



- 2014 ஆம் ஆண்டில் இலங்கையில் இனங்காணப்பட்ட பறவை இனங்கள்.
- 2014 ஆம் ஆண்டு ஐந்தாம் தரப் புலமைப் பரிசில் பரீட்சைக்குத் தோற்றிய மாணவர்கள்.

மேலே குறிப்பிடப்பட்டுள்ள ஒவ்வொன்றிலும் அடங்குபவற்றைத் தெளிவாக அறிந்துகொள்ளலாம்.

இவ்வாறு உறுதியாக வேறுபடுத்தி அறிந்துகொள்ளக்கூடியவற்றைக் கொண்ட ஒரு தொகுதி தொடை எனப்படும்.

ஒரு தொடையினுள் பலதரப்பட்டவையும் அடங்கும். எண்கள், பொருள்கள், உயிருள்ளவை மற்றும் குறியீடுகள் போன்றவையும் இதில் அடங்கும். பொதுப்பண்பை அல்லது பண்புகளை எடுத்துரைப்பதன் மூலம் தொடையொன்றைத் தெளிவாக இனங்காணலாம்.

இவ்வாறு அறிந்துகொண்ட ஒரு தொடையில் உள்ளவற்றை உறுதியாகக் கூற முடியும்.

ஒரு தொடையைச் சேர்ந்தவை அதன் மூலகங்கள் எனப்படும்.

தென்மாகணத்தின் மாவட்டங்கள் என்னும் தொடையில் காலி மாவட்டம் அடங்குகின்றது. அத்துடன் கம்பஹா மாவட்டம் அல்லது வன்னி மாவட்டம் இதில் அடங்காது.

தொடைகளுக்கான மேலும் சில உதாரணங்கள் கீழே தரப்பட்டுள்ளன.

- 0 இற்கும் 10 இற்கும் இடைப்பட்ட இரட்டை எண்களின் தொடை.
- a, d, g, 5, 2 ஆகிய குறியீடுகளின் தொடை.
- 2014 ஆம் ஆண்டு இலங்கையில் பதிவுசெய்யப்பட்ட மோட்டார் வாகனங்களின் தொடை.

மேலேயுள்ள தொடைகளுக்குரிய மூலகங்களை நிச்சயித்துக் கூறலாம்.

பின்வருவனற்றை அவதானிப்போம்.

- ஒரு வகுப்பில் உள்ள உயரமான பிள்ளைகள்.
- இலங்கையில் உள்ள புகழ்பெற்ற பாடகர்கள்.

மேற்குறித்த கூற்றுகளில் தரப்பட்டுள்ளப் பொதுப் பண்புகளின் எல்லை தெளிவாக வரையறுக்கப்படவில்லை என்பதால் அவ்வாறான கூட்டமொன்றின் மூலகங்களைத் தெளிவாக அறிந்துகொள்ள முடியாது.

எனவே இவ்வாறான கூற்றுகளில் இருந்து ஒரு தொடையை அறிந்து கொள்ள முடியாது.

பயிற்சி 2.1

1. கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுகளை அப்பியாசப் புத்தகத்தில் பிரதி செய்து ஒரு தொடையை உறுதியாக வரைவிலக்கணப்படுத்தும் கூற்றின் எதிரே ✓ அடையாளத்தையும் அவ்வாறல்லாதவற்றின் எதிரே × அடையாளத்தையும் இடுக.
 - (i) 2013 ஆம் ஆண்டு புலமைப் பரிசில் பரீட்சையில் 100 இலும் அதிக புள்ளிகளைப் பெற்ற மாணவர்கள்.
 - (ii) திறமையான நடனக் கலைஞர்கள்
 - (iii) இலங்கையின் மாவட்டங்கள்.
 - (iv) அழகிய பூக்கள்.
 - (v) 0 இற்கும் 50 இற்கும் இடையில் உள்ள 6 இன் மடங்குகள்.
 - (vi) அதிர்ஷ்டமுள்ள மனிதர்கள்.

2.2 தொடை ஒன்றை எழுதுதல்

ஒரு தொடையை எழுதக்கூடிய இரண்டு முறைகள் பற்றி இப்போது நாம் கற்போம்.

- தொடையொன்றின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுவதன் மூலம் தொடையை எழுதிக் காண்பித்தல்

ஒரு தொடையின் எல்லா மூலகங்களையும் எழுதிக்காட்ட முடியுமானால் அவ்வொவ்வொரு மூலகத்தையும் கால் மாத்திரைக் குறியீட்டினால் வேறுபடுத்தி இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக்காட்ட வேண்டும்.

9, 1, 3 ஆகிய மூலகங்களைக் கொண்ட தொடை {9, 1, 3} என எழுதப்படும்.



➤ இவ்வாறு ஒரு தொடையை எழுதும்போது இரட்டை அடைப்பினுள் மூலகங்களை எழுத வேண்டும். ஒழுங்கு வரிசை முக்கியமானதல்ல.

இத்தொடையை {1, 3, 9} அல்லது {9, 3, 1} அல்லது {1, 9, 3} என எழுதிக்காட்டலாம்.

மேலும் $a, b, d, 9, 3, 1$ ஆகிய மூலகங்களைக் கொண்ட தொடையை {1, 3, 9, a, b, d } அல்லது {1, $a, 3, b, 9, d$ } அல்லது { $a, 1, 3, b, 9, d$ } போன்று எழுதலாம்.

➤ தொடையொன்றைப் பெயரிடுவதற்கு ஆங்கிலப் பெரிய எழுத்துப் பயன்படுத்தப்படும்.

“1 இற்கும் 10 இற்கும் இடையிலுள்ள இரட்டை எண்களைக் கொண்ட தொடை” என்பதனை $A = \{2, 4, 6, 8\}$ என்றவாறு எழுதலாம்.

“மகரகம்” என்ற சொல்லிலுள்ள எழுத்துகளின் தொடையை B எனப் பெயரிடுவோம்.

$B = \{\text{மகரகம் என்னும் சொல்லில் உள்ள எழுத்துகளின் தொடை}\}$

தொடை B யின் மூலகங்களை எழுதுவோம்.

$B = \{\text{ம, க, ர}\}$

இங்கு “ம”, “க” ஆகிய மூலகங்கள் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.

ஏதேனுமொரு மூலகம் கூட்டத்தில் பல தடவைகள் இடம்பெற்றிருந்தாலும் ஒரு தொடையின் மூலகங்களை எழுதும்போது அம்மூலகம் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.

தொடையொன்றுக்குள்ள மூலகங்களை நிச்சயித்து அறியக்கூடிய பொதுப் பண்புகளுக்கேற்ப எழுதிக் காண்பித்தல்

வேறுபடுத்தி அறியக்கூடிய பொதுப் பண்புக்கு அல்லது பண்புகளுக்கு ஏற்ப இரட்டை அடைப்பினுள் தொடையொன்றின் மூலகங்களை எழுதிக் காட்டலாம்.

- “1 இற்கும் 10 இற்கும் இடையில் உள்ள இரட்டை எண்கள் கொண்ட தொடை”
 $\{1 \text{ இற்கும் } 10 \text{ இடையிலான இரட்டை எண்கள்}\}$ என எழுதிக் காட்டலாம்.

- 2014 ஆண்டு ஆகையில் இனங்காணப்பட்ட இலங்கைக்கு உரித்தான பறவைகளின் தொடை
 $\{2014 \text{ ஆண்டு ஆகையில் இனங்காணப்பட்ட இலங்கைக்கு உரித்தான பறவை இனங்கள்}\}$

இவ்வாறான பறவை இனங்கள் அதிக எண்ணிக்கையாக இருப்பதால் அச்சகல இனங்களையும் இரட்டை இடைப்பினுள் எழுதிக் காட்டுவது சிரமமானது.

- “0 இலும் கூடிய ஒற்றை எண்கள் கொண்ட தொடை” ஐக் கருதுவோம் அதனை $\{0 \text{ இலும் கூடிய ஒற்றை எண்கள்}\}$ என எழுதிக் காட்டலாம்.

இதற்கேற்ப எல்லா மூலகங்களையும் எழுத முடியாததால் அதனை $\{1, 3, 5, 7, \dots\}$ என எழுதிக் காட்டலாம்.

ஏதாவதுதொரு குறிப்பிட்ட ஒழுங்கில் மூலகங்களை இனங்கண்டு அவற்றுக்குப் பொருத்தமான முதல் சில மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதி மேலும் தொடரும் மூலகங்களை காட்ட மூன்று புள்ளிகள் இடப்படும்.

இதற்கேற்ப நேர் நிறைவெண் தொடை $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$ என்று எழுதப்படும். ஆனால் 2014 ஆண்டு வரை இலங்கையில் உள்ள பறவை இனங்களின் தொடையைக் குறித்த ஒரு வரிசையில் எழுத முடியாது என்பதால் இவ்வாறு எழுத முடியாது.

உதாரணம் 1

- (i) $A = \{0\}$ இற்கும் 15 இற்கும் இடையிலுள்ள முதன்மை எண்கள் எனின் தொடை A இன் சகல மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக் காட்டுக.
- (ii) 1 உம் 17 உம் A இன் மூலகங்கள் ஆகுமா,

✎ (i) $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

- (ii) 1 ஒரு முதன்மை எண் அல்ல அத்துடன் 17 முதன்மை எண்ணாக இருந்தபோதும் அது 15 ஐ விடப் பெரிய எண் என்பதால் 1 உம் 17 உம் தொடை A இன் மூலகங்களன்று.

உதாரணம் 2

$B = \{\text{மூன்றின் நேர் நிறைவெண் மடங்குகள்}\}$ என்னும் தொடையின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக் காட்டுக.

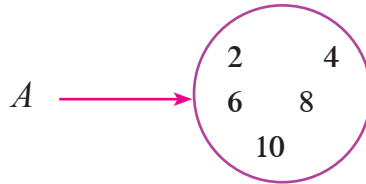
$B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\}$

2.3 தொடையொன்றினை வென் உருவில் வகைகுறித்தல்

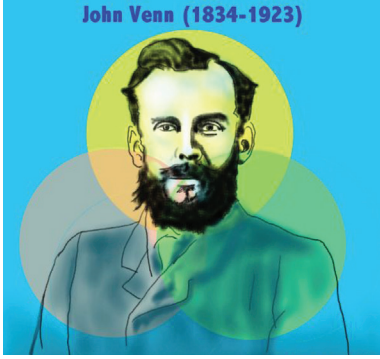
$A = \{1\}$ இலிருந்து 10 வரையுள்ள இரட்டை எண்கள் என்னும் தொடையின் மூலகங்களை எழுதுவோம்.

அதாவது $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ ஆகும்.

தொடையின் எல்லா மூலகங்களையும் கீழே தரப்பட்டுள்ளவாறு ஒரு மூடிய உருவில் குறிப்போம்.



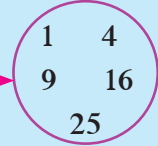
இவ்வாறு தொடையை ஒரு மூடிய உருவின் மூலம் காட்டும்போது அவ்வாறான உருவம் வென்வரிப்படம் எனப்படும். இவ்வாறு ஒரு தொடையை மூடிய உருவின் மூலம் குறித்துக்காட்டுதல் வென்வரிப்படத்தில் வகைகுறித்தல் எனப்படும்.



இவ்வாறு தொடைகளை உருவின் மூலம் குறிப்பிடுவதை ஆங்கிலேயரான ஜோன் வென் என்ற கணிதவியலாளர் அறிமுகம் செய்தார். இதன் காரணமாக இம்மூடிய உருவானது அவருடைய பெயரில் வென் வரிப்படம் எனப் பெயரிடப்பட்டது.

உதாரணம் 1

இங்கு வென்வரிப்படத்தில் P என்னும் தொடை $P \rightarrow$ காட்டப்பட்டுள்ளது.



- தொடை P யின் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுக.
 - தொடை P யின் மூலகங்களின் ஒரு பொதுப்பண்பை எழுதுவதன் மூலம் தொடை P ஐ இரட்டை அடைப்பினுள் வகைகுறிக்க.
- ☞ (i) $P = \{1, 4, 9, 16, 25\}$
(ii) $P = \{1$ இலிருந்து 25 வரையுள்ள சதுர எண்கள்

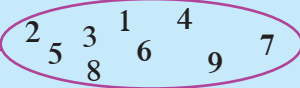
உதாரணம் 2

A என்பது 1 இலிருந்து 9 வரையுள்ள நேர் முழுவெண்களின் தொடை ஆகும்.

- மூலகங்களின் பொதுப் பண்பொன்றின் மூலம் தொடையை எழுதுக.
- தொடை A இன் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள்ளே எழுதுக.
- வென்வரிப்படத்தின் மூலம் வகைகுறிக்க.

- ☞ (i) $A = \{1$ இலிருந்து 9 வரையுள்ள நேர் முழுவெண்கள்

- (ii) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

- (iii) $A \rightarrow$ 



பயிற்சி 2.2

1. (a) கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடையினதும் மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுக.
 - (i) $A = \{\text{வாரத்தின் நாட்கள்}\}$
 - (ii) $B = \{0 \text{ இற்கும் } 10 \text{ இற்கும் இடையிலுள்ள முதன்மை எண்கள்}\}$
 - (iii) $C = \{0 \text{ இற்கும் } 25 \text{ இற்கும் இடையிலுள்ள } 4 \text{ இன் மடங்குகள்}\}$
 - (iv) $D = \{\text{"கடகம்" என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துகள்}\}$
 - (v) $E = \{\text{மேல் மாகணத்திலுள்ள மாவட்டங்கள்}\}$
 - (vi) $F = \{21 \ 412 \text{ என்னும் எண்ணிலுள்ள இலக்கங்கள்}\}$
 - (vii) $G = \{1 \text{ இல் இருந்து } 10 \text{ வரையுள்ள } 6 \text{ இன் மடங்குகள்}\}$
- (b) மேற்குறித்த தொடைகளுக்கேற்ப கீழே தரப்பட்டுள்ள கூற்றுகள் சரியானவையா, தவறானவையா எனக் குறிப்பிடுக.
 - (i) "சனிக்கிழமை" தொடை A இன் ஒரு மூலகமாகும்.
 - (ii) "ப" என்னும் எழுத்துத் தொடை D இன் ஒரு மூலகமாகும்.
 - (iii) தொடை C இன் எல்லா மூலகங்களும் இரட்டை எண்களாகும்.
 - (iv) 1 இலிருந்து 10 வரைக்கும் 3 இன் எந்தவொரு மடங்கும் தொடை G இன் மூலகமாகும்.
2.
 - (i) $P = \{10 \text{ இலும் குறைந்த முதன்மை எண்கள்}\}$
 - (ii) $Q = \{\text{வானவில்லிலுள்ள நிறங்கள்}\}$
 - (iii) $R = \{\text{"number" என்னும் சொல்லிலுள்ள எழுத்துகள்}\}$
 - (iv) $S = \{0 \text{ இற்கும் } 7 \text{ இற்கும் இடையிலுள்ள முழு எண்கள்}\}$
 - (v) $T = \{\text{கிழக்குமாகாணத்திலுள்ள மாவட்டங்கள்}\}$
 மேலே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு தொடையினதும்,
 - (a) எல்லா மூலகங்களையும் இரட்டை அடைப்பினுள் வேறு ஒரு முறையில் எழுதுக.
 - (b) ஒவ்வொரு தொடையையும் வென்வரிப்படத்தில் வகைகுறிக்க.
3. $K = \{4, 8, 12, 16, 20\}$
 - (i) தொடை K ஐ ஒரு வென்வரிப்படத்தில் வகைகுறிக்க.
 - (ii) தொடை K ஐ மூலகங்களை தெளிவாக அறியக்கூடிய பொதுப்பண்பொன்றின் மூலம் விபரிக்க.

4. $X \rightarrow$

a	e
i	o
u	

 இங்கு வென்வரிப்படத்தின் மூலம் தொடை X வகைகுறிக்கப்படுகிறது.

- (i) தொடை X இன் மூலகங்களை இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதுக.
 (ii) தொடை X ஐப் பொதுப் பண்பொன்றின் மூலம் எழுதுக.

5. 6 இற்கும் 25 இற்கும் இடையிலுள்ள 5 இன் மடங்குகள் என்னும் தொடையை,
 (i) பொதுப்பண்பொன்றின் மூலம் எழுதுக.
 (ii) அதன் மூலகங்களை எழுதுக.
 (iii) வென்வரிப்படத்தின் மூலம் வகைகுறிக்க.

பொழிப்பு

- உறுதியாக வேறாக்கி இனங்காணக்கூடியவற்றின் தொகுதி தொடை எனப்படும்.
- தொடையொன்றில் அடங்குபவவை அதன் மூலகங்களாகும்.
- தொடைக்குரிய மூலகங்களை எழுதிக்காட்டும்போது அவ்வொவ்வொரு மூலகத்தையும் காற்புள்ளியினால் பிரித்து இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதப்படும்.
- தொடையொன்றின் ஒரு மூலகம் ஒரு தடவை மாத்திரம் எழுதப்படும்.
- தொடையொன்றின் மூலகங்களை நிச்சயமாக வேறுபடுத்தி அறிய முடியுமாயின் அதன் பொதுப் பண்பைத் தொடையாக இரட்டை அடைப்பினுள் எழுதிக் காட்டலாம்.
- தொடையொன்றை வென் உருவின் மூலமும் வகைகுறித்துக் காட்டலாம்.