

14

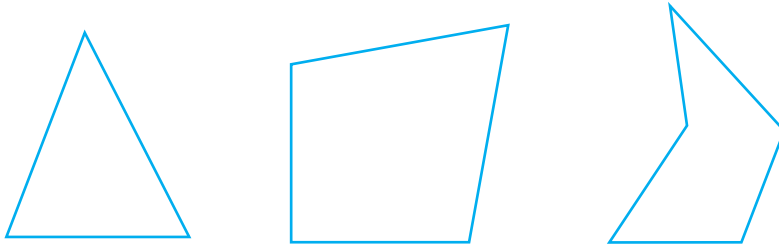
நேர்கோட்டுத் தளவுருக்கள் (பகுதி I)

இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,

- பல்கோணி என்றால் என்ன என்பதை இனங்காணவும்
- குவிவு, குழிவு மற்றும் ஒழுங்கான பல்கோணிகளை இனங்காணவும் தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

14.1 பல்கோணிகள்

பின்வரும் ஒவ்வொரு தளவுருக்களையும் அவதானிப்போம்.

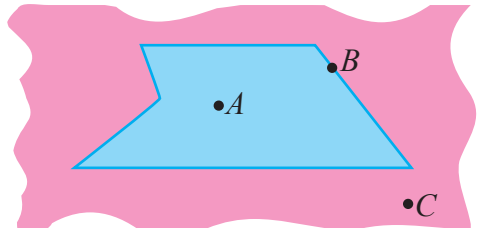


மேலேயுள்ள எல்லாத் தளவுருக்களும் நேர்கோட்டுத் துண்டங்களினால் மூடப்பட்டுள்ளன. இவ்வுருக்களின் நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் இடைவெட்டாது. அத்துடன் உச்சியொன்றில் இரு நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் மட்டுமே சந்திக்கின்றன. இவ்வாறான தளவுருக்கள் பல்கோணிகள் எனப்படுகின்றன.

மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நேர்கோட்டுத் துண்டங்களினால் மூடப்பட்ட நேர்கோட்டுத் தளவுரு பல்கோணி எனப்படும்.

பல்கோணியின் ஒவ்வொரு கோட்டுத் துண்டமும் அவற்றின் பக்கங்கள் ஆகும். இரு பக்கங்கள் சந்திக்கும் புள்ளி உச்சி ஆகும்.

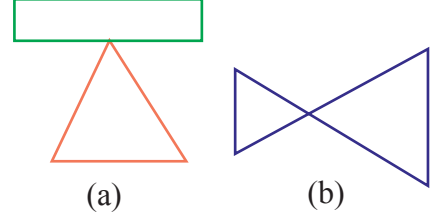
நேர்கோட்டுத் தளவுருவின் நீல நிறத்தினால் காட்டப்பட்ட பகுதி தளவுருவின் உட்பகுதியெனவும் இளஞ்சிவப்பு நிறத்தினால் காட்டப்பட்ட பகுதி வெளிப்பகுதியெனவும் கொள்ளப்படும்.



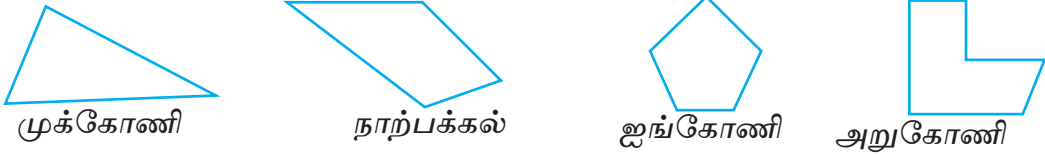
புள்ளி A ஆனது பல்கோணியின் உள்ளேயா அமைந்தள்ளது.
புள்ளி B ஆனது பல்கோணியின் உள்ளேயா அமைந்தள்ளது.
புள்ளி C ஆனது பல்கோணியின் உள்ளேயா அமைந்தள்ளது.

ஒரு பல்கோணியின் கோணமானது ஒவ்வொரு உச்சியிலும் அமைந்துள்ள பக்கங்களால் அடைக்கப்பட்ட பகுதியாகும்.

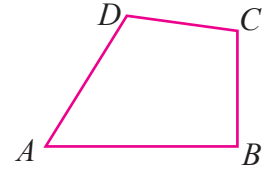
இங்கு உரு (a) யில் மூன்று நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் புள்ளியொன்றில் சந்திக்கின்றன. உரு (b) யில் இரு நேர்கோட்டுத் துண்டங்கள் இடைவெட்டுகின்றன. ஆகவே இத்தளவுருக்கள் பல்கோணிகளல்ல.



பல்கோணியொன்று ஆகக் குறைந்தது மூன்று பக்கங்களைக் கொண்டுள்ளது. அது முக்கோணி எனப்படும். 4 பக்கங்களைக் கொண்ட பல்கோணி நாற்பக்கலும் ஐந்து பக்கங்களை உடையது ஐங்கோணியுமாகும். 6 பக்கங்களைக் கொண்ட பல்கோணி அறுகோணியும் ஆகும்.



பல்கோணியொன்றின் உச்சிகள் ஆங்கில பெரிய (capital) எழுத்துகளால் குறிப்பதன் மூலம் பல்கோணியின் பக்கங்களையும் கோணங்களையும் குறிப்பது இலகுவாகின்றது.



- உருவில் உள்ள நாற்பக்கலில் உச்சிகள் முறையே A, B, C, D எனக் குறிக்கப்பட்டுள்ளன. இது நாற்பக்கல் ABCD எனப்படும்.
- நாற்பக்கல் ABCD யின் பக்கங்கள் AB, BC, CD, DA ஆகும். அத்துடன் இப்பக்கங்களை BA, CB, DC, AD எனவும் குறிக்கலாம்.
- நாற்பக்கல் ABCD யின் கோணங்கள் $\hat{A}BC$, $\hat{B}CD$, $\hat{C}DA$, $\hat{D}AB$ என அல்லது $\hat{C}BA$, $\hat{D}CB$, $\hat{A}DC$, $\hat{B}AD$ எனக் குறிக்கலாம். பல்கோணியொன்றின் பக்கங்கள், கோணங்கள், உச்சிகள் என்பவற்றின் எண்ணிக்கை சமனாக இருக்கும்.

பயிற்சி 14.1

1. பல்கோணியொன்றின் பக்கங்களும் கோணங்களும் அதன் உச்சிகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சமனாகும்.

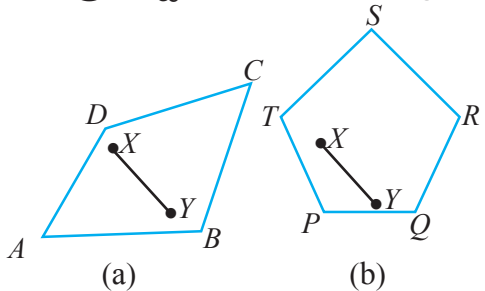
பக்கங்களின் எண்ணிக்கை	பல்கோணியின் பெயர்	கோணங்கள் எண்ணிக்கை	உச்சிகளின் எண்ணிக்கை
3	முக்கோணி		
4	நாற்பக்கல்		
5	ஐங்கோணி		
6	அறுகோணி		
7	எழுகோணி		
8	எண்கோணி		
9	நவகோணி		
10	தசகோணி		

- (i) அட்டவணையை உங்கள் அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதிசெய்து கோணங்களின் எண்ணிக்கை, உச்சிகளின் எண்ணிக்கை என்பன குறிக்கும் நிரல்களைப் பூரணப்படுத்துக.
 - (ii) மேலே அட்டவணையில் குறிப்பிடப்பட்டுள்ள பல்கோணிகளை வரைந்து அப்பல்கோணிகளின் உச்சிகளை ஆங்கிலப் பெரிய எழுத்துகளினால் குறிக்க. அவற்றின் பக்கங்களையும் கோணங்களையும் குறிப்பிடுக.
2. 5 cm அகலமுள்ள 4 கடதாசிக் கீலங்களைப் பெறுக. அவற்றைப் பயன்படுத்தி (மடித்து) முக்கோணி, நாற்பக்கல், ஐங்கோணி, அறுகோணி ஆகிய உருக்களைப் பெறுக. அவற்றை வெட்டியெடுத்து உங்களது அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டுக.

14.2 குவிவுப் பல்கோணிகளும் குழிவுப் பல்கோணிகளும்

ABCD என்னும் நற்பக்கலும் PQRST என்னும் ஐங்கோணியும் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

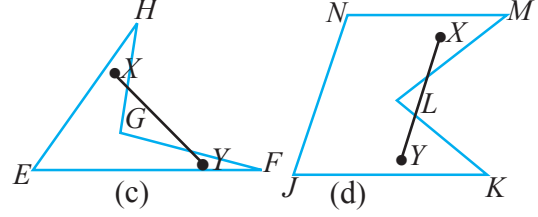
- உருவில் உள்ளவாறு எந்தவொரு பல்கோணிக்குள் அமையும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு பல்கோணிக்குள்ளேயே அமையுமாயின் அது குவிவுப் பல்கோணி எனப்படும்.



அதாவது பல்கோணியினுள் அமையும் எந்த இரு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் நேர்கோடு பல்கோணியின் எந்தவொரு பக்கத்தையும் இடைவெட்டாது.

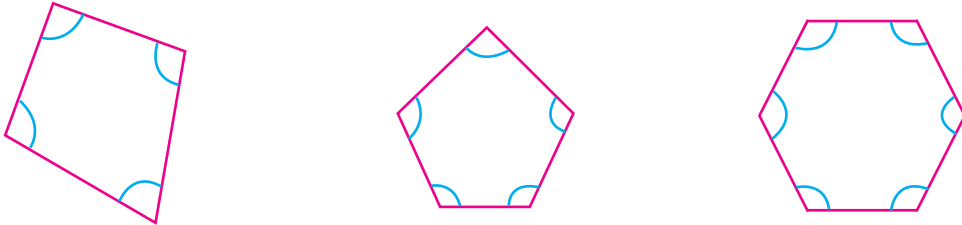
$EFGH$ என்னும் நற்பக்கலும் $JKLMN$ என்னும் ஐங்கோணியும் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளன.

- உருவில் உள்ளவாறு எந்தவொரு பல்கோணிக்குள் அமையும் இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோடு பல்கோணிக்குள் அமையாவிடின் அது குழிவுப் பல்கோணி எனப்படும்.

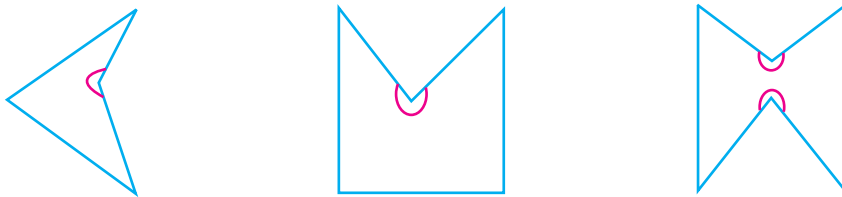


அதாவது பல்கோணியினுள் அமையும் எந்த இரு புள்ளிகளையும் இணைக்கும் நேர்கோடு பல்கோணியின் குறைந்தது இருபக்கங்களை யேனும் இடைவெட்டும்.

குவிவுப் பல்கோணியின் எந்தவொரு கோணமும் பின்வளை கோணமாக அமையாது.



குழிவுப் பல்கோணியில் ஒரு கோணமாவது பின்வளை கோணமாக அமையும்.



- பல்கோணியொன்றின் ஓர் அகக் கோணமேனும் பின்வளை கோணமாக அமையாவிடின் அது குவிவுப் பல்கோணியாகும்.
- பல்கோணியொன்றில் ஒரு அகக்கோணமேனும் பின்வளை கோணமாக அமைந்திருப்பின் அது குழிவுப் பல்கோணியாகும்.

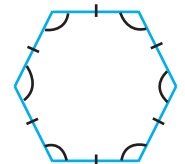
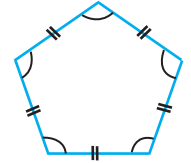
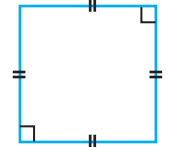
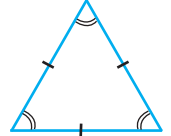
பயற்சி 14.2

- பின்வளை கோணங்கள் 1, 2, 3 முறையே உள்ள குழிவுப் பல்கோணிகள் ஒன்று வீதம் வரைந்து பக்கங்களின் எண்ணிக்கைக்கு ஏற்ப அவற்றின் பெயரைக் குறிப்பிடுக.
- ஏனைய பல்கோணிகளை விட முக்கோணிகளில் காணக்கூடிய சிறப்பியல்புகளைத் தருக.

14.3 ஒழுங்கான பல்கோணிகள்

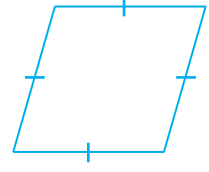
பல்கோணியொன்றில் எல்லாப் பக்கங்களும் எல்லாக் கோணங்களும் சமனாக இருப்பின் அப்பல்கோணி ஒழுங்கான பல்கோணியாகும்.

- முக்கோணியொன்றின் எல்லாப் பக்கங்களும் கோணங்களும் சமமாக இருப்பின் அது ஒழுங்கான முக்கோணி அல்லது சமபக்க முக்கோணி எனப்படும்.
- எல்லாப் பக்கங்களும் எல்லாக் கோணங்களும் சமனாக உள்ள நாற்பக்கல் ஒழுங்கான நாற்பக்கல் அல்லது சதுரம் எனப்படும்.
- ஐந்து பக்கங்களும் கோணங்களும் சமனாக உள்ள ஐங்கோணி ஒழுங்கான ஐங்கோணி எனப்படும்.
- ஆறு பக்கங்களும் ஆறு கோணங்களும் சமனாக உள்ள அறுகோணி ஒழுங்கான அறுகோணி எனப்படும்.



பல்கோணியொன்றின் எல்லாப் பக்கங்களும் சமனாக இருப்பினும் அது ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியாக அமையாது.

உதாரணமாக சாய்சதுரத்தின் எல்லாப் பக்கங்களும் சமனாக இருந்த போதிலும் கோணங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனல்ல. எனவே சாய்சதுரம் ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியல்ல.



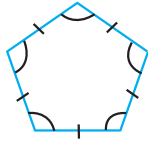
பல்கோணியொன்றின் எல்லாக் கோணங்களும் சமனாக இருப்பினும் அது ஓர் ஒழுங்கான பல்கோணியாக அமையாது.

உதாரணமாக செவ்வகத்தின் எல்லாக் கோணங்களும் சமனாக இருந்த போதிலும் பக்கங்கள் ஒன்றுக்கொன்று சமனல்ல. எனவே செவ்வகம் ஒழுங்கான பல்கோணியல்ல.

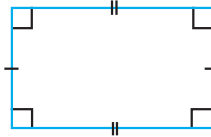


பயிற்சி 14.3

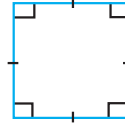
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள தளவுருக்களை நன்றாக அவதானித்து தரப்பட்ட அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.



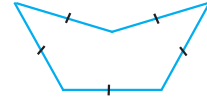
(a)



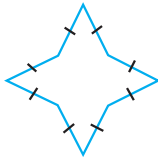
(b)



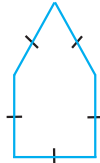
(c)



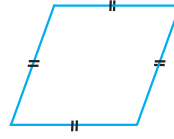
(d)



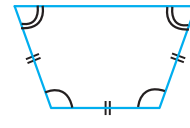
(e)



(f)



(g)



(h)

உரு	குவிவு / குழிவு	ஒழுங்கானதா?	ஒழுங்கானது இல்லையெனின் அதற்கான காரணம்
a			
b			
c			
d			
e			
f			
g			
h			

2. 5 cm அகலமும் 50 cm நீளமும் கொண்ட கடதாசிக் கீலம் ஒன்றில் பஸ்கோணியின் வடிவங்களை மடித்துப் பெறுக. மடிப்புக் கோட்டின் வழியே கோடுகளை வரைக. அவற்றை எப்பஸ்கோணி வகையெனக் குறிப்பிடுக.

பொழிப்பு

- மூன்று அல்லது அதற்கு மேற்பட்ட நேர்கோட்டுத் துண்டங்களினால் மூடிய தளவுரு பஸ்கோணி எனப்படும்.
- குவிவுப் பஸ்கோணியின் எந்தவொரு அகக் கோணமும் பின்வளை கோணமாக அமையாது.
- குழிவுப் பஸ்கோணியொன்றில் ஆகக் குறைந்தது ஒரு கோணமாவது பின்வளை கோணமாக இருக்கும்.
- பஸ்கோணியொன்றின் எல்லாப் பக்கங்களின் நீளங்களும் எல்லாக் கோணங்களின் பருமனும் சமனாகும்போது அவ்வகையான பஸ்கோணி ஒழுங்கான பஸ்கோணி எனப்படும்.

14

நேர் கோட்டுத் தளவுருக்கள் (பகுதி II)

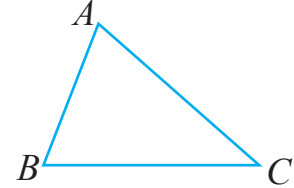
இப்பாடத்தை கற்பதன் மூலம் நீங்கள்,

- கூர்ங்கோண முக்கோணிகள், செங்கோண முக்கோணிகள், விரிகோண முக்கோணிகள் என்பவற்றை இனங்காணவும்
- சமபக்க முக்கோணி, இருசமபக்க முக்கோணி, சமனில் பக்க முக்கோணி என்பவற்றை இனங்காணவும்

தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

14.4 முக்கோணி

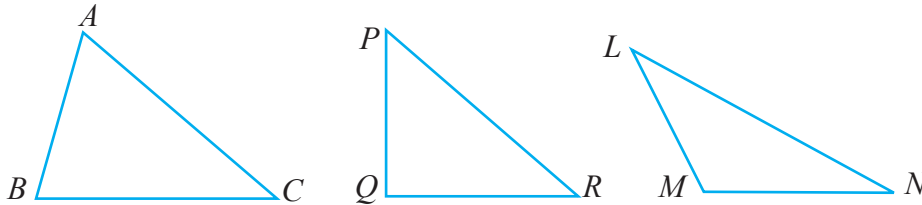
மூன்று நேர்கோட்டுத் துண்டங்களால் ஆன மூடிய தளவுரு முக்கோணி என்பதை நீங்கள் அறிவீர்கள். முக்கோணியில் 3 பக்கங்களும் 3 கோணங்களும் உள்ளன. இவை முக்கோணியின் சிறப்பியல்புகள் ஆகும்.



முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் AB, BC, CA ஆகும். முக்கோணி ABC இன் அகக் கோணங்கள் $\hat{A}BC, \hat{B}CA, \hat{C}AB$ ஆகும்.

செயற்பாடு 1

படி 1 கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு முக்கோணியினதும் பக்கங்களையும் கோணங்களையும் தரப்பட்ட அட்டவணையில் பூரணப்படுத்துக.



முக்கோணி	பக்கம்	கோணம்
ABC	AB, AC, BC	$\hat{A}BC, \hat{B}AC, \hat{C}AB$
PQR		
LMN		

14.5 பக்கங்களின் நீளங்களுக்கேற்ப முக்கோணிகளை வகைப்படுத்தல்

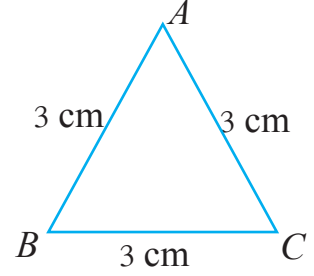
- சமபக்க முக்கோணி

முக்கோணி ABC யின் ஒவ்வொரு பக்கமும் 3 cm நீளம் உடையவை.

அதாவது $AB = BC = CA = 3$ cm ஆகும்.

எனவே முக்கோணி ABC யின் மூன்று

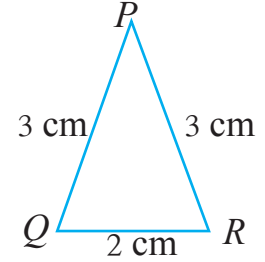
பக்கங்களும் சமனாகும்.



முக்கோணியொன்றின் மூன்று பக்கங்களும் நீளத்தில் சமனாக இருப்பின் அது சமபக்க முக்கோணி எனப்படும்.

- இருசமபக்க முக்கோணி

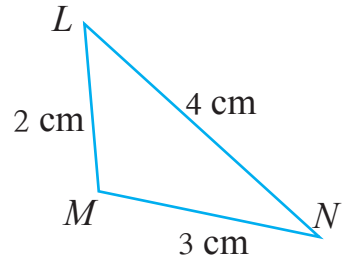
முக்கோணி PQR இல் $PQ = PR = 3$ cm உம் $QR = 2$ cm உம் ஆகும். முக்கோணி PQR இல் PQ , PR என்பன நீளத்தில் சமனானவை.



முக்கோணியொன்றின் இரு பக்கங்கள் நீளத்தில் சமனாக இருப்பின் அது ஓர் இருசமபக்க முக்கோணியாகும்.

- சமனில் பக்க முக்கோணி

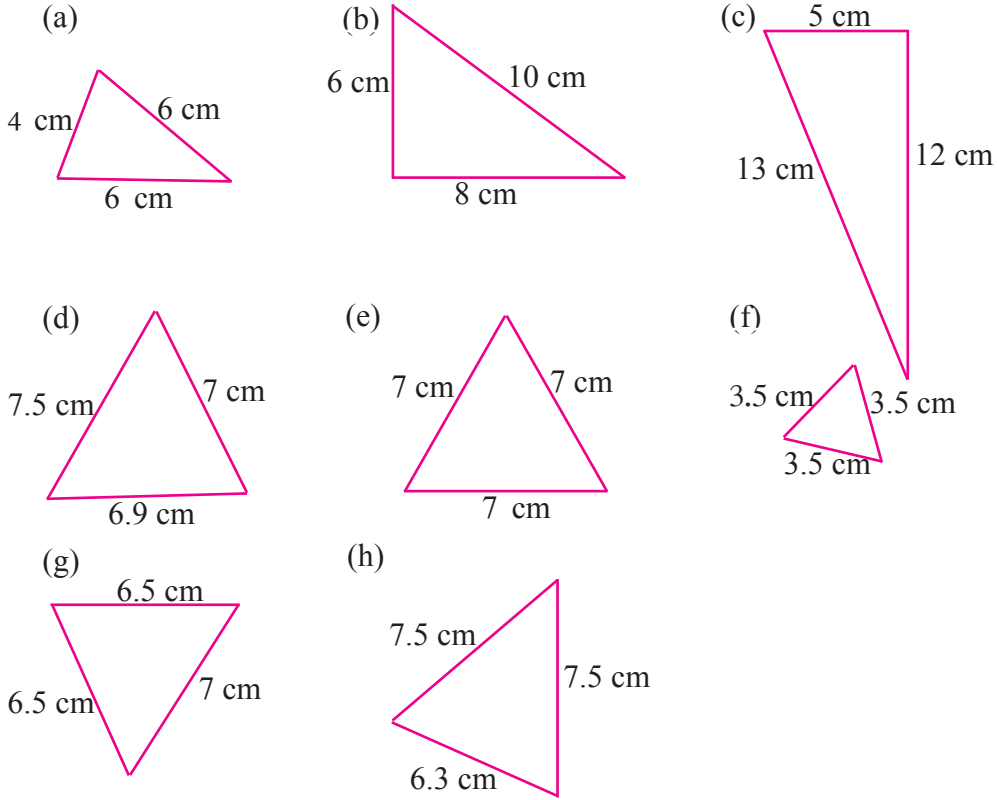
முக்கோணி LMN இல் $LM = 2$ cm, $MN = 3$ cm, $NL = 4$ cm ஆகும். அதாவது $\triangle LMN$ இன் மூன்று பக்கங்களும் ஒன்றுக்கொன்று வேறுபட்ட நீளங்களைக் கொண்டுள்ளன.



முக்கோணியொன்றின் மூன்று பக்கங்களின் நீளங்களும் வேறுபட்டவையெனின் அவ்வாறான முக்கோணியொன்று சமனில் பக்க முக்கோணி எனப்படும்.

பயிற்சி 14.4

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகளை அவதானித்து அவை சமபக்க முக்கோணியா, இருசமபக்க முக்கோணியா அல்லது சமனில்பக்க முக்கோணியா எனக் கூறுக.

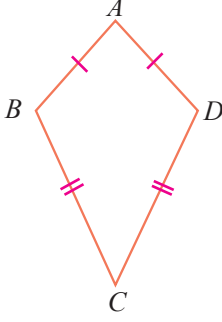


2. கீழே தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.

முக்கோணியின் பக்க நீளங்கள்			முக்கோணியின் வகை
(cm)	(cm)	(cm)	
6	3	6	
4	4	4	
3	6	5	
5	6	8	

3. எல்லா சமபக்க முக்கோணிகளும் இருசமபக்க முக்கோணிகளாகும். இக்கூற்றுடன் நீர் இணங்குகிறீரா?

4. நாற்பக்கலொன்றின் உருவம் தரப்பட்டுள்ளது.



(a) AC யை மட்டும் இணைத்தல்

(b) BD யை மட்டும் இணைத்தல்

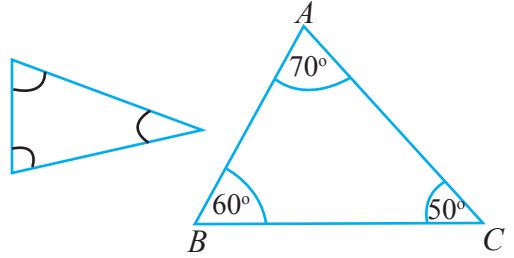
மேலே (a), (b) ஆகிய ஒவ்வொரு சந்தர்ப்பத் திலும் பெறப்படும் முக்கோணிகளைக் குறிக்க. அவற்றின் பக்க நீளங்களைக் அவதானித்து அவை எவ்வகையான முக்கோணிகள் என எழுதுக.

5. தாள் ஒன்றை மடித்து சமபக்க முக்கோணி, இரு சமபக்க முக்கோணி என்னும் வடிவங்களைப் பெறுக. அவற்றை வெட்டி உங்களது அப்பியாசப் புத்தகத்தில் ஒட்டுக.

14.6 கோணங்களுக்கு ஏற்ப முக்கோணிகளை வகைப்படுத்தல்

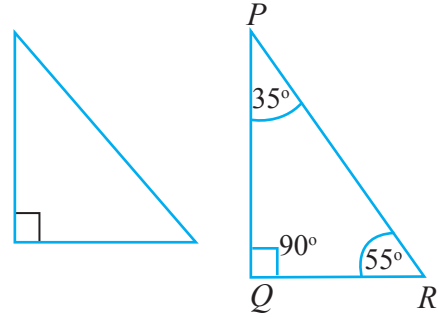
• கூர்ங்கோண முக்கோணி

மூன்று கோணங்களும் கூர்ங் கோணங்களாக அமையும் முக்கோணி கூர்ங்கோண முக்கோணியாகும்.



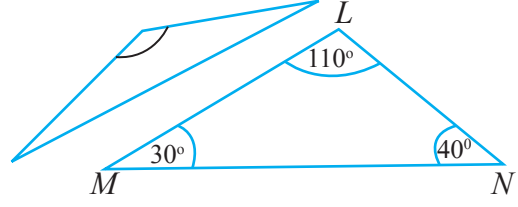
• செங்கோண முக்கோணி

ஒரு கோணம் செங்கோணமாக அமையும் முக்கோணி செங்கோண முக்கோணியாகும். செங்கோண முக்கோணியில் ஏனைய இரண்டு கோணங்களும் கூர்ங்கோணங்களாகின்றன.



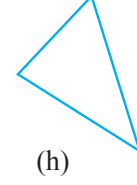
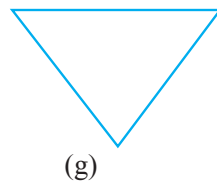
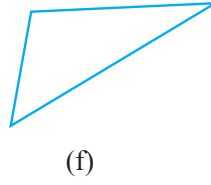
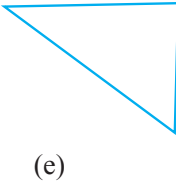
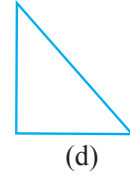
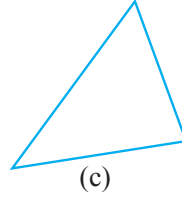
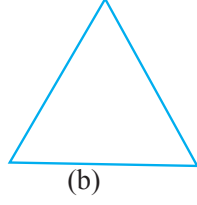
• விரிகோண முக்கோணி

ஒரு கோணம் விரிகோணமாக அமையும் முக்கோணி விரிகோண முக்கோணியாகும். விரிகோண முக்கோணியில் ஏனைய இரண்டு கோணங்களும் கூர்ங்கோணங்களாகின்றன.



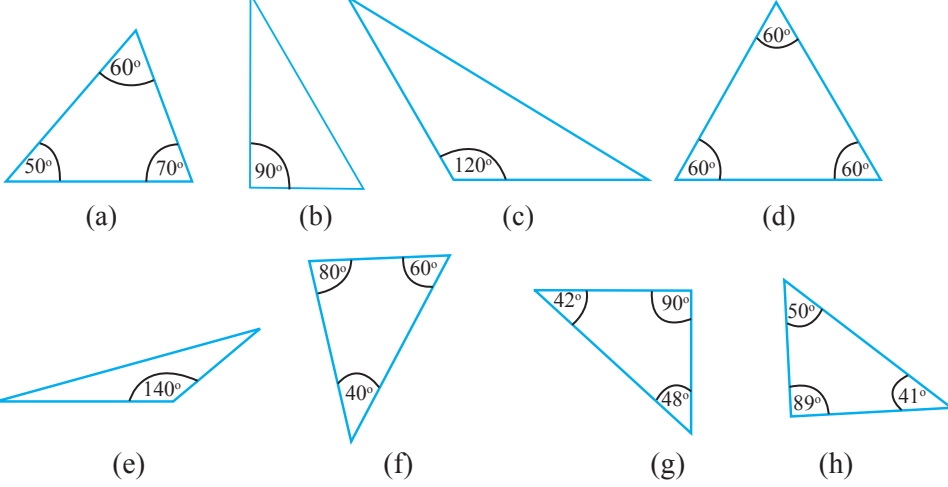
செயற்பாடு 2

- படி 1** -தாள் ஒன்றை மடித்து செங்கோண மூலை ஒன்றைப் பெற்றுக் கொள்க.
- படி 2** -அதனை கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிகள் மீது வைத்து ஒப்பிடுக.
- படி 3** -அதனைக்கொண்டு தரப்பட்ட முக்கோணிகள் கூர்ங்கோண முக்கோணிகளா, செங்கோண முக்கோணிகளா அல்லது விரிகோண முக்கோணிகளா எனக் குறிக்க.

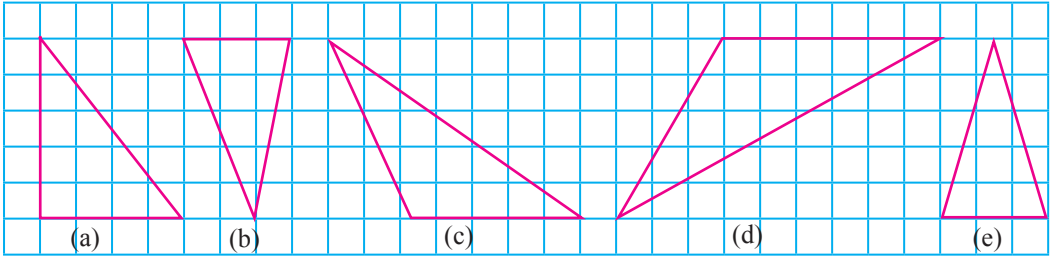


பயிற்சி 14.6

1. பின்வரும் முக்கோணிகளை அவதானித்து அவை கூர்ங்கோண முக்கோணிகளா, செங்கோண முக்கோணிகளா அல்லது விரிகோண முக்கோணிகளா எனக் குறிக்க.

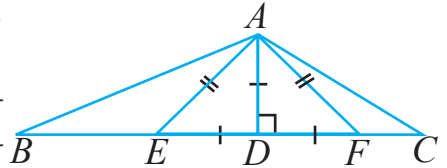


2. பின்வரும் முக்கோணிகளை கோணங்களின் பருமனுக்கு ஏற்ப வகைப்படுத்துக.



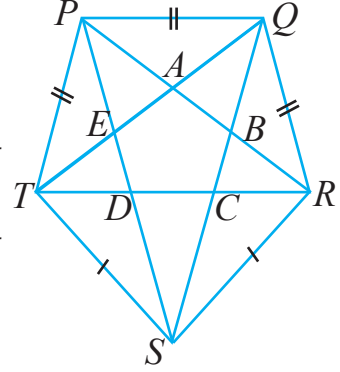
3. தரப்பட்ட உருவை அவதானித்து

- இருசமபக்க முக்கோணிகளைத் தருக.
- செங்கோண முக்கோணிகள் இரண்டைத் தருக.
- AB யை பக்கமாகக் கொண்ட விரிகோண முக்கோணியொன்றையும் செங்கோண முக்கோணி ஒன்றையும் தருக.
- சமனில் பக்க முக்கோணியொன்றைத் தருக.



4. தரப்பட்ட உருவை அவதானித்து

- இரு சமபக்க முக்கோணிகள் 3 ஐத் தருக.
- சமனில் முக்கோணிகள் இரண்டைத் தருக.
- குவிவு வகையான ஐங்கோணிகள் இரண்டைத் தருக.
- குழிவு வகையான ஐங்கோணிகள் இரண்டைத் தருக.
- அறுகோணியொன்றைத் தருக.



பொழிப்பு

- முக்கோணியொன்றில் மூன்று பக்கங்களும் சமனாக இருப்பின் அது சமபக்க முக்கோணி எனப்படும்.
- முக்கோணியொன்றின் இருபக்கங்கள் மட்டும் சமமாக இருப்பின் அது இருசமபக்க முக்கோணி எனப்படும்.
- முக்கோணியொன்றின் பக்க நீளங்கள் சமனற்றவை எனின் அது சமனில் பக்க முக்கோணி எனப்படும்.
- மூன்று கோணங்களும் கூர்ங்கோணங்களாக அமையும் முக்கோணி கூர்ங்கோண முக்கோணி எனப்படும்.
- ஒரு கோணம் செங்கோணமாக அமையும் முக்கோணி செங்கோண முக்கோணி எனப்படும்.
- ஒரு கோணம் விரிகோணமாக அமையும் முக்கோணி விரிகோண முக்கோணி எனப்படும்.