண்க.



இங்கு கோணம் $\hat{ACB}$ ஐக் காண்பதற்காகக் கருத்திற் கொள்ளவேண்டிய முக்கோணி ADC ஆகும். அம்முக்கோணியின் இரண்டு பக்கங்களின் நீளங்கள் தெரியுமாயின் கோணம் $\hat{ACB}$ ஐக் காணலாம்.

இங்கு ஒரு பக்கத்தின் நீளமாகிய CD இன் நீளம் 5 cm எனத் தரப்பட்டுள்ளது. இன்னொரு பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண வேண்டும். இதற்கு முக்கோணி ADB ஐக் கருதி AD ஐக் காணவேண்டும். எனவே முக்கோணி ADB இற்கு சைன் விகிதத்தைப் பிரயோகித்து AD யின் நீளத்தை முதலில் காண்போம்.

$$\begin{aligned}\sin 46^\circ 58' &= \frac{AD}{AB} \\ 0.7310 &= \frac{AD}{12} \\ 12 \times 0.7310 &= AD \\ \therefore AD &= 8.7720 \text{ cm}\end{aligned}$$

இனி, செங்கோண முக்கோணி ACD யில், $\tan \hat{ACD} = \frac{AD}{CD}$

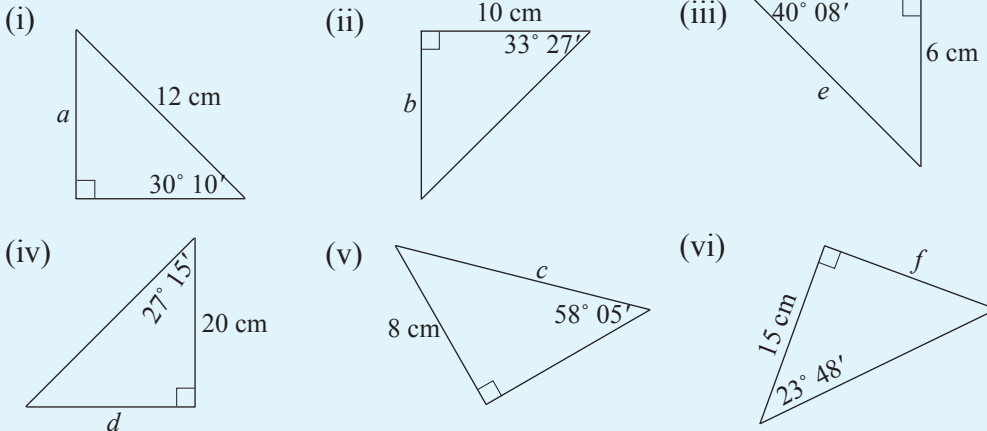
$$= \frac{8.7720}{5}$$

$$\therefore \tan \hat{ACD} = 1.7544$$

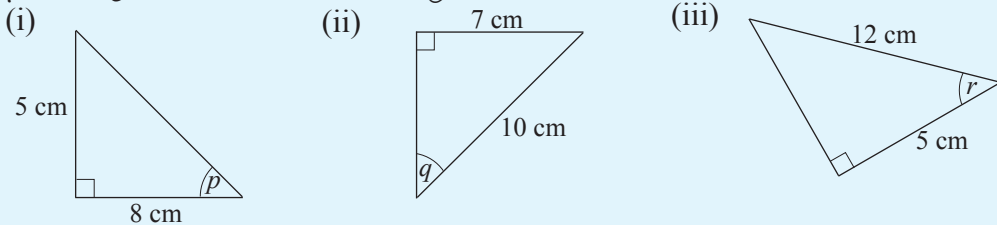
$$\therefore \hat{ACD} = 60^\circ 18'$$

பயிற்சி 18.5

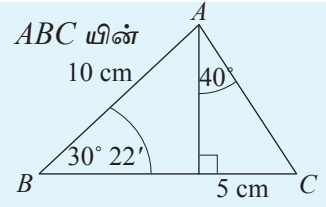
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு முக்கோணியிலும் ஆங்கில அட்சரங்களினால் தரப்பட்டுள்ள பக்கங்களின் நீளத்தைக் காண்க.



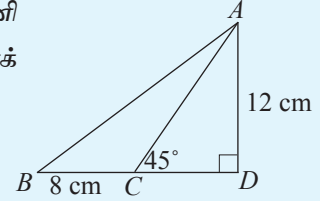
2. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு முக்கோணியிலும் ஆங்கில அட்சரங்களினால் தரப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



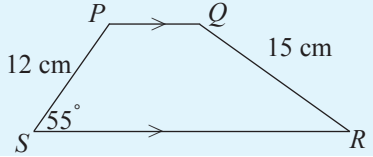
3. உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப முக்கோணி ABC யின்
 (i) சுற்றளவு
 (ii) பரப்பளவு
 ஆகியவற்றைக் காண்க.



4. உருவில் தரப்பட்டுள்ள தகவல்களுக்கேற்ப, முக்கோணி ABC இல், $\hat{ABC}$ இன் பெறுமானம் $30^\circ 58'$ எனக் காட்டுக.

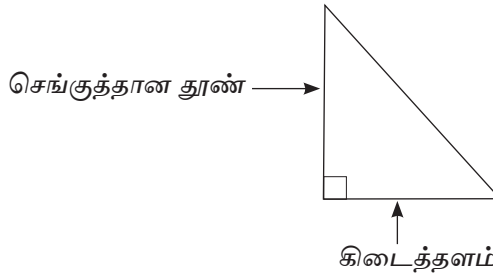


5. சரிவகம் $PQRS$ இல் $SR > PQ$ ஆகும். $PS = 12$ cm
 உம் $QR = 15$ cm உம் ஆயின் $\hat{QRS}$ இன் பெறுமானம் காண்க.



18.6 நிலைக்குத்துத் தளத்தின் கோணங்கள்

தரைக்குச் சமாந்தரமான தளம் கிடைத்தளமாகும். கிடைக்குச் செங்குத்தான தளம் நிலைக்குத்துத் தளமாகும். நிலத்துக்குச் செங்குத்தாக நாட்டப்பட்டுள்ள ஒரு தூண் நிலைக்குத்துத் தூணாகும். அவ்வாறான ஓர் அமைப்பு உருவில் தரப்பட்டுள்ளது.

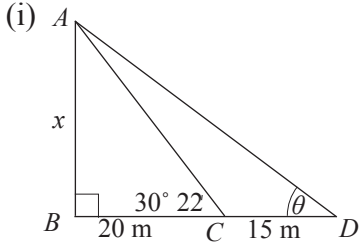


ஏற்றக் கோணம், இறக்கக் கோணம் என்பவை உட்பட்ட அளவிடைப் படங்களிலிருந்து ஒரு பொருளின் அமைவைக் காண்பது பற்றி தரம் 10 இல் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள். திரிகோணகணித விகிதங்களிலிருந்து ஒரு பொருளின் அமைவைக் காண்பது தொடர்பாகக் கற்போம். அதற்காகக் கீழேயுள்ள உதாரணத்தை ஆராய்ந்து பார்ப்போம்.

உதாரணம் 1

AB என்னும் நிலைக்குத்தான ஒரு கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 20 m தொலைவிலுள்ள புள்ளி C இல் நிற்கும் ஒருவர் கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணத்தை $30^\circ 22'$ எனக் காண்கின்றார். அவர் கோபுரத்திற்கு எதிர்த்திசையில் ஒரு நேர்கோட்டு வழியில் 15 m தூரம் சென்று மீண்டும் கோபுரத்தின் உச்சியை அவதானிக்கின்றார்.

- (i) இத்தகவல்களை ஒரு பருமட்டான படத்தில் தருக.
- (ii) கோபுரத்தின் உயரத்தைக் கிட்டிய மீற்றரில் காண்க.
- (iii) இரண்டாவது அவதானிப்பின்போது கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணத்தைக் காண்க.



- (ii) கோபுரத்தின் உயரத்தை x எனக் கொள்வோம்.
அப்போது செங்கோண முக்கோணி ABC இல்,

$$\frac{AB}{BC} = \tan 30^\circ 22'$$

$$\frac{x}{20} = \tan 30^\circ 22'$$

$$\begin{aligned} x &= 20 \tan 30^\circ 22' \\ &= 20 \times 0.5859 \\ &= 11.718 \end{aligned}$$

$\therefore$ கோபுரத்தின் உயரம் அண்ணளவாக 12 m ஆகும்.

- (iii) D இலிருந்து கோபுரத்தின் உச்சி தெரிகின்ற ஏற்றக் கோணம் θ என்போம்.
அப்போது செங்கோண முக்கோணி ABD இல்,

$$\frac{AB}{BD} = \tan \theta$$

$$\frac{12}{35} = \tan \theta$$

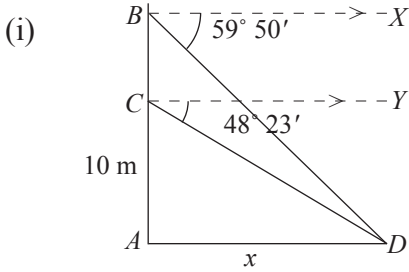
$$\begin{aligned} 0.3428 &= \tan \theta \\ \tan \theta &= 0.3428 \\ \therefore \theta &= 18^\circ 55' \end{aligned}$$

$\therefore$ இரண்டாவது அவதானிப்பின்போது கோபுரத்தின் உச்சி தெரிகின்ற ஏற்றக் கோணம் $18^\circ 55'$ ஆகும்.

உதாரணம் 2

சில மாடிகளைக் கொண்ட ஒரு நிலைக்குத்தான கட்டடமொன்றின் தரை மட்டத்திலிருந்து 10 m உயரத்திலுள்ள ஒரு யன்னலின் வழியாக வெளியே பார்க்கும் ஒருவருக்கு கட்டடம் அமைந்துள்ள நிலத்தில் தொலைவில் நிறுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு மோட்டார் சைக்கிள் $48^\circ 23'$ இறக்கக் கோணத்தில் தெரிகின்றது. அதே சந்தர்ப்பத்தில் அவர் கட்டடத்தின் மேல் மாடிக்குச் சென்று அங்குள்ள ஒரு யன்னலினூடாக முன்னர் அவதானித்த மோட்டார் சைக்கிளை அவதானித்தபோது அதை $59^\circ 50'$ இறக்கக் கோணத்தில் காண்கின்றார்.

- இத்தகவல்களை ஒரு பருமட்டான படத்தில் தருக.
- கட்டடத்திலிருந்து மோட்டார் சைக்கிள் நிறுத்தி வைக்கப்பட்டுள்ள தூரம் யாது?
- கட்டடத்தின் மேல் மாடி யன்னல் வரையிலான உயரத்தைக் கணிக்க.



- உருவில் ACD ஒரு செங்கோண முக்கோணியாகும். கட்டடத்திலிருந்து மோட்டார் சைக்கிள் வரையிலான தூரம் x எனக் கொள்வோம்.

$\hat{YCD} = 48^\circ 23'$ ஆகும்போது $\hat{ADC} = 48^\circ 23'$ (ஒன்றுவிட்ட கோணங்கள்)
அப்போது செங்கோண முக்கோணி ADC இல்

$$\begin{aligned}\frac{AC}{AD} &= \tan 48^\circ 23' \\ \frac{10}{x} &= \tan 48^\circ 23' \\ \therefore \frac{10}{\tan 48^\circ 23'} &= x \\ \text{அதாவது } x &= \frac{10}{1.1257} \\ &= 8.8833\end{aligned}$$

x இன் பெறுமானத்தை மடக்கை அட்டவணை மூலம் பெறல். $\lg x = \lg 10 - \lg 1.1257$ $= 1 - 0.0515$ $\therefore x = \text{antilog } 0.9485$ $= 8.883$
--

$\therefore$ கட்டடத்திலிருந்து மோட்டார் சைக்கிளுக்குள்ள தூரம் 8.8833 m ஆகும்.

(iii) செங்கோண முக்கோணி ABD இல் $\angle ADB = 59^\circ 50'$

$$\frac{AB}{AD} = \tan 59^\circ 50'$$

$$\frac{AB}{8.883} = \tan 59^\circ 50'$$

$$AB = 8.883 \times 1.7205 \\ = 15.28$$

$\therefore$ கட்டடத்திலிருந்து மேல்மாடியன்னலுக்கான தூரம் 15.28 m ஆகும்.

மேற்குறித்த உதாரணங்களிற்கேற்ப கீழேயுள்ள பயிற்சிகளில் ஈடுபடுக.

பயிற்சி 18.6

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள தகவல்களிலிருந்து பருமட்டான படங்களை வரைக.

- AB என்னும் நிலைக்குத்தான ஒரு கோபுரத்தின் உச்சி A ஆகும். கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து சமதளத்தில் 20 m தூரத்தில் நிற்கும் ஓர் அவதானிக்கு கோபுரத்தின் உச்சி $55^\circ 20'$ ஏற்றக் கோணத்தில் தெரிகின்றது. அவதானியின் உயரம் 1.5 m ஆகும்.
- 35 m உயரமுடைய ஒரு தற்காலிகக் கூரையின் உச்சியிலிருந்து அதனை சீரமைக்கும் ஒரு தொழிலாளி தற்காலிகக் கூரை அமைந்துள்ள நிலத்தில் தொலைவில் நிறுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு வாகனத்தை 50° இறக்கக் கோணத்தில் காண்கின்றார்.
- நிலைக்குத்தான ஒரு கட்டடத்தின் இரண்டாம் மாடியில் நிற்கும் ஒருவர் கட்டடத்திலிருந்து 75 m தூரத்தில் உள்ள ஒரு வெளிச்ச வீட்டின் உச்சியை $27^\circ 35'$ ஏற்றக் கோணத்திலும் அதன் அடியை $41^\circ 15'$ இறக்கக் கோணத்திலும் காண்கின்றார்.
- ஒரு பிள்ளை நிலைக்குத்தான கோபுரமொன்றின் உச்சியை 30° ஏற்றக் கோணத்தில் காண்கின்றது. கோபுரத்தை நோக்கி 25 m நடந்த பின்னர் மீண்டும் கோபுரத்தைப் பார்க்கும்போது அதன் உச்சி 50° ஏற்றக் கோணத்தில் தெரிகின்றது. (பிள்ளையின் உயரத்தைப் புறக்கணிக்க).

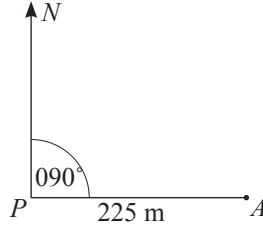
2. 20 m உயரமுடைய ஒரு வெளிச்ச வீட்டின் யன்னலினுடாக வெளியே பார்க்கும் ஒரு பாதுகாப்பு அதிகாரி கடலில் பயணிக்கும் ஒரு கப்பல் $30^\circ 15'$ இறக்கக் கோணத்தில் இருப்பதாக அவதானிக்கின்றார். வெளிச்ச வீட்டிலிருந்து கப்பலுக்கு உள்ள தூரத்தைக் காண்க.

3. நிலைக்குத்தான ஒரு கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து அதே மட்டத்தில் 20 m தொலைவிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பார்க்கும்போது கோபுரத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் $35^\circ 12'$ ஆகும். கோபுரத்தை நிலைக்குத்தாக வைத்திருப்பதற்காக கோபுரத்தின் அடியிலிருந்து 20 தூரத்தில் ஒரு கம்பியை நன்கு இறுக்கமாக கட்ட வேண்டியுள்ளது. அதற்குத் தேவையான கம்பியின் நீளத்தைக் காண்க. (பார்வையாளரின் உயரத்தை புறக்கணிக்க, கட்டுவதற்காக கம்பியின் அரை மீற்றர் நீளம் தேவை எனக் கொள்க.)
4. நிலைக்குத்தான மின்கம்பத்தின் அடியிலிருந்து அதே மட்டத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து பார்க்கும்போது கம்பத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் 50° ஆகும். கம்பத்தின் உயரம் 12 m ஆயின் கம்பத்தின் அடியிலிருந்து அவதானிப்புப் புள்ளிக்கு உள்ள தூரத்தைக் காண்க. (அவதானியின் உயரத்தைப் புறக்கணிக்க)
5. ஒரு கிடைத்தரையில் A , B ஆகிய இரண்டு தூண்கள் 200 m இடைவெளியில் அமைந்துள்ளன. தூண் A இன் உச்சியிலிருந்து தூண் B இன் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் $4^\circ 10'$ உம் B இன் அடியின் இறக்கக் கோணம் $8^\circ 15'$ உம் ஆகத் தெரிகின்றது.
 - (i) இத்தகவல்களைப் பருமட்டான படத்தில் தருக.
 - (ii) A , B ஆகிய தூண்களின் உயரங்களை வெவ்வேறாகக் கிட்டிய மீற்றரில் காண்க.
 - (iii) தூண் A இன் அடியிலிருந்து தூண் B இன் உச்சியின் ஏற்றக் கோணத்தைக் காண்க.
6. ஒன்றுக்கொன்று 20 m தூரத்தில் அமைந்துள்ள நிலைக்குத்தான இரண்டு தூண்களுக்கிடையில் நடுவே நிற்கும் ஒருவருக்கு ஒரு தூணின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் 60° எனவும் மற்றைய தூணின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் 30° எனவும் தெரிகின்றது. (அவதானியின் உயரத்தைப் புறக்கணிக்க)
 - (i) இரண்டு தூண்களினதும் உயரங்களை வெவ்வேறாகக் காண்க.
 - (ii) ஒரு தூணின் உச்சியில் கட்டப்பட்ட ஒரு கம்பி மற்றைய தூணின் உச்சியுடன் நன்கு இழுத்துக் கட்டப்பட்டுள்ளது. முடிச்சுகளுக்குப் பயன்படுத்திய பகுதிகளைப் புறக்கணித்து அக்கம்பியின் நீளத்தைக் காண்க. (அவதானியின் உயரத்தைப் புறக்கணிக்க)

18.7 கிடைத்தளத்தின் கோணங்கள்

கிடைத்தளத்தின் அமைவுகளின் திசைகளைக் குறிப்பதற்காகத் திசைகோள்களைப் பயன்படுத்துகின்றோம் என்பதை முன்னர் கற்றுள்ளீர்கள். திசைகோள் எனப்படுவது வடக்கிலிருந்து ஆரம்பித்து வலஞ்சுழியாக அளவிடும் கோண அளவொன்றாகும். இதனைக் குறிப்பதற்கு மூன்று இலக்கங்களில் எழுதுவது பொதுவான முறையாகும். நவீன நில அளவைக் கருவிகளில் திசைகோள்களுடன் தூரமும் குறிக்கப்படும்.

புள்ளி P இலிருந்து பார்க்கும்போது கிழக்குத் திசையில் அமைந்துள்ள A இன் திசைகோள் 090° உம் தூரம் 225 m உம் ஆகும். இவ்விபரத்தை இவ்வாறு ஓர் உருவில் காட்டலாம்.

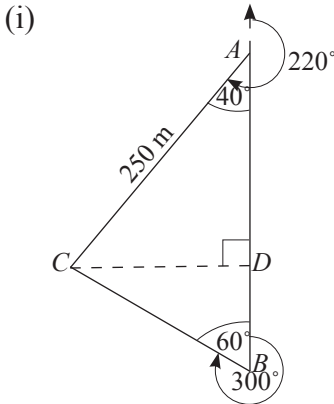


திசைகோளுடனான உருவங்களில் கணித்தல்களைத் திரிகோணகணித விகிதங்களைப் பயன்படுத்தித் தீர்க்கும் முறையை ஓர் உதாரணத்தின் மூலம் அவதானிப்போம்.

உதாரணம் 1

வடக்குத் தெற்காக அமைந்துள்ள நேரான ஒரு பாதையில் A என்னும் ஒரு புள்ளியிலிருந்து பார்க்கும்போது C என்னும் ஒரு புள்ளியிலுள்ள ஒரு தூண் A யிற்கு நேர் கீழே அடி 220° திசைகோளிலும் 250 m தூரத்திலும் தெரிகின்றது. நேரான பாதையில் B என்னும் வேறொரு புள்ளியிலிருந்து பார்க்கும்போது C ஆனது 300° திசைகளில் தெரிந்தது.

- இத்தகவல்களை ஒரு பரும்படிப் படத்தில் தருக.
- தூணின் அடி C இலிருந்து பாதை AB இற்குள்ள (குறுகிய) தூரத்தைக் காண்க.
- AB இன் நீளத்தைக் காண்க.



- A இலிருந்து C தெரிகின்ற திசைகோள் 220° எனபதால் $\angle DAC = 220^\circ - 180^\circ = 40^\circ$

அப்போது, செங்கோண முக்கோணி ACD இல், $\frac{CD}{AC} = \sin 40^\circ$

$$\begin{aligned}
CD &= AC \sin 40^\circ \\
CD &= 250 \sin 40^\circ \\
&= 250 \times 0.6428 \\
&= 160.7000
\end{aligned}$$

$\therefore$ C இலிருந்து பாதை AB இற்குள்ள குறுகியதூரம் 160.7 m ஆகும்.

(iii) பாதை AB இன் நீளம் $= AD + DB$

$$\text{செங்கோண முக்கோணி } ACD \text{ இல் } \frac{AD}{AC} = \cos 40^\circ$$

$$\begin{aligned}
AD &= AC \cos 40^\circ \\
&= 250 \times 0.7660 \\
&= 191.5000 \\
&= 191.5 \text{ m}
\end{aligned}$$

$$\text{செங்கோண } \triangle BDC \text{ யில் } \tan 60^\circ = \frac{CD}{DB}$$

$$\begin{aligned}
DB &= \frac{CD}{\tan 60^\circ} \\
&= \frac{160.7}{1.732} \\
&= 92.78 \text{ m}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\therefore AB \text{ இன் நீளம்} &= 191.5 + 92.78 \text{ m} \\
&= 284.28 \text{ m}
\end{aligned}$$

பயிற்சி 18.7

- கீழே தரப்பட்டுள்ள தரவுகளுக்கேற்பப் பரும்படிப் படங்களை வரைக.
 - A இலிருந்து 080° திசைகோளில் 12 m தூரத்தில் B அமைந்துள்ளது.
 - P இலிருந்து 120° திசைகோளில் 50 m தூரத்தில் Q உம், Q இலிருந்து 040° திசைகோளில் 25 m தூரத்தில் R உம் அமைந்துள்ளன.
 - X இலிருந்து 150° திசைகோளில் 30 m தூரத்திலும் Y உம், Y இலிருந்து 200° திசைகோளில் 100 m தூரத்தில் Z உம், Z இலிருந்து 080° திசைகோளில் 50 m தூரத்தில் A உம் அமைந்துள்ளன.
- A என்னும் இடத்திலிருந்து பயணத்தைத் தொடங்கும் ஒரு மோட்டார் சைக்கிளோட்டி, கிழக்குத் திசையில் 8 km தூரம் சென்று, அங்கிருந்து வடக்குத் திசைக்குத் திரும்பி 6 km சென்று B என்னும் இடத்தில் தனது பயணத்தை முடித்தான்.
 - இத்தகவல்களை ஒரு பரும்படிப் படத்தில் தருக.
 - B இலிருந்து A இன் திசைகோணைக் காண்க.
 - A, B ஆகியவற்றுக்கிடையிலுள்ள குறுகிய தூரத்தைக் காண்க.

3. ஒரு கப்பல் A என்னும் துறைமுகத்திலிருந்து புறப்பட்டு 040° திசைகோளில் 150 km பயணம் செய்து துறைமுகம் B ஐ அடைகிறது. துறைமுகம் B ஆனது
- துறைமுகம் A இலிருந்து எவ்வளவு தூரம் வடக்கே அமைந்துள்ளது?
 - துறைமுகம் A இலிருந்து எவ்வளவு தூரம் கிழக்கே அமைந்துள்ளது?
4. ஓர் ஆற்றின் அகலத்தை அளக்க முயற்சிசெய்யும் ஒரு மாணவன் அங்கு நேர்கோடாக உள்ள ஓர் இடத்தில் ஒரு கரையில் நின்று அதற்குச் செங்குத்தாக மறு கரையிலுள்ள ஒரு மரத்தைத் தெரிந்தெடுத்தான். அவன் நிற்கும் புள்ளியை A எனப் பெயரிட்டு, அங்கிருந்து கரையோரமாக 75 m சென்று பார்த்தபோது மரம் அமைந்துள்ள திசைகோள் 210° என அவதானித்தான். திசைக்கோளுடன் பரும்படிப் படமொன்றை வரைந்து திரிகோணகணித விகிதங்களைப் பயன்படுத்தி ஆற்றின் அகலத்தைக் காண்க.
5. வனப் பாதுகாப்பை மேற்கொள்ளும் படை அணியினர் வனத்தின் தொலை தூரத்தில் தீயின் அடையாளத்தைக் கண்டு பரிசோதனையை மேற்கொண்டனர். அவர்கள் அவ்வேளையில் பெற்றுக்கொண்ட தகவல்களின்படி, முகாம் C யிலிருந்து 070° திசைகோளில் A என்னும் பிரதான பாதை வழியே 2.5 km தூரம் சென்று P என்னும் இடத்தையும் அவ்விடத்திலிருந்து 340° திசைகோளில் 1.5 km தூரம் சென்று F என்னும் தீ காணப்பட்ட இடத்தை அடைகின்றனர்.
- இத்தகவலை ஒரு பருமட்டான உருவில் காட்டுக.
 - படையணியினர் பிரதான பாதையிலிருந்து தீ காணப்பட்ட இடத்திற்கு விரைவாகச் செல்வதற்கு P என்னும் இடத்தைத் திரும்பும் இடமாகத் தேர்ந்தெடுப்பது பொருத்தமானது என்பதை காரணங்களுடன் காட்டுக.
 - படையினர் தங்களது முகாமிலிருந்து முதலில் தீயை அவதானித்த திசைகோள் யாது?

18.8 கணிகருவியைப் பயன்படுத்தி திரிகோணகணித விகிதங்களைக் காணல்

விஞ்ஞானக் கணிகருவியைப் பயன்படுத்தி திரிகோணகணித விகிதங்கள் தொடர்புபட்ட கணித்தல்களை எவ்வாறு செய்யலாம் எனப்பார்ப்போம். அதற்கு கணிகருவியில் MODE சாவியைப் பயன்படுத்தி காட்சிதிரையில் "DEG" எனக் காணப்பட வேண்டும். உதாரணங்களின் மூலம் இக்கணித்தல்களை அவதானிப்போம்.

உதாரணம் 1

(i) $\tan 35^\circ$ (ii) $\sin 35^\circ$ (iii) $\cos 35^\circ$ ஆகிய பெறுமானங்களை இயக்க வேண்டிய முறையை ஒரு பாய்ச்சற்கோட்டுப் படம் மூலம் தருக.

(i) $\tan 35^\circ$ ON 3 5 tan = 0.7002

(ii) $\sin 35^\circ$ ON 3 5 sin = 0.5736

(iii) $\cos 35^\circ$ ON 3 5 cos = 0.8192

உதாரணம் 2

- (i) $\tan \theta = 1.2131$ (ii) $\sin \theta = 0.7509$ (iii) $\cos \theta = 0.5948$ ஆகவுள்ள போது ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்பதற்கு சாவிகளை இயக்க வேண்டிய முறையை ஒரு பாய்ச்சற் கோட்டுப்படம் மூலம் தருக.

- (i) $\boxed{\text{ON}} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{.} \rightarrow \boxed{2} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow \boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\tan} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{50.5^\circ}$
(ii) $\boxed{\text{ON}} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{.} \rightarrow \boxed{7} \rightarrow \boxed{5} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\sin} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{48.66^\circ}$
(iii) $\boxed{\text{ON}} \rightarrow \boxed{0} \rightarrow \boxed{.} \rightarrow \boxed{5} \rightarrow \boxed{9} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{8} \rightarrow \boxed{\text{SHIFT}} \rightarrow \boxed{\cos} \rightarrow \boxed{=} \rightarrow \boxed{53.5^\circ}$

குறிப்பு : கோணங்கள் பாகைகளில் மட்டும் பெறப்பட்டுள்ளதை அவதானிக்கவும்
உதாரணம் $50.5^\circ = 50^\circ 30'$

பயிற்சி 18.8

- கீழே தரப்பட்டுள்ள கோணங்களின் பெறுமானங்களுக்கு (a) $\tan$ பெறுமானம் (b) $\sin$ பெறுமானம் (c) $\cos$ பெறுமானம் ஆகியவற்றைக் கணிகருவியைப் பயன்படுத்திப் பெறுவதற்கு இயக்க வேண்டிய சாவிகளைப் பாய்ச்சற் கோட்டுப் படம் மூலம் தருக.
a. 40° b. 75° c. 88° d. 43°
- கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத்திலும் θ இன் பெறுமானத்தைப் பெற்றுக் கொள்ள கணிகருவியை இயக்க வேண்டிய முறையைப் பாய்ச்சற் கோட்டுப் படம் மூலம் தருக.
a. $\sin \theta = 0.9100$ d. $\sin \theta = 0.1853$ g. $\tan \theta = 0.5736$
b. $\sin \theta = 0.7112$ e. $\sin \theta = 0.7089$ h. $\tan \theta = 0.7716$
c. $\sin \theta = 0.1851$ f. $\sin \theta = 0.4550$ i. $\tan \theta = 0.9827$

பலவினப் பயிற்சி

- P , Q ஆகிய இரண்டு கப்பல்கள் ஒரே துறைமுகத்திலிருந்தும் ஒரே தடவையில் புறப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு கப்பலும் மணிக்கு 18 கிலோமீற்றர் என்னும் சமனான வேகத்தில் பயணிக்கின்றன. P ஆனது துறைமுகத்திலிருந்து 010° திசைகோளிலும் Q ஆனது துறைமுகத்திலிருந்து 320° திசைகோளிலும் பயணிக்கின்றன. ஒரு மணித்தியாலத்தின் பின்னர் இரண்டு கப்பல்களுக்குமிடையிலுள்ள தூரத்தைக் காண்க.

2. ஒரு பாதையின் இருமருங்கிலுள்ள இரண்டு கட்டடங்களில் ஒன்று மற்றையதிலும் 9 m உயரமானதாகும். உயரம் கூடிய கட்டடத்தின் அடியிலிருந்து பார்க்கும்போது மற்றைய கட்டடத்தின் உச்சியின் ஏற்றக் கோணம் $42^\circ 20'$ ஆகும். உயரம் குறைந்த கட்டடம் 15 m உயரமுடையதாயின், அவதானியின் உயரத்தைப் புறக்கணித்து,
- இரண்டு கட்டடங்களுக்குமிடையிலுள்ள தூரத்தைக் காண்க.
 - உயரம் குறைந்த கட்டடத்தின் அடியிலிருந்து உயரம் கூடிய கட்டடத்தின் உச்சி தெரிகின்ற ஏற்றக் கோணத்தைக் காண்க.
3. முக்கோணி ABC இல், $AB = 10$ cm, $BC = 7$ cm, $\hat{ABC} = 30^\circ 26'$, A இலிருந்து BC இற்கு வரைந்த செங்குத்து AX ஆகும். ABC இன் பரப்பளவைக் காண்க.
4. கிடைத்தரையிலுள்ள இரண்டு புள்ளிகளில் கொடிக் கம்பங்கள் நடப்பட்டுள்ளன இரண்டு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் கோட்டின் மீது A , B என்னும் இரண்டு புள்ளிகள் உள்ளன. A இலிருந்து பார்க்கும்போது கொடிக்கம்பங்களின் உச்சிகளின் ஏற்றக்கோணங்கள் 30° , 60° ஆகும். B இலிருந்து பார்க்கும்போது அவற்றின் ஏற்றக் கோணங்கள் முறையே 60° , 45° ஆகும். AB இன் நீளம் 10 m ஆயின்,
- இரண்டு கொடிக்கம்பங்களினதும் உயரங்களை வெவ்வேறாகக் காண்க.
 - இரண்டு கொடிக்கம்பங்களுக்குமிடையிலுள்ள தூரத்தைக் காண்க.
- இப்பயிற்சியைக் கணிக்கருவியைப் பயன்படுத்தி செய்துபார்க்க.