

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- சதுரக் கூம்பகம், முக்கோண அரியம் ஆகியவற்றின் மாதிரிகளை அமைப்பதற்கும்
- சதுரக் கூம்பகம், முக்கோண அரியம் ஆகியவற்றின் புறவுருவை ஒரு சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரைவதற்கும்
- இத்திண்மங்களின் விளிம்பு, உச்சி, முகம் ஆகியற்றின் எண்ணிக்கைகளிடையிலான ஒயிலரின் தொடர்பை அறிந்து கொள்வதற்கும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

25.1 திண்மப் பொருள்களின் அறிமுகம்



தாயக்கட்டை



செங்கல்



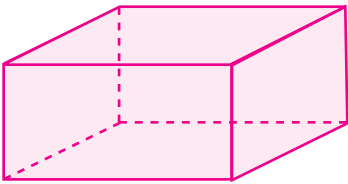
கோளம்



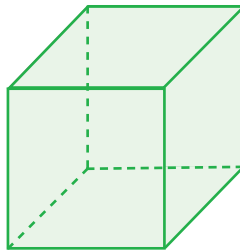
கொங்கிறீற்றுத் தூண்

வெளியில் இடத்தைக் கொள்ளும் திட்டமான ஒரு வடிவத்தைக் கொண்ட துளைகள் அற்ற பொருள்களைப் திண்மப் பொருள்கள் எனத் தரம் 6 இல் நீங்கள் கற்றுள்ளீர்கள்.

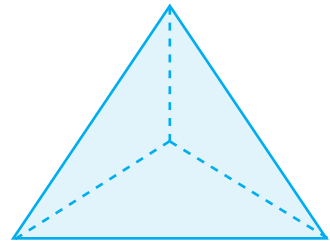
திண்மப் பொருள்களைக் குறிப்பதற்காக மாதிரிகள் சில இங்கே தரப்பட்டுள்ளன.



கனவுரு



சதுரமுகி

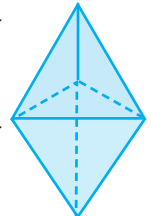


நான்முகி

திண்மங்களின் மேற்பரப்புகள் தட்டையான தளமேற்பரப்புகளை அல்லது வளைந்த மேற்பரப்புகளைக் கொண்டவை.

திண்மப் பொருள்கள் தொடர்பாக நீங்கள் கற்ற விடயங்களை நினைவு கூர்வதற்காக மீட்டர் பயிற்சியில் ஈடுபடுக.

மீட்டர் பயிற்சி

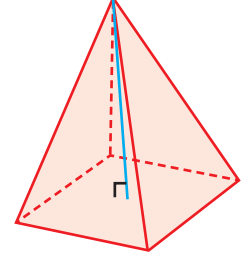
- ஒரு கனவுருவிற்கு எத்தனை முகங்கள், விளிம்புகள், உச்சிகள் உள்ளன என எழுதுக.
 - ஒரு கனவுருவை ஆக்குவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு புறவுருவின் வலையை வரைக.
- ஒரு சதுரமுகியின் முகமொன்றின் வடிவம் யாது?
 - ஒரு சதுரமுகியை ஆக்குவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு புறவுருவின் வலையை வரைக.
- ஒழுங்கான ஒரு நான்முகியின் முகங்கள், உச்சிகள், விளிம்புகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.
 - ஒரு நான்முகியின் முகமொன்றின் வடிவத்தை வரைக.
 - ஒரு நான்முகியை ஆக்குவதற்குப் பயன்படுத்தப்படும் ஒரு புறவுருவின் வலையை வரைக.
- சமனான முகங்களைக் கொண்ட இரண்டு நான்முகிகளின் இரண்டு முகங்களை ஒன்றன்மீது ஒன்று பொருந்துமாறு ஒட்டுவதன் மூலம் தயாரிக்கப்பட்ட ஒரு திண்மத்தின் உருவம் இங்கே தரப்பட்டுள்ளது.
 
 - இத்திண்மப் பொருளின் முகங்களின் எண்ணிக்கை யாது?
 - இத்திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை யாது?
 - இத்திண்மப் பொருளின் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை யாது?

25.2 சதுரக் கூம்பகம்

எகிப்தில் அரசாண்ட “பரவோன்” மன்னனின் வழி மரபில் அடக்கத் தலங்கள் இவ்வாறான வடிவில் அமைக்கப்பட்டுள்ளதுடன் இவை பிரமிட்டுகள் (கூம்பகங்கள்) என அறிமுகப்படுத்தப்பட்டள்ளன.



சதுரவடிவ அடியினாலும் உச்சிகளுடனான நான்கு சமனான முக்கோணிகளினாலும் அமைந்த திண்மப் பொருள் சதுரக் கூம்பகம் எனப்படும். உருவில் ஒரு சதுரக் கூம்பகம் தரப்பட்டுள்ளது.

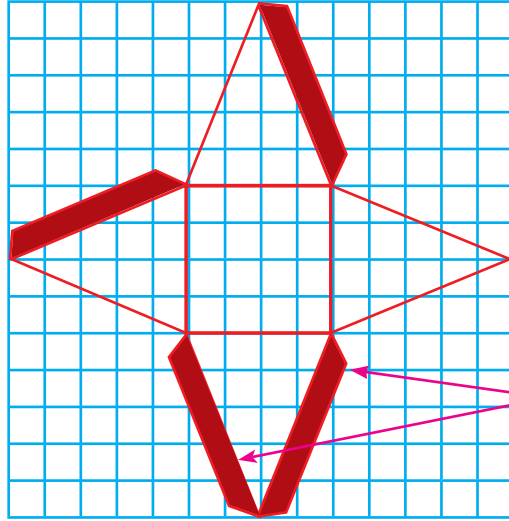


ஒரு சதுரக் கூம்பத்தின் பண்புகளை கீழே உள்ள செயற்பாட்டின் மூலம் அறிந்துகொள்வோம்.

செயற்பாடு 1

படி 1 -

இங்கு தரப்பட்டுள்ள உருவை ஒரு சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரைந்து கொள்க. வரைந்த உருவை வெட்டியெடுத்து பிரிஸ்டல் அட்டை போன்ற தடித்த ஒரு தாளில் பிரதிசெய்து கொள்க அல்லது ஒட்டிக் கொள்க.



ஒட்டும்
மடிப்புகள்

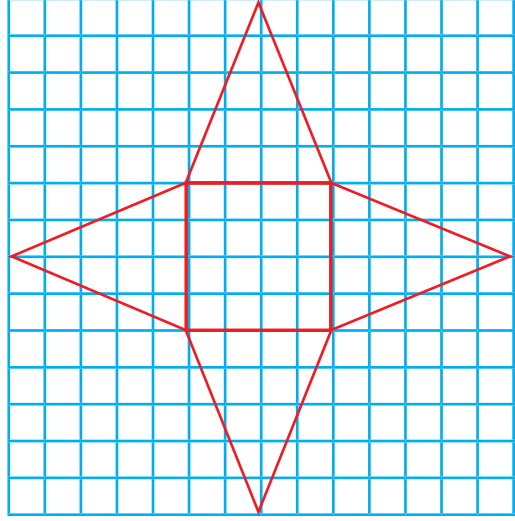
படி 2 - பிரிஸ்டல் மட்டையின் மீது வரைந்த அல்லது ஒட்டிய உருவத்தை வெட்டியெடுத்து ஒட்டும் மடிப்புகள் வழியே ஒட்டி சதுரக் கூம்பகத்தின் மாதிரியைத் தயாரிக்குக.

படி 3 - செய்த மாதிரியிலிருந்து சதுரக் கூம்பகத்தின் முகம், விளிம்பு, உச்சி ஆகியவற்றைக் கணிக்க. அதன் வேறு சிறப்புப் பண்புகளையும் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

படி 4 - திரட்டிய விடயங்களை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதுக.

படி 5 - தயாரித்த மாதிரியின் விளிம்புகளின் நீளங்களை அளந்து எழுதுக.

சதுரக் கூம்பகம் ஒன்றின் மாதிரியைச் செய்து கொள்வதற்குப் பயன்படுத்திய மேற்குறித்த உருவின் ஒட்டும் மடிப்புகளை அகற்றும்போது பெறப்படும் உருவம் சதுரக் கூம்பகத்தின் புறவுருவின் வலை எனப்படும்.



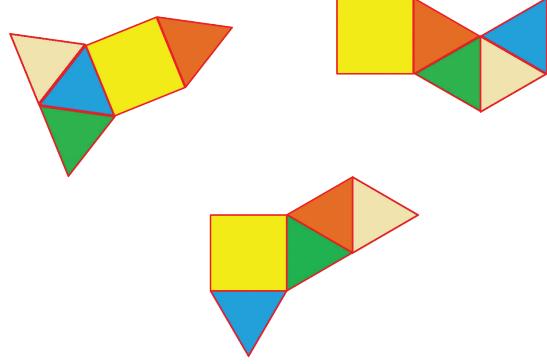
மேற்குறித்த செயற்பாட்டில் நீங்கள் தயாரித்த திண்மப் பொருள் சதுரக் கூம்பகமொன்றின் மாதிரியாகும்.

நீங்கள் பெற்ற சதுரக் கூம்பகம் ஒன்றின் பண்புகள்

- சதுரக் கூம்பகத்தில் 5 முகங்கள் உள்ளன.
- ஒரு முகம் சதுர வடிவத்தை உடையது.
- மற்றைய நான்கு முகங்களும் ஒன்றுக்கொன்று சமமான முக்கோணிகளாகும்.
- சதுரக் கூம்பகத்தில் 5 உச்சிகள் உள்ளன.
- சதுரக் கூம்பகத்தில் 12 விளிம்புகள் உள்ளன. எல்லா விளிம்புகளும் நேர் விளிம்புகளாகும்.

செயற்பாடு 2

- (i) உருவில் தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு வடிவத்தையும் சதுரக் கோட்டுத் தாள் ஒன்றில் வரைக.
- (ii) ஒவ்வொரு வடிவத்தையும் வெட்டியெடுத்து அவ்வுருக்களை விளிம்புகள் வழியே மடித்து செலோடேப் மூலம் ஒட்டுக.
- (iii) அப்போது பெறப்படும் ஒவ்வொரு திண்மப் பொருளினதும் பெயர் யாது?



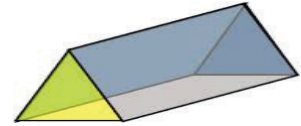
25.3 முக்கோண அரியம்

நீங்கள் விளையாடுவதற்குப் பயன்படுத்தும் பன்னிற உருக்காட்டி (kaleidoscope) ஒன்றின் உருவம் இங்கு தரப்பட்டுள்ளது. இதில் நீங்கள் பல்வேறு வடிவங்களின் (விம்பங்களை) அவதானிக்க முடியும். பன்னிற உருக்காட்டி 3 செவ்வக வடிவ தளவாடிகளைக் கொண்டு அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

பன்னிற உருக்காட்டியில் தோன்றும் ஒரு வடிவம்



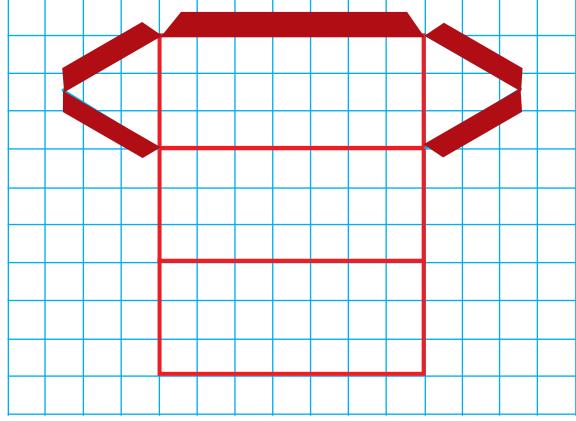
மூன்று செவ்வக வடிவிலான முகங்களையும் இரண்டு முக்கோண வடிவ முகங்களாலும் அமைந்துள்ள திண்மப்பொருள் முக்கோண அரியம் எனப்படும்.



தரப்பட்டுள்ள ஒரு புறவுருவைப் பயன்படுத்தி ஒரு முக்கோணி அரியத்தின் மாதிரியைத் தயாரிப்போம்.

செயற்பாடு 3

படி 1 - இற்கு தரப்பட்டுள்ள உருவை ஒரு சதுரக் கோட்டுத் தாளில் வரைந்து கொள்க. வரைந்த உருவை வெட்டியெடுத்து பிரிஸ்டல் அட்டை போன்ற தடித்த ஒரு தாளில் பிரதிசெய்து கொள்க அல்லது ஒட்டிக் கொள்க.

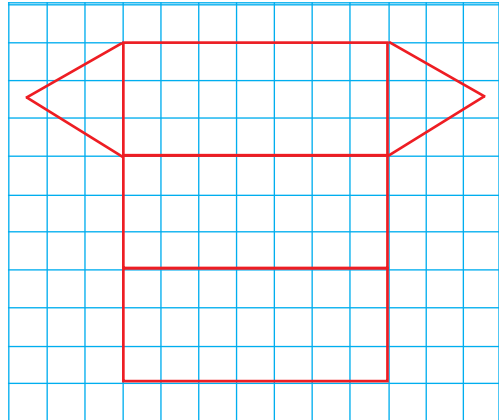


படி 2 - பிரிஸ்டல் அட்டையின் மீது வரைந்த அல்லது ஒட்டிய உருவத்தை வெட்டியெடுத்து ஒட்டும் மடிப்புகளை ஒட்டுவதன் மூலம் முக்கோணி அரியத்தின் மாதிரியைச் செய்துகொள்க.

படி 3 - செய்த மாதிரியிலிருந்து ஒரு முக்கோணி அரியத்தின் முகங்கள் விளிம்புகள், உச்சிகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கையை காண்க. அதன் வேறு சிறப்புப் பண்புகளையும் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

படி 4 - அவ்வாறு அறிந்துகொண்ட பண்புகளை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் எழுதுக.

முக்கோணி அரியமொன்றின் மாதிரியைச் செய்துகொள்வதற்குப் பயன்படுத்திய மேற்குறித்த உருவின் ஒட்டும் மடிப்புகளை அகற்றும்போது பெறப்படும் உருவம் முக்கோணி அரியத்தின் புறவுருவின் வலை எனப்படும்.





நீங்கள் பெற்ற முக்கோண அரியமொன்றின் பண்புகள்

- ஒரு முக்கோண அரியத்தில் 5 முகங்கள் உள்ளன.
- ஒரு முக்கோண அரியத்தின் முக்கோண வடிவிலான 2 முகங்கள் உள்ளன. அவை அளவிலும் வடிவிலும் சமனானவை ஆகும்.
- முக்கோண அரியத்தில் மற்றைய மூன்று முகங்களும் செவ்வக வடிவமானவை ஆகும்.
- முக்கோண அரியமொன்றில் 6 உச்சிகள் உள்ளன.
- முக்கோண அரியமொன்றில் 9 விளிம்புகள் உள்ளன. எல்லா விளிம்புகளுக்கும் நேர்விளிம்புகளாகும்.

பயிற்சி 25.1

1. ஒரு சதுரக் கூம்பகத்தின் முகங்கள், விளிம்புகள், உச்சிகள் ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கைகளை எழுதுக.
2. பிரிஸ்டல் அட்டையைப் பயன்படுத்திச் சமனான அளவுகளைக் கொண்ட இரண்டு சதுரக் கூம்பகங்களை அமைக்க.
3. அமைத்த சதுரக் கூம்பகங்களின் சதுரங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்து மாறு ஒட்டுக.
4. மேலே ஒட்டிப்பெற்ற திண்மத்தின் முகங்கள், உச்சிகள், விளிம்புகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
5. சதுரக் கூம்பகமொன்றை அமைக்கத்தக்க வலையொன்றை வரைந்து காட்டுக.
6. சதுரக் கூம்பகமொன்றை அமைக்கத்தக்க வேறொரு புறவுருவின் வலையை வரைந்து காட்டுக.
7. முக்கோண அரியம் ஒன்றின் முகங்கள், விளிம்புகள், உச்சிகள் ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கைகளை எழுதுக.

8. ஒரே அளவிலான இரண்டு முக்கோண அரியங்களை இரண்டு செவ்வக வடிவ முகங்கள் ஒன்றுடன் ஒன்று பொருந்துமாறு ஒட்டிப் பெறப்படும் திண்மப் பொருளின் முகங்கள், உச்சிகள், விளிம்புகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கையை எழுதுக.
9. முக்கோணி அரியமொன்றைச் செய்யக்கூடிய வெவ்வேறு புறவுருக்களை வரைக.

25.4 ஒயிலரின் தொடர்பு

நீங்கள் தரம் 6 இல் கற்ற திண்மப் பொருள்களிலிருந்தும் செயற்பாடு 1, 3 ஆகியவற்றில் அமைத்த திண்மப் பொருள்களை அவதானித்தும் கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

திண்மப் பொருள்	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை (V)	முகங்களின் எண்ணிக்கை (F)	உச்சிகளினதும் முகங்களினதும் கூட்டுத்தொகை (V + F)	விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை (E)
சதுரமுகி கனவுரு	8	6	$8 + 6 = 14$	12
நான்முகி				
சதுரக் கூம்பகம்				
முக்கோண அரியம்				

அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்திய பின்னர் (V + F), E ஆகிய நிரல்களின் மீது உங்களது கவனத்தைச் செலுத்துங்கள். அத்திண்மப் பொருள்களுக்கேற்ப (V + F) நிரலின் பெறுமானங்கள் எப்போதும் E நிரலின் பெறுமானத்திலும் 2 கூடியதாயிருப்பதைக் காண்பீர்கள்.

இதற்கேற்ப, மேற்குறித்த திண்மப் பொருள்களில் முகங்களினதும் உச்சிகளினதும் எண்ணிக்கைகளின் கூட்டுத்தொகையானது, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையுடன் 2 ஐக் கூட்டும்போது கிடைக்கும் பெறுமானத்துக்குச் சமனாகும் என்னும் தொடர்பு பெறப்படும்.

$$\begin{array}{l} \text{உச்சிகளின்} + \text{முகங்களின்} = \text{விளிம்புகளின்} \\ \text{எண்ணிக்கை} \quad \text{எண்ணிக்கை} \quad \text{எண்ணிக்கை} + 2 \\ V + F = E + 2 \end{array}$$

தளமுகங்களைக்கொண்ட திண்மங்களுக்கு மாத்திரம் உண்மையானதாகின்ற மேற்படி தொடர்பை முதலில் முன்வைத்தவர் 18 ஆம் நூற்றாண்டில் சுவிற்சலாந்தில் வசித்த சுவிஸ் இனத்தவரான லியோன்ஹார்ட் ஒயிலர் (Leonhard Euler) என்ற கணிதவியலாளர் ஆவார். எனவே மேற்படி தொடர்பு “ஒயிலரின் தொடர்பு” என அழைக்கப்பட்டது.

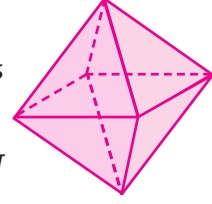


ஒயிலர்

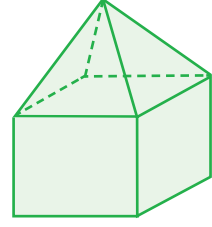
பயிற்சி 25.2

1. குறித்தவொரு திண்மப் பொருளுக்கு 6 முகங்களும் 8 உச்சிகளும் இருந்தன. ஒயிலரின் தொடர்பைப் பயன்படுத்தி அத்திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
2. குறித்தவொரு திண்மப் பொருளுக்கு உள்ள விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை 8 உம், முகங்களின் எண்ணிக்கை 5 உம் ஆயின் அதன் உச்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.
3. ஒரு முக்கோண அரியத்தின் முகங்களின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை, விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை என்பவற்றிலிருந்து ஒயிலரின் விதியை வாய்ப்புப் பார்க்க.
4. ஒரே அளவிலான இரண்டு சதுரக் கூம்பங்களை அவற்றின் சதுரமுகங்கள் ஒன்றுடனொன்று பொருந்துமாறு ஒட்டுவதன் மூலம் பெறப்பட்ட ஒரு திண்மப் பொருள் உருவில் தரப்பட்டுள்ளது.

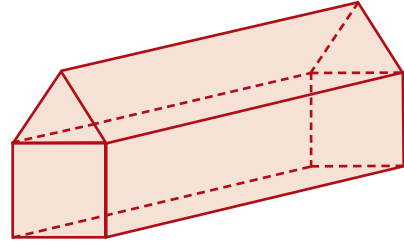
5. (i) இத்திண்மப் பொருளின் விளிம்புகள், முகங்கள், உச்சிகள் ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கைகளைக் காண்க.
- (ii) இப்பெறுமானங்கள் ஒயிலரின் தொடர்புடன் பொருந்துகின்றன எனக் காட்டுக.



6. ஒரு சதுரமுகியும் ஒரு சதுரக் கூம்பகமும் சேர்க்கப்பட்டு உருவாக்கப்பட்ட கூட்டுத்திண்மப் பொருளொன்று உருவில் தரப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை, முகங்களின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை என்பவற்றைக் கண்டு அப்பெறுமானங்கள் ஒயிலரின் தொடர்புடன் பொருந்துகின்றதா எனப் பார்க்க.



7. ஒரு கனவுருவும் ஒரு முக்கோண அரியமும் பயன்படுத்தப்பட்டு உருவில் தரப்பட்டுள்ள திண்மப் பொருள் அமைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்திண்மப் பொருளிலிருந்து ஒயிலரின் தொடர்பை வாய்ப்புப் பார்க்க.



8. ஒரு சதுரமுகியையும் சதுரமுகியின் ஒரு முகத்துக்குச் சமமான அடியையுடைய 6 கூம்பகங்களையும் அமைக்க. சதுரமுகியின் முகங்களில் 6 கூம்பகங்களையும் ஒட்டிக் கூட்டுத் திண்மப் பொருளொன்றை அமைக்க.
- (i) உருவாக்கப்பட்ட திண்மப் பொருளின் விளிம்புகள், முகங்கள், உச்சிகள் ஆகியவற்றின் எண்ணிக்கைகள் யாவை?
- (ii) இப்பெறுமானங்கள் ஒயிலரின் தொடர்புடன் பொருந்துகின்றனவா?

பொழிப்பு

- ஒரு சதுரத்தையும் மற்றைய முகங்களில் பொது உச்சியையும் உடைய ஒருங்கிசையும் நான்கு முக்கோணிகளையும் கொண்ட திண்மப் பொருளானது சதுரக் கூம்பகம் எனப்படும்.
- சதுரக் கூம்பகமானது 8 விளிம்புகளையும் 5 முகங்களையும் 5 உச்சிகளையும் கொண்டதாகும்.
- செவ்வக வடிவிலான மூன்று முகங்களையும் ஒன்றுக்கொன்று சமாந்தரமான இரண்டு முக்கோண வடிவ முகங்களையும் உடைய திண்மப் பொருள் முக்கோண அரியம் எனப்படும்.
- ஒரு முக்கோண அரியம் 9 விளிம்புகளையும் 5 முகங்களையும் 6 உச்சிகளையும் கொண்டதாகும்.
- ஒரு திண்மப் பொருளின் விளிம்புகளின் எண்ணிக்கை E உம் முகங்களின் எண்ணிக்கை F உம் உச்சிகளின் எண்ணிக்கை V உம் ஆகும்போது $V + F = E + 2$ இன் மூலம் ஒயிலரின் தொடர்பு தரப்படும்.