

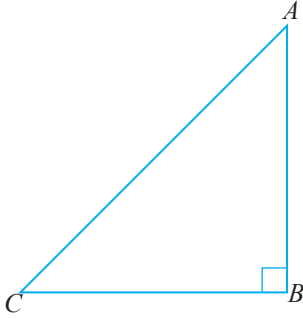
இப்பாடத்தைக் கற்பதன் மூலம் நீங்கள்

- செங்கோண முக்கோணியுடன் தொடர்புபட்ட பைதகரசின் தொடர்பைப் பெறுவதற்கும்
- பைதகரசின் தொடர்பின் மூலம் பிரசினங்களைத் தீர்ப்பதற்கும் தேவையான ஆற்றல்களைப் பெறுவீர்கள்.

செங்கோண முக்கோணி

முக்கோணி ஒன்றின் ஒரு கோணம் 90° (செங்கோணம்) எனின், அது செங்கோண முக்கோணி எனப்படும். செங்கோணத்திற்கு எதிரான பக்கம் செம்பக்கம் எனவும் ஏனைய இரண்டு பக்கங்களும் செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்கள் எனவும் அழைக்கப்படும்.

கீழே தரப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABC ஐக் கருதும்போது,



$$\hat{A}BC = 90^\circ$$

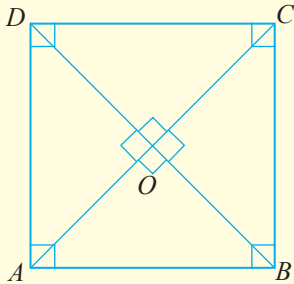
AC என்பது செம்பக்கம் ஆகும்.

AB, BC என்பன செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்கள் ஆகும்.



செயற்பாடு 1

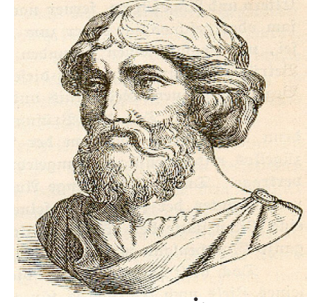
கீழே தரப்பட்டுள்ள உருவில் உள்ள செங்கோண முக்கோணிகளை இனங்கண்டு, தரப்பட்டுள்ள அட்டவணையைப் பூரணப்படுத்துக.



முக்கோணி	செம்பக்கம்	செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்கள்
AOB	AB	AO, BO
.....
.....
.....
.....
.....

19.1 பைதகரசின் தொடர்பு

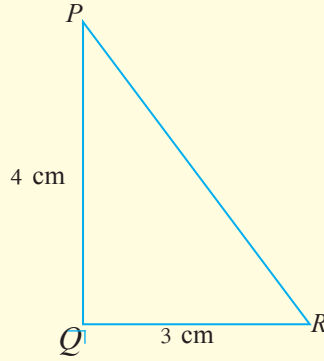
கிரேக்கத்தில் வாழ்ந்த பைதகரஸ் என்னும் கணிதவியலாளர் செங்கோண முக்கோணியின் பக்கங்களின் நீளங்களுக்கு இடையிலான தொடர்பை முன்வைத்தார். இத்தொடர்பைச் செயற்பாடு ஒன்றின் மூலம் விளங்குவோம்.



பைதகரஸ்



செயற்பாடு 1

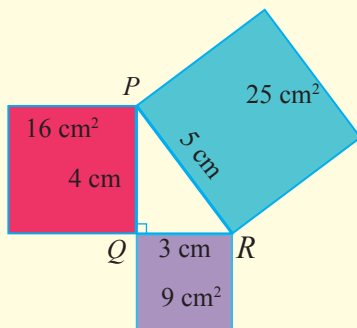


படி 1 : உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு $QR = 3$ cm, $QP = 4$ cm, $\hat{PQR} = 90^\circ$ ஆகுமாறு செங்கோண முக்கோணி PQR ஐ வரைக. இதற்கு மூலமட்டத்தைப் பயன்படுத்துக.

படி 2 : செம்பக்கம் PR ஐ அளந்து அது 5 cm என்பதை உறுதிப்படுத்துக.

படி 3 : பக்கம் ஒன்றின் நீளம் 3 cm, 4 cm, 5 cm ஆகவுள்ள மூன்று சதுரங்களை வரைந்து, அவற்றை வெட்டியெடுத்து முறையே QR , QP , PR ஆகிய பக்கங்களின் மீது வைத்து, கீழே உருவில் காட்டியவாறு ஒட்டுக.

படி 4 : ஒவ்வொரு சதுரத்தினதும் பரப்பளவைக் கணிக்க.



QR இன் மீதுள்ள சதுரத்தின்

$$\text{பரப்பளவு} = 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} = 9 \text{ cm}^2$$

QP இன் மீதுள்ள சதுரத்தின்

$$\text{பரப்பளவு} = 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$$

PR இன் மீதுள்ள சதுரத்தின்

$$\text{பரப்பளவு} = 5 \text{ cm} \times 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$$

இப்போது இப்பரப்பளவுகளுக்கிடையில் கீழே தரப்பட்டவாறான ஒரு தொடர்பு காணப்படுவதை அவதானிக்க.

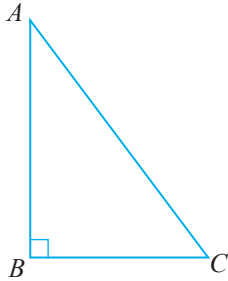
செம்பக்கம் PR இன் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு = பக்கம் QR இன் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு + பக்கம் PQ இன் மீதுள்ள சதுரத்தின் பரப்பளவு

➤ செங்கோணத்தை ஆக்கும் பக்கங்களின் நீளங்கள் 6 cm, 8 cm ஆகவுள்ள செங்கோண முக்கோணி ஒன்றை வரைந்து, மேலே பெற்ற தொடர்பு காணப்படுகின்றதா என்பதைப் பரீட்சித்துப் பார்க்க.

செங்கோண முக்கோணியுடன் தொடர்புபட்ட பைதகரசின் தொடர்பைப் பின்வருமாறு கூறலாம்.

செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் செம்பக்கத்தின் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவானது செங்கோணத்தை ஆக்கும் இரண்டு பக்கங்களின் மீதும் வரையப்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.

பைதகரசின் தொடர்பானது பரப்பளவுகளின் மூலம் எடுத்துரைக்கப்பட்டாலும், அதனைப் பின்வருமாறு முக்கோணியின் பக்கங்களின் மூலம் இலகுவாக எழுதலாம். பைதகரசின் தேற்றத்தை முக்கோணியின் பக்கங்களின் மூலம் எழுதும் முறை

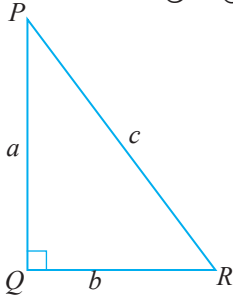


பக்கம் AB இன் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவு = $AB \times AB = AB^2$
 BC இன் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவு = $BC \times BC = BC^2$
 AC இன் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவு = $AC \times AC = AC^2$

எனவே பைதகரசின் தொடர்பிற்கு ஏற்ப,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

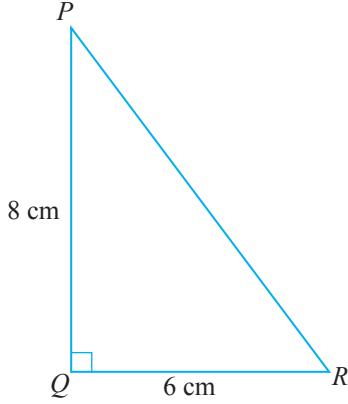
இதனைப் பின்வரும் முறையிலும் எழுதலாம்.



பைதகரசின் தொடர்பிற்கு ஏற்ப
 $c^2 = a^2 + b^2$

உதாரணம் 1

செங்கோண முக்கோணி PQR இல் $PQ = 8$ cm, $QR = 6$ cm ஆகும். பக்கம் PR இன் நீளத்தைக் காண்க.



செங்கோண முக்கோணி PQR இற்குப்
பைதகரசின் தொடர்பைப் பிரயோகிக்கும்போது

$$PR^2 = PQ^2 + QR^2$$

$$PR^2 = 8^2 + 6^2$$

$$= 64 + 36$$

$$= 100$$

$$PR = \sqrt{100}$$

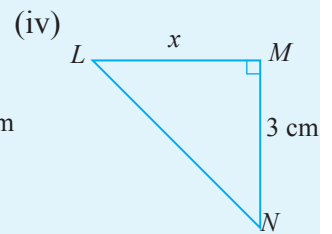
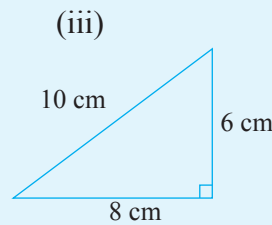
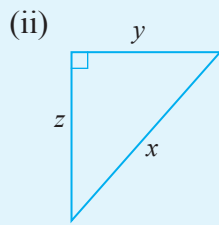
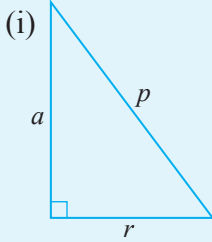
$$= 10$$

$\therefore PR$ இன் நீளம் 10 cm ஆகும்.

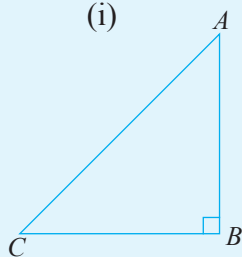


பயிற்சி 19.1

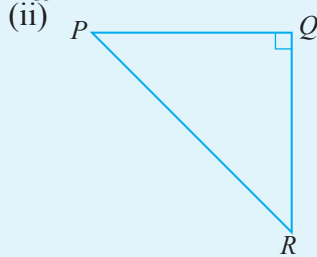
1. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு செங்கோண முக்கோணியிலும் தரப்பட்டுள்ள பக்கங்களின் நீளங்கள் சார்பில் பைதகரசின் தொடர்பை எழுதுக.



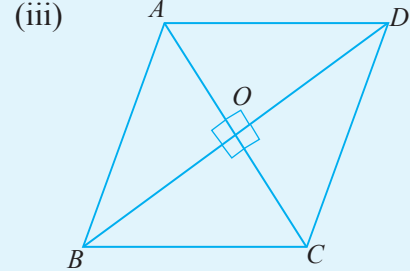
2. தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு உருவையும் அவதானித்து அதன் கீழே தரப்பட்ட கூற்றுக்களில் உள்ள இடைவெளிகளை நிரப்புக.



$$AC^2 = AB^2 + \dots\dots$$



$$PR^2 = \dots + \dots$$



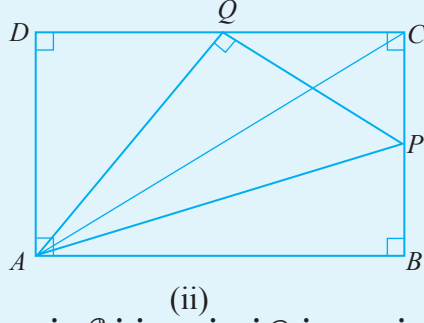
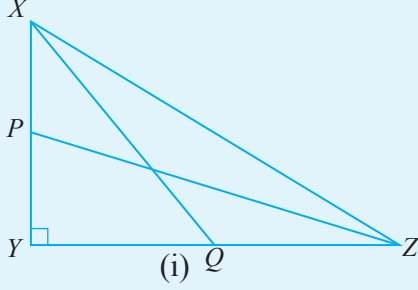
(a) $AD^2 = \dots\dots + \dots\dots$

(b) $\dots\dots = BO^2 + \dots\dots$

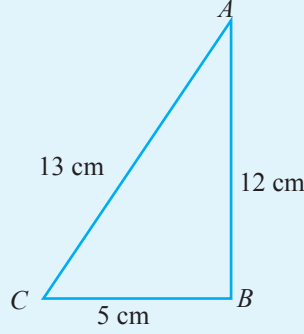
(c) $\dots\dots = BO^2 + OC^2$

(d) $\dots\dots = \dots\dots + \dots\dots$

3. கீழே தரப்பட்டுள்ள ஒவ்வொரு உருவிலும் காணப்படும் செங்கோண முக்கோணிகளை இனங்கண்டு, அம்முக்கோணிகளுக்கான பைதகரசின் தொடர்பை அதன் பக்கங்கள் சார்பில் எழுதுக.



4. தரப்பட்டுள்ள முக்கோணிக்கு ஏற்ப, அதன் கீழ்த் தரப்பட்டுள்ள கூற்றுகளின் இடைவெளிகளை நிரப்புக.



தரப்பட்டுள்ள முக்கோணியின் பெரிய பக்கம் = ஆகும்.

பக்கம் AB இன் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவு = $12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$

பக்கம் BC இன் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவு = = cm^2

பக்கம் AC இன் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவு = = cm^2

பக்கங்கள் BC, BA ஆகியவற்றின் மீது வரையப்படும் சதுரங்களின்

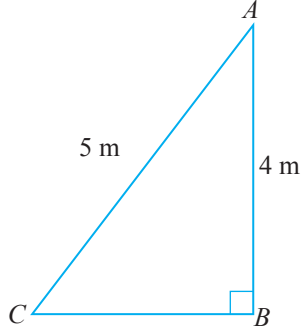
பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகை = cm^2

19.2 பைதகரசின் தொடர்பைப் பயன்படுத்திப் பிரசினங்களைத் தீர்ப்போம்.

உதாரணம் 1

5 m நீளமுள்ள நேர்க் கோல் ஒன்று அதன் ஒரு முனை 4 m உயரமுள்ள நிலைக்குத்தான மதில் ஒன்றின் மேல் விளிம்பைத் தொட்டுக்கொண்டும் மற்றைய முனை மதிலின் அடியிலிருந்து குறிப்பிட்ட தூரத்தில் கிடைத் தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளியைத் தொட்டுக் கொண்டும் இருக்குமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. மதிலின் அடியிலிருந்து கோல் தரையைத் தொடும் புள்ளிக்குள்ள தூரத்தைக் காண்க.

மதில் BA இனாலும் கோல் AC இனாலும் காட்டப்படுமாறு வரிப்படம் வரையப் பட்டுள்ளது.



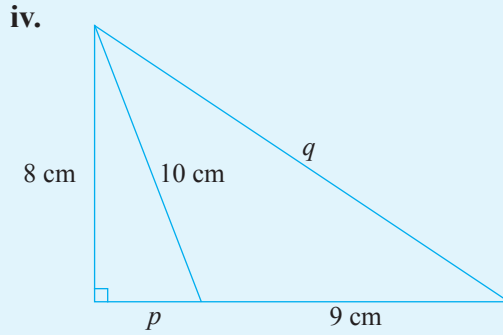
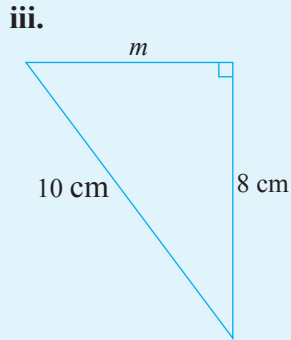
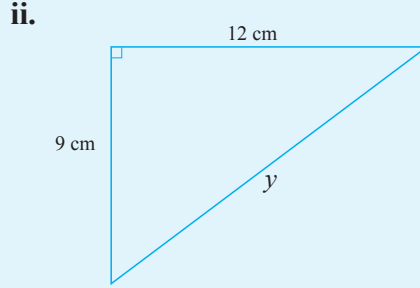
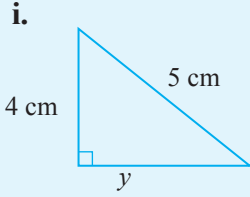
செங்கோண முக்கோணி ABC இற்குப் பைதகரசின் தொடர்பு பயன்படுத்தப்படுகின்றமையால்

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ 5^2 &= 4^2 + BC^2 \\ 25 &= 16 + BC^2 \\ \therefore BC^2 &= 9 \\ BC &= \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

\therefore மதிலின் அடியிலிருந்து கோல் தரையைத் தொடும் புள்ளிக்குள்ள தூரம் 3 m ஆகும்.

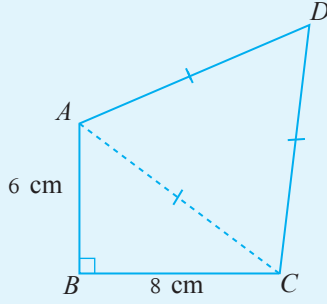
பயிற்சி 19.2

1. தரப்பட்ட ஒவ்வொரு உருவிலும் அட்சரத்தால் குறிக்கப்பட்ட பக்கத்தின் நீளத்தைக் காண்க.

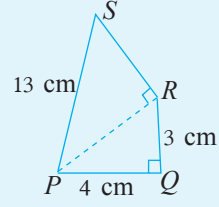


2. தரப்பட்ட ஒவ்வொரு உருவினதும் சுற்றளவைக் காண்க.

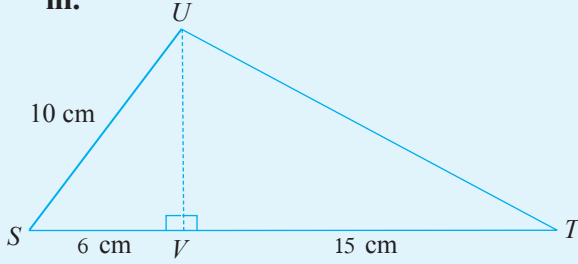
i.



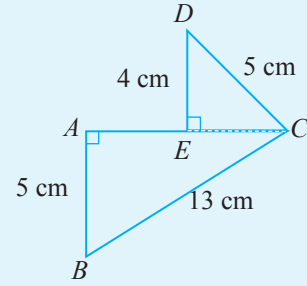
ii.



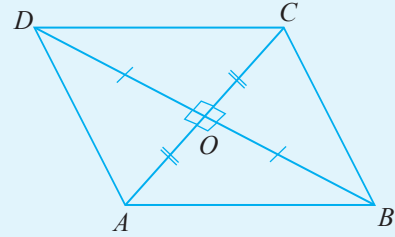
iii.



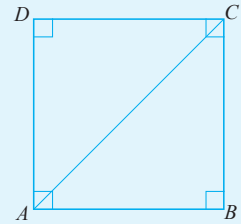
iv.



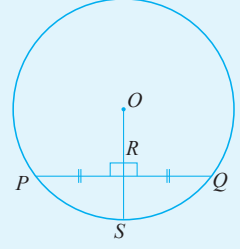
3. (i) சாய்சதுரம் $ABCD$ இல் மூலைவிட்டம் $BD = 16$ cm, $AC = 12$ cm ஆகும். அவை O இல் ஒன்றையொன்று செங்குத்தாக இருசமகூறிடுகின்றன. சாய்சதுரத்தின் சுற்றளவைக் காண்க.



(ii) சதுரம் $ABCD$ இல் மூலைவிட்டம் AC இன் நீளம் 10 cm எனின், சதுரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.



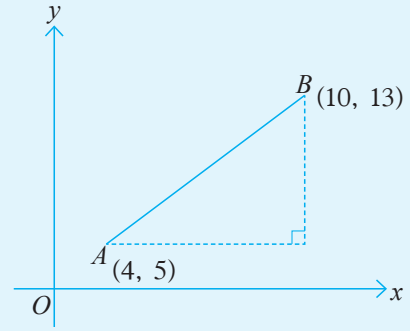
- (iii) O ஐ மையமாகக் கொண்ட ஒரு வட்டத்தில் PQ என்ற நாணின் நடுப்புள்ளி R ஆகும். நீட்டப்பட்ட கோடு OR ஆனது வட்டத்தை S இல் சந்திக்கின்றது. $\hat{ORP} = 90^\circ$, $PQ = 12$ cm, $OR = 8$ cm எனின்,
- RQ இன் நீளம்
 - வட்டத்தின் ஆரை
 - RS இன் நீளம்
- ஆகியவற்றைக் காண்க.



4. முக்கோணி ABC இல் $\hat{ABC} = 90^\circ$, $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm ஆகும். பக்கங்கள் AB , BC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே P , R ஆகும். நாற்பக்கம் $APRC$ இன் சுற்றளவைக் காண்க.

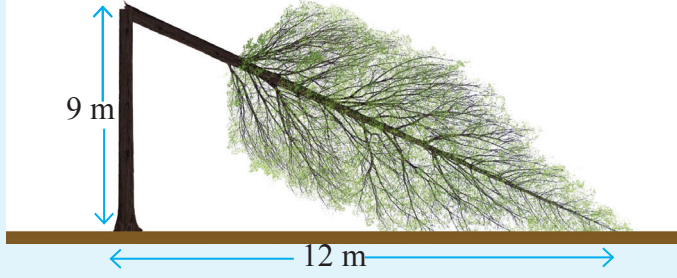
பலவினப் பயிற்சி

1. ஆள்கூற்றுத் தளம் ஒன்றின் மீது $A = (4, 5)$, $B = (10, 13)$ என்னும் புள்ளிகள் அமைந்துள்ளன. A இலிருந்து B இற்கான கிட்டிய தூரம் எவ்வளவு?



2. நகரம் P இற்குக் கிழக்கே 5 km தூரத்தில் நகரம் Q அமைந்துள்ளது. நகரம் Q இற்கு வடக்கே 12 km தூரத்தில் நகரம் R அமைந்துள்ளது. நகரம் P இற்கும் நகரம் R இற்கும் இடையிலான நேர்கோட்டுத் தூரத்தைக் காண்க.
3. 16 m உயரமுள்ள கொடிக் கம்பம் ஒன்றை நிலைக்குத்தாகப் பேணுவதற்காக அதன் உச்சியுடன் இணைக்கப்பட்ட தாங்கு கம்பி ஒன்று கொடிக் கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 12 m தூரத்தில் கிடைத்தரையின் மீது இணைக்கப்பட்டுள்ள தோடு அதற்கு எதிர்ப் பக்கத்தில் மற்றுமொரு தாங்கு கம்பியானது கொடிக் கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 9 m தூரத்தில் கிடைத்தரையில் உள்ள புள்ளி ஒன்றுடனும் கம்பத்தின் அடியிலிருந்து 12 m உயரத்தில் கம்பத்துடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. பயன்படுத்தப்பட்டுள்ள கம்பிகளின் மொத்த நீளத்தைக் காண்க.

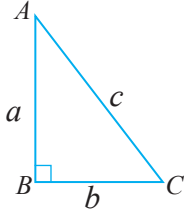
4. சூறாவளியின் காரணமாக மரம் ஒன்று முறிந்துள்ளதை வரிப்படம் காட்டுகின்றது. முறிவதற்கு முன்னர் மரத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



பொழிப்பு

- பைதகரசின் தொடர்பு
செங்கோண முக்கோணி ஒன்றின் செம்பக்கத்தின் மீது வரையப்படும் சதுரத்தின் பரப்பளவானது செங்கோணத்தை ஆக்கும் இரண்டு பக்கங்களின் மீதும் வரையப்படும் சதுரங்களின் பரப்பளவுகளின் கூட்டுத்தொகைக்குச் சமனாகும்.

செங்கோண முக்கோணி ABC இற்குப் பைதகரசின் தேற்றத்திற்கேற்ப



$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ அல்லது}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ எனக் குறிக்கலாம்.}$$